TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ

# *Methode zur dreidimensionalen Darstellung von Mechanismen in Mathcad®*

*(Zusatzinformationen mit ? gekennzeichnet)*

**Dipl.-Ing. Rico Baumgart**

**Tel: +49 (0) 371/531 – 35161**

**rico.baumgart@mb.tu-chemnitz.de**

## Definition einer Geraden

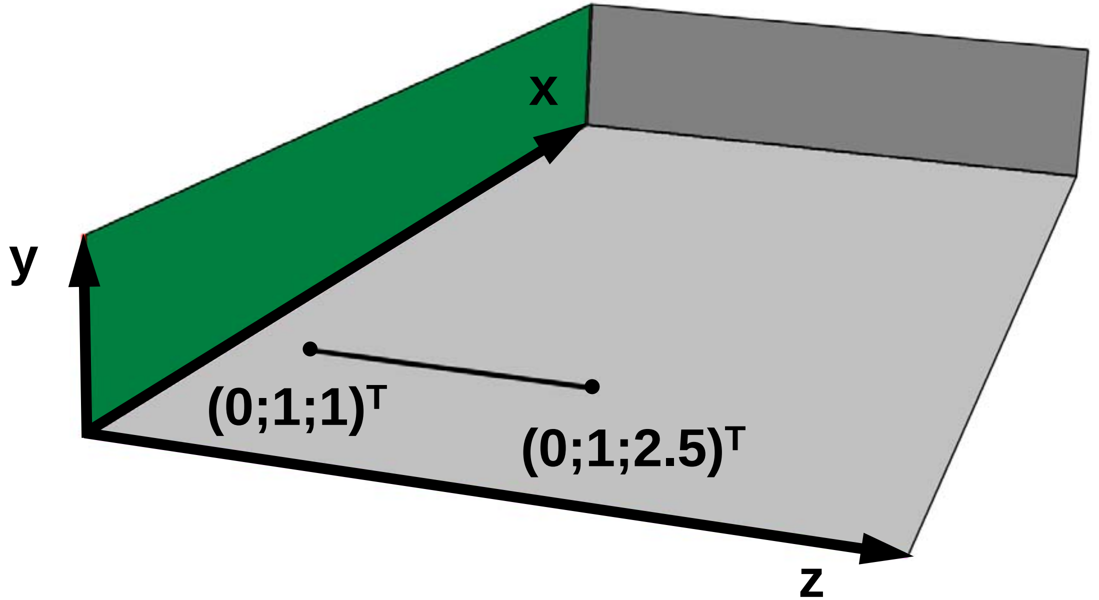
*Mit Mauszeiger auf Symbol gehen!*

**Vektor 3x1** — **Matrix 1x2** — **verschachtelter Vektor**

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \end{pmatrix} \rightarrow M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

**Linie vom Punkt $(0;1;2.5)^T$ zum Punkt $(0;1;1)^T$**

$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2.5 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



# DARSTELLUNG VON FLÄCHEN

## Flächen

**Vektor 3x1**

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

**Matrix 2x2**

$$\begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \end{pmatrix}$$

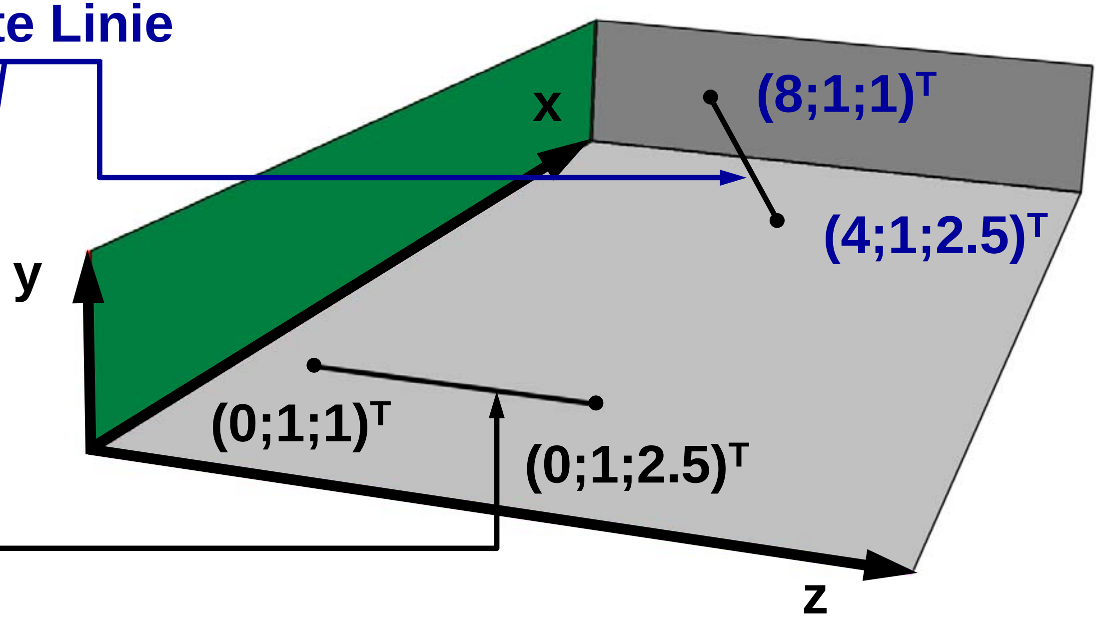
**verschachtelter Vektor**

$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

**erste Linie**

**zweite Linie**

$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2.5 & 1 \\ 2.5 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



# DARSTELLUNG VON FLÄCHEN

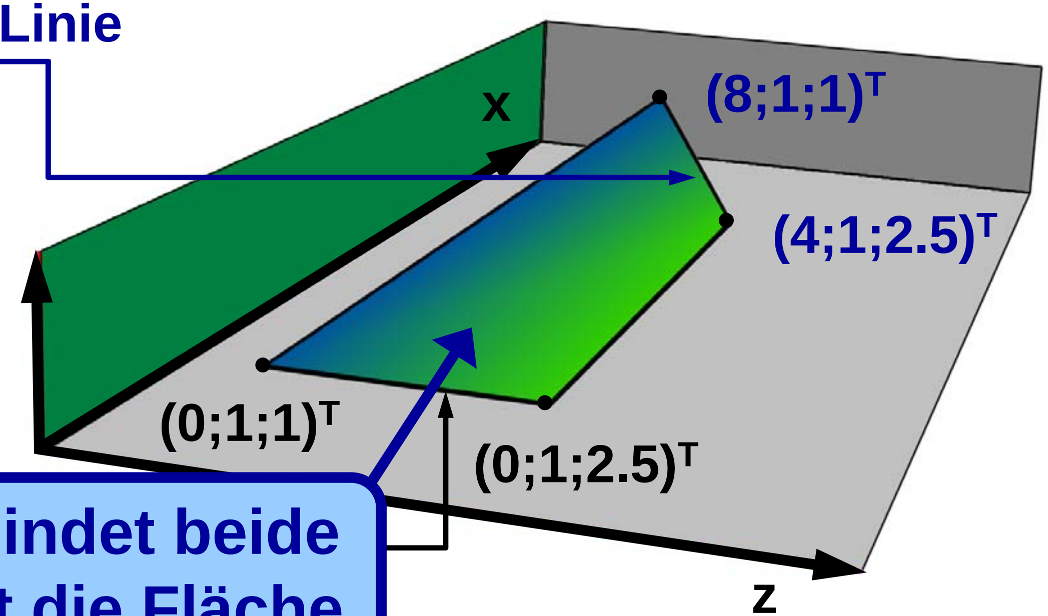
## Flächen

**Vektor 3x1** — **Matrix 2x2** — **verschachtelter Vektor**

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \end{pmatrix} \; \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \end{pmatrix} \; \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \end{pmatrix} \rightarrow M := \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

**erste Linie** — **zweite Linie**

$$M := \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2.5 & 1 \\ 2.5 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$




**Mathcad® verbindet beide Linien und füllt die Fläche**

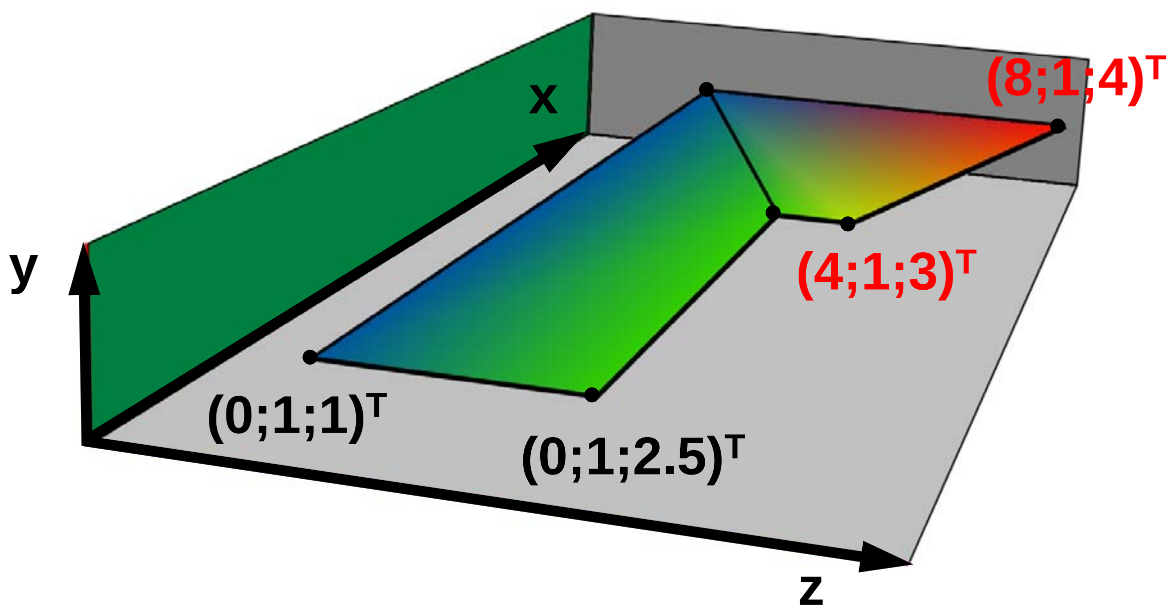
## Flächen

**Vektor 3x1** — **Matrix 3x2** — **verschachtelter Vektor**

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \\ X_{2,0} & X_{2,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \\ Y_{2,0} & Y_{2,1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \\ Z_{2,0} & Z_{2,1} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ X_{1,0} & X_{1,1} \\ X_{2,0} & X_{2,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ Y_{1,0} & Y_{1,1} \\ Y_{2,0} & Y_{2,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ Z_{1,0} & Z_{1,1} \\ Z_{2,0} & Z_{2,1} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 8 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2.5 & 1 \\ 2.5 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



# DARSTELLUNG VON FLÄCHEN

## Flächen

**Vektor 3x1**

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

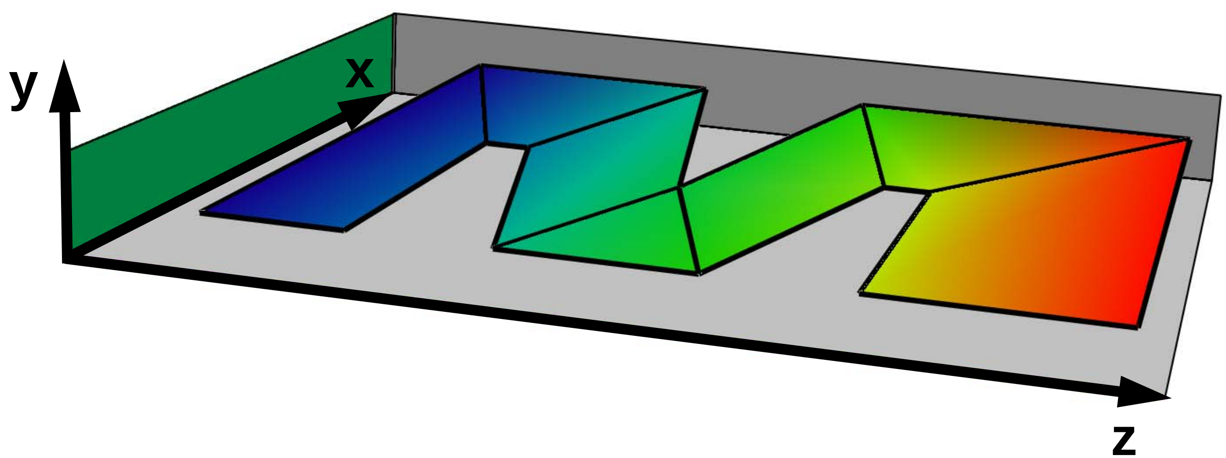
**Matrix ix2**

$$\begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ X_{i,0} & X_{i,1} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{i,0} & Y_{i,1} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{i,0} & Z_{i,1} \end{pmatrix}$$

**verschachtelter Vektor**

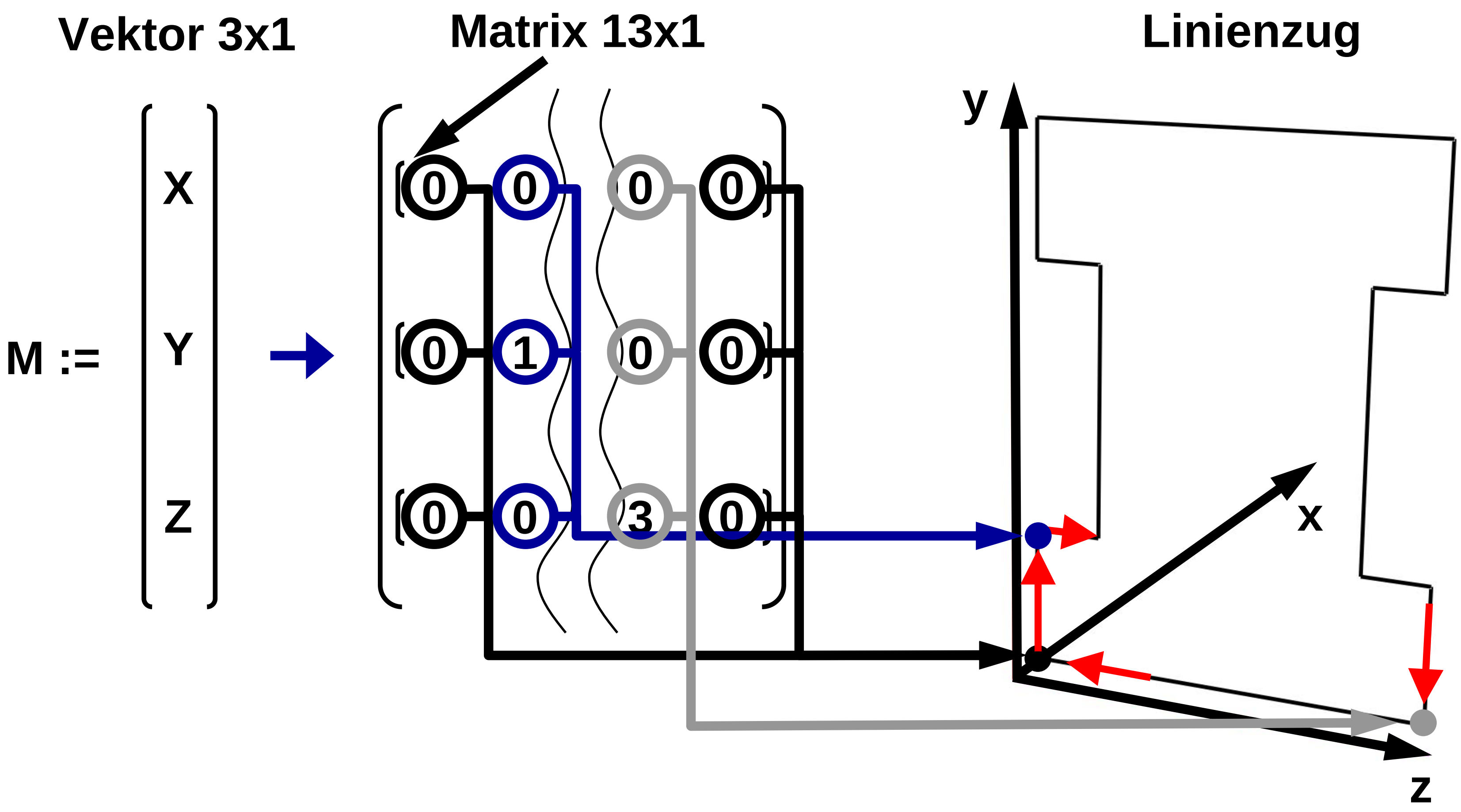
$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{0,0} & X_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ X_{i,0} & X_{i,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y_{0,0} & Y_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ Y_{i,0} & Y_{i,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} \\ \vdots & \vdots \\ Z_{i,0} & Z_{i,1} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

$$M := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ X_{i,0} & X_{i,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ Y_{i,0} & Y_{i,1} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2.5 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ Z_{i,0} & Z_{i,1} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



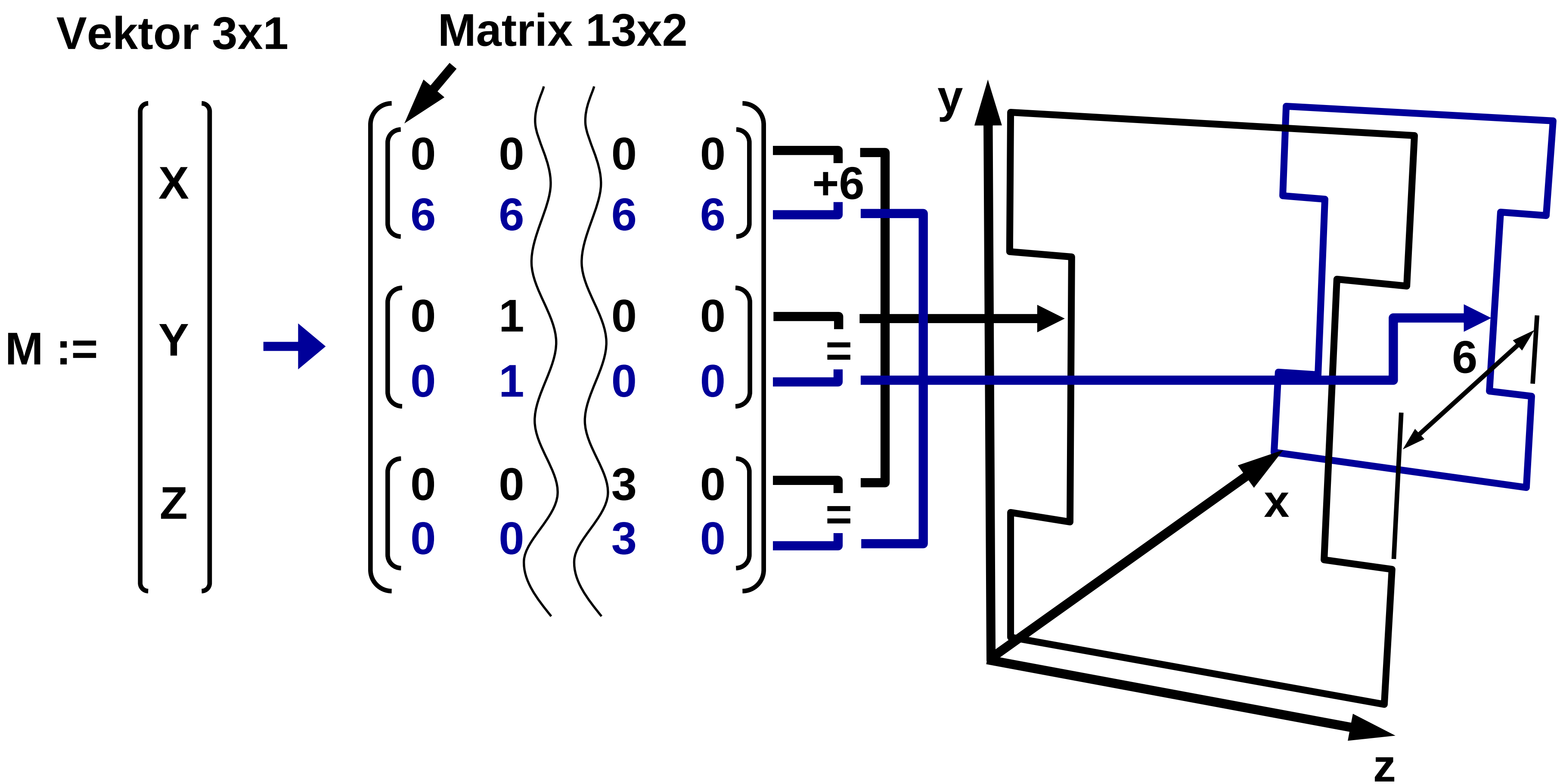
# GEZOGENE KÖRPER

## Definition eines Kurvenzuges



# GEZOGENE KÖRPER

## Darstellung des gezogenen Körpers

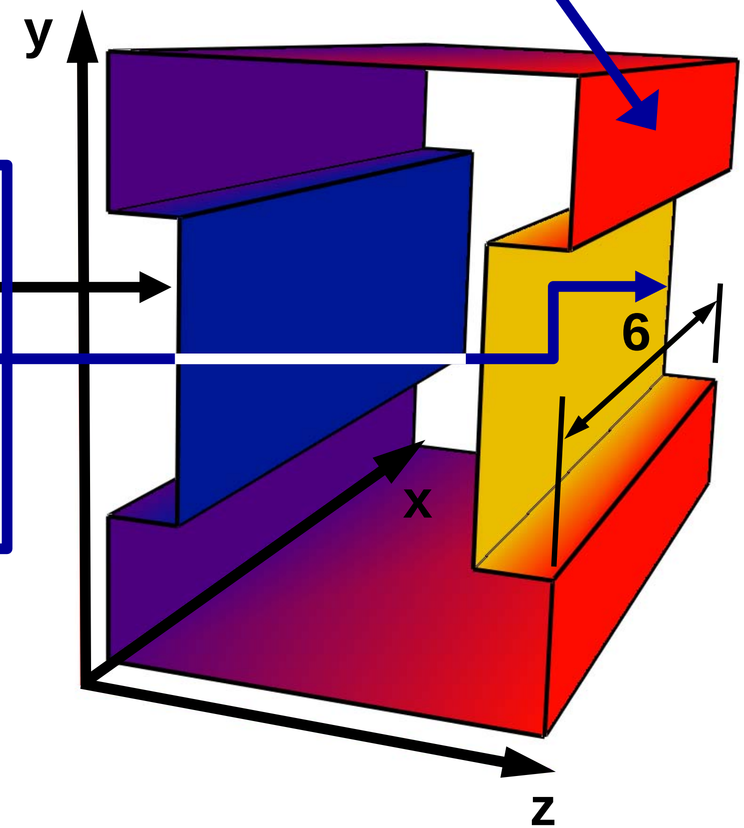


## Darstellung des gezogenen Körpers

**Linienzüge werden automatisch mit Flächen verbunden**

**Vektor 3x1** **Matrix 13x2**

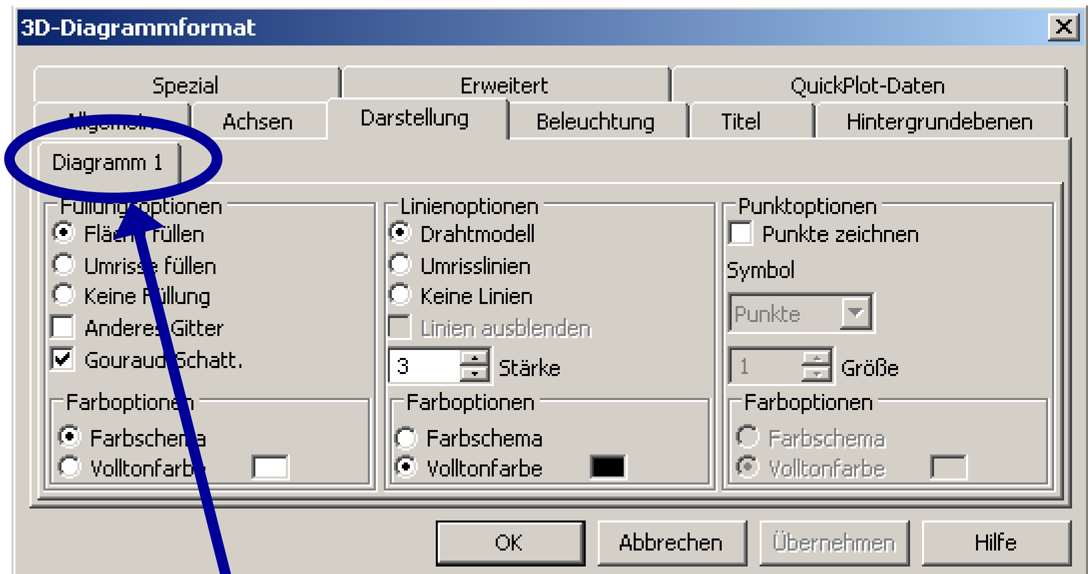
$$M := \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 6 & 6 & \cdots & 6 & 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 3 & 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{array}{l} +6 \\ \\ = \\ \\ = \end{array}$$

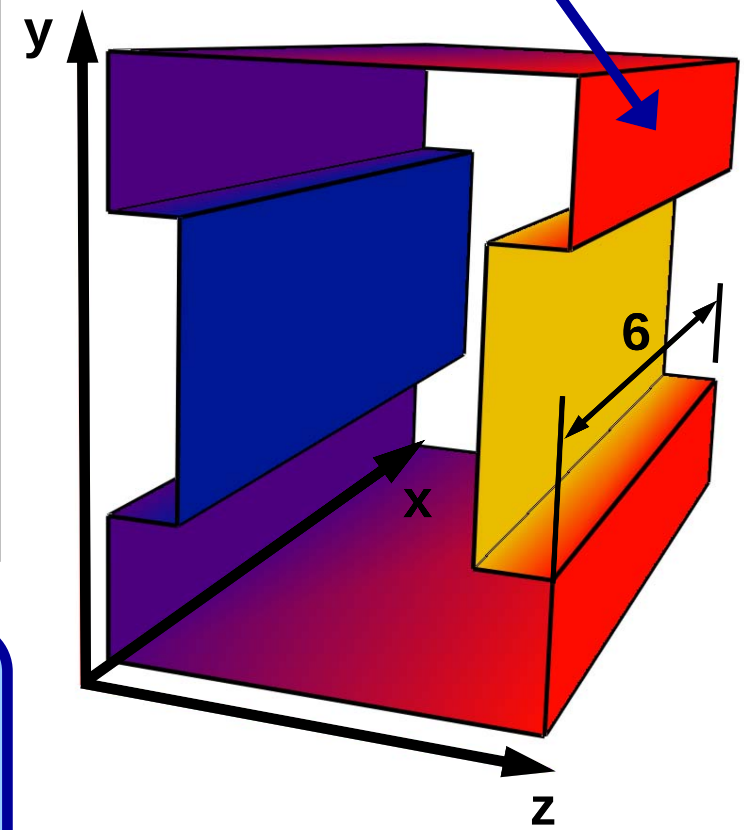


# GEZOGENE KÖRPER

## Darstellung des gezogenen Körpers

**Linienzüge werden automatisch mit Flächen verbunden**



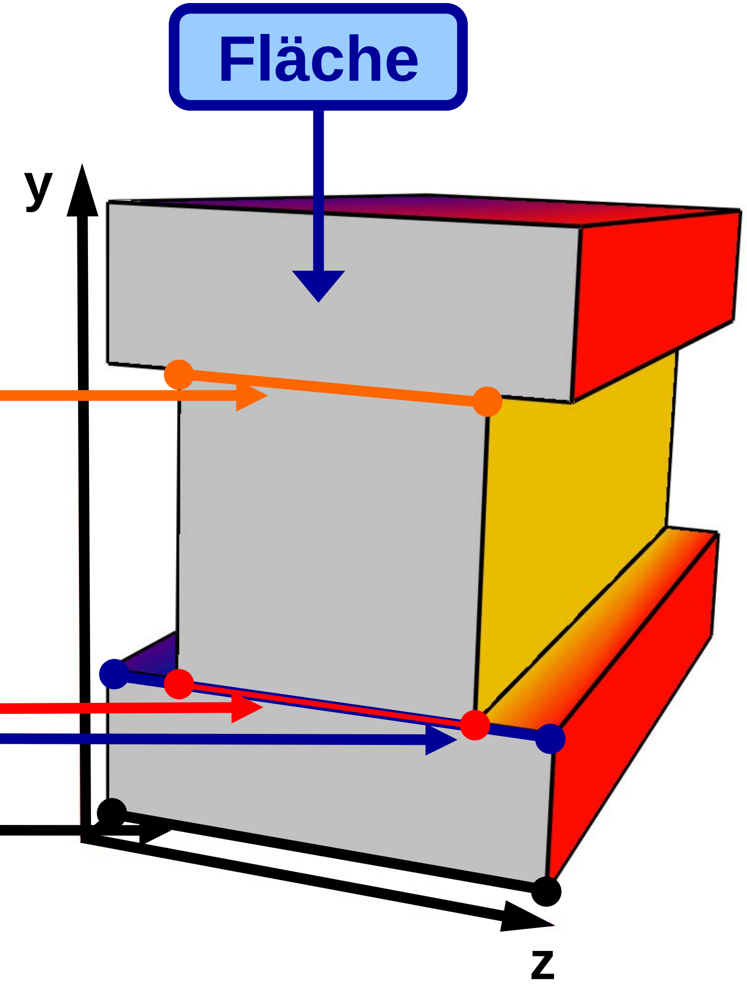




**Profil wird von Mathcad® als einzelne Fläche interpretiert und kann beliebig gestaltet werden**

# GEZOGENE KÖRPER

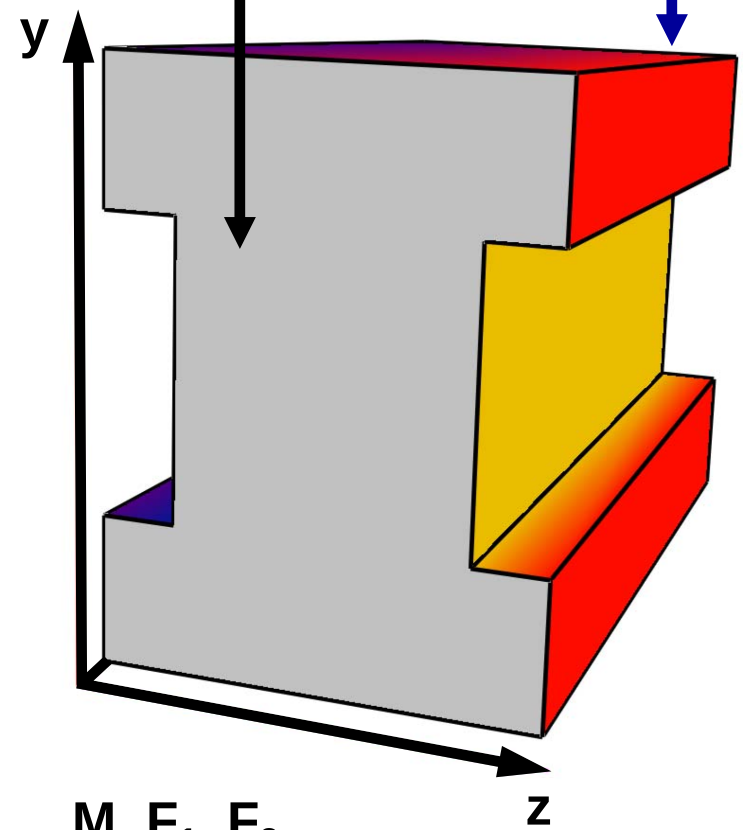
## Stirnflächen

$$F_1 := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



## Stirnflächen

$$F_1 := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad F_2 := \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \\ 6 & 6 \\ 6 & 6 \\ 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0.5 & 2.5 \\ 0 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$



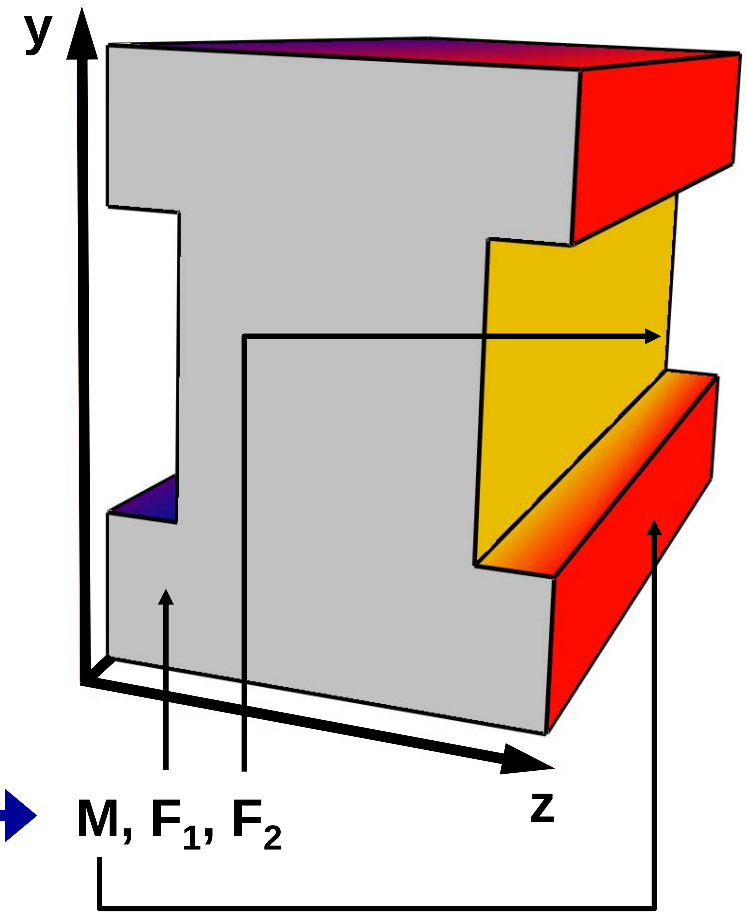

M, $F_1$, $F_2$

# GEZOGENE KÖRPER

## Zusammenfassung der Matrizen

$$T := \begin{bmatrix} M \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

Argumente werden in einem Vektor zusammengefasst



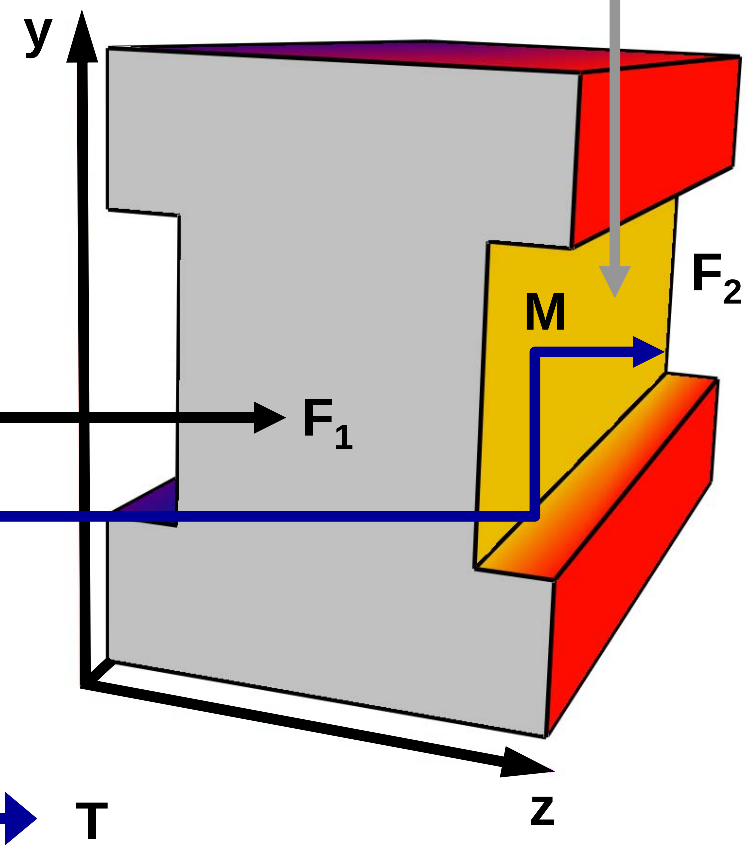

Bei Mechanismen → viele Argumente

# GEZOGENE KÖRPER

## Zusammenfassung der Matrizen

$$T := \begin{bmatrix} M \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

**Argumente werden in einem Vektor zu-sammengefasst**

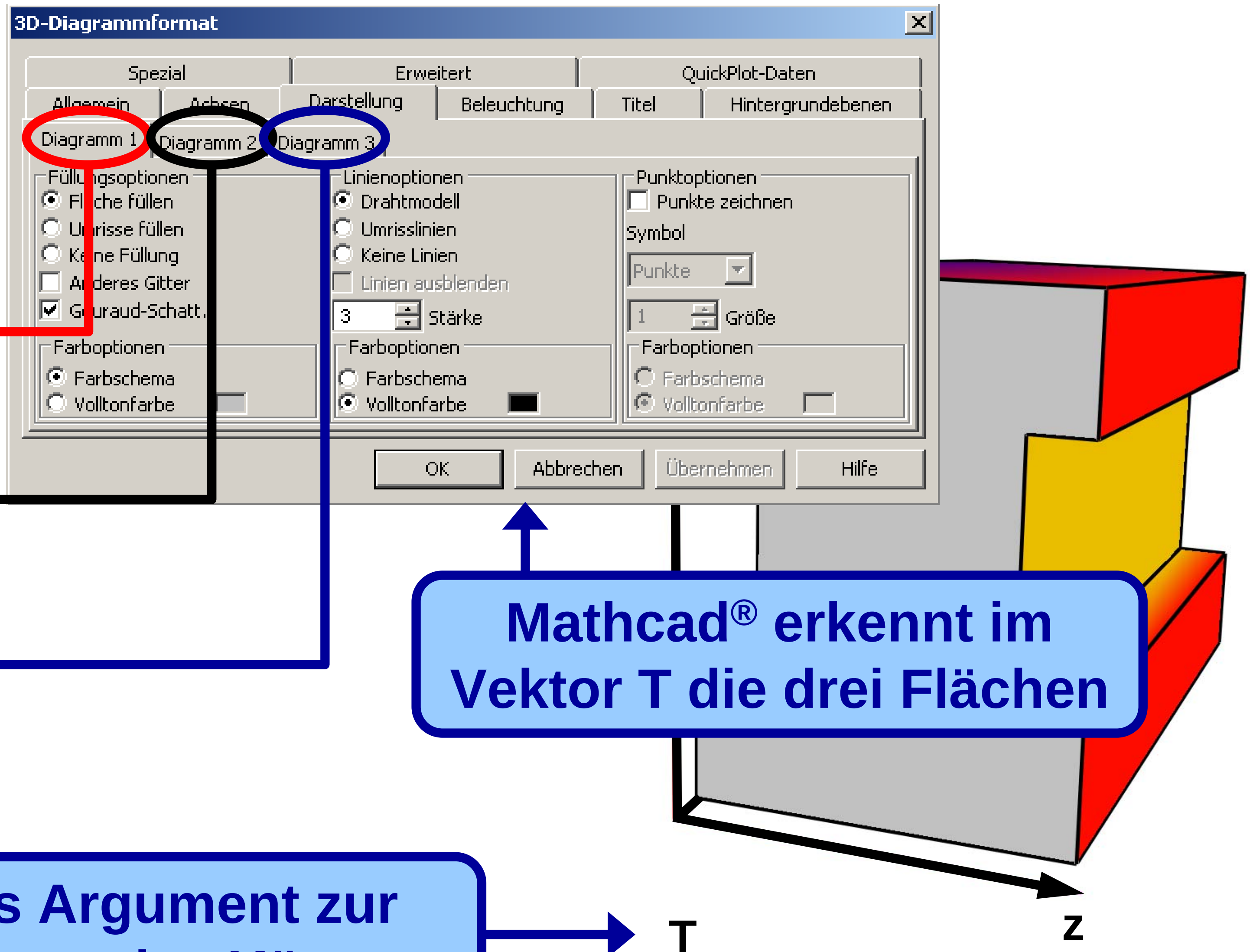



**einzelnes Argument zur Beschreibung des Körpers**

# GEZOGENE KÖRPER

## Zusammenfassung der Matrizen

$$T := \begin{bmatrix} M \\ F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$




**Mathcad® erkennt im Vektor T die drei Flächen**

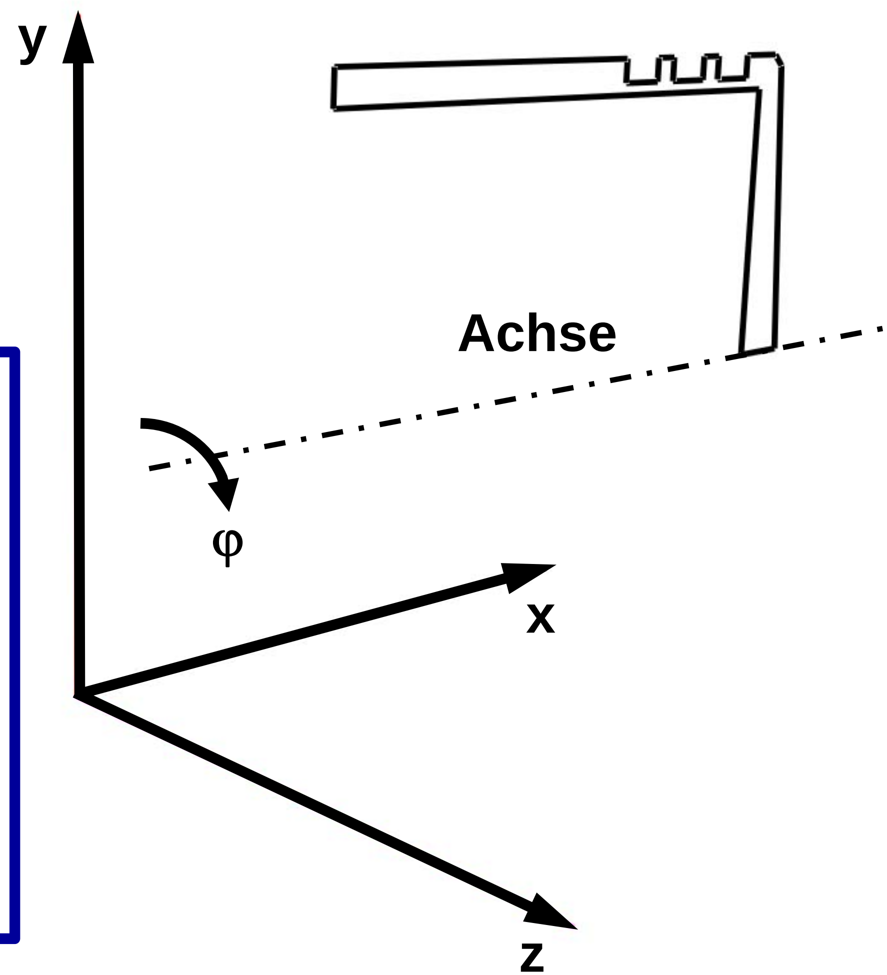
**einzelnes Argument zur Beschreibung des Körpers**

# GEDREHTE KÖRPER

## Definition eines Kurvenzuges

$$K := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (0 \quad 0 \qquad 50 \quad 0) \\ (24 \quad 27 \qquad 24 \quad 24) \\ (0 \quad 0 \qquad 0 \quad 0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ X \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y \\ \cos(\varphi)\cdot Y \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z \\ \sin(\varphi)\cdot Y \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

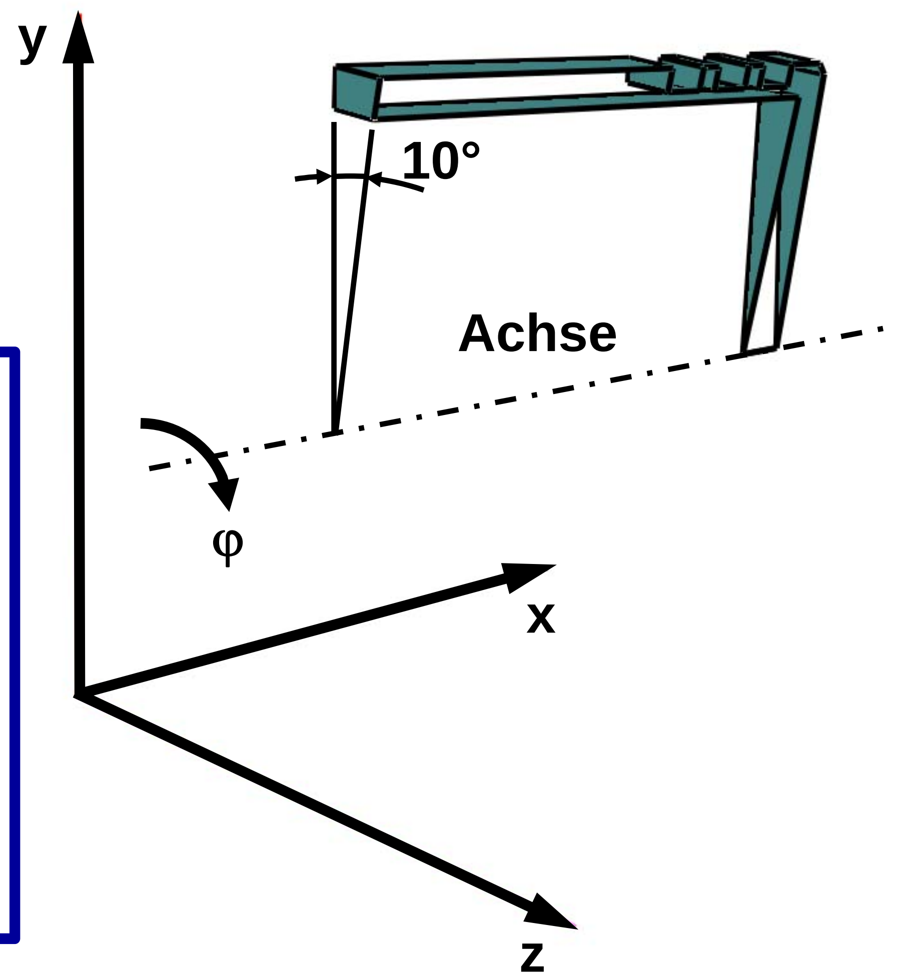


# GEDREHTE KÖRPER

## Drehung des Kurvenzuges um eine Achse

$$K := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (0 \quad 0 \; \cdots \; 50 \quad 0) \\ (24 \quad 27 \; \cdots \; 24 \quad 24) \\ (0 \quad 0 \; \cdots \; 0 \quad 0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ X \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Y \\ \cos(\varphi) \cdot Y \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} Z \\ \sin(\varphi) \cdot Y \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

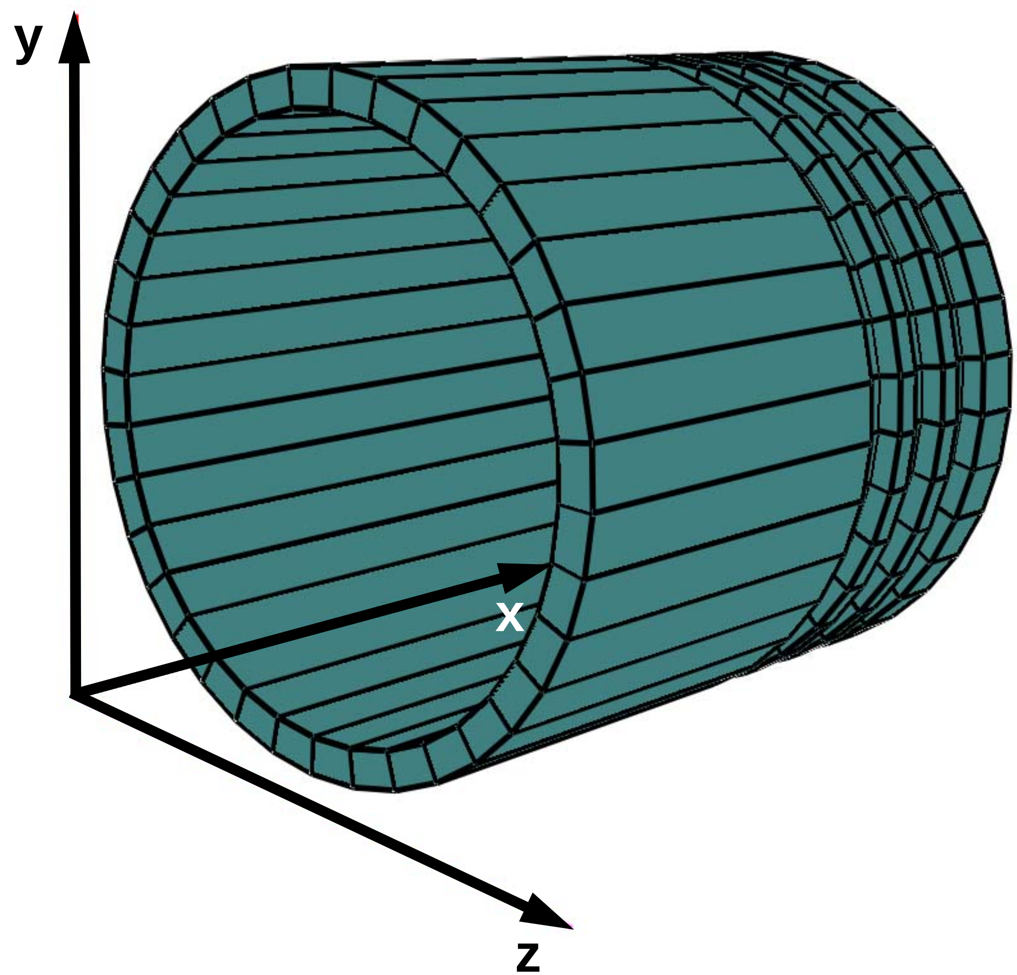


# GEDREHTE KÖRPER

## Darstellung des gedrehten Körpers

$$K := \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} [0 \;\; 0 & \cdots & 50 \;\; 0] \\ [24 \;\; 27 & \cdots & 24 \;\; 24] \\ [0 \;\; 0 & \cdots & 0 \;\; 0] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X \\ \vdots \\ X \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Y \\ \cos(10°)\cdot Y \\ \vdots \\ \cos(360°)\cdot Y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} Z \\ \sin(10°)\cdot Y \\ \vdots \\ \sin(360°)\cdot Y \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

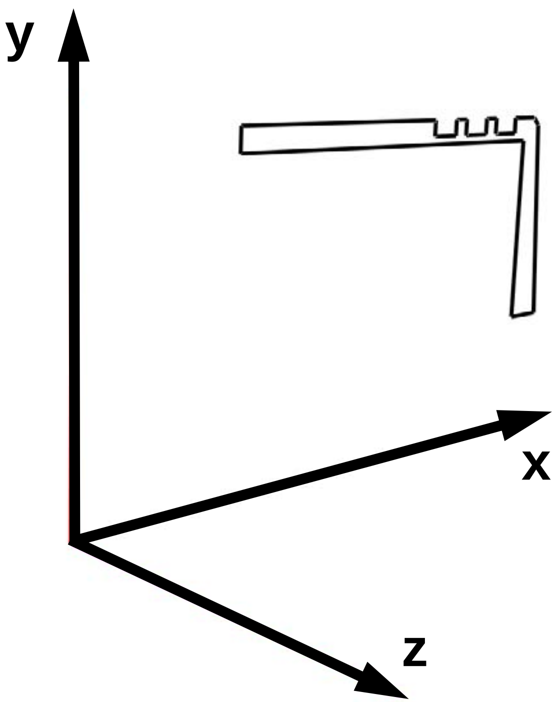


# GEDREHTE KÖRPER

## Funktion

$$\mathrm{Drehen}_x(M,\ \Delta\varphi,\ \varphi_{Ende}) :=$$

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (X_{0,0} & X_{0,1} & \cdots & X_{0,j} & X_{0,k}) \\ (Y_{0,0} & Y_{0,1} & \cdots & Y_{0,j} & Y_{0,k}) \\ (Z_{0,0} & Z_{0,1} & \cdots & Z_{0,j} & Z_{0,k}) \end{bmatrix}$$




$X` \leftarrow M_0$

$Y` \leftarrow M_1$

$Z` \leftarrow M_2$

for $\varphi \in \Delta\varphi, 2\cdot\Delta\varphi \ldots \varphi_{Ende}$

- $X` \leftarrow \mathrm{stapeln}(X`, M_0)$
- $Y` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Y`, \cos(\varphi)\cdot M_1)$
- $Z` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Z`, \sin(\varphi)\cdot M_1)$

$$\begin{pmatrix} X` \\ Y` \\ Z` \end{pmatrix}$$

## Funktion

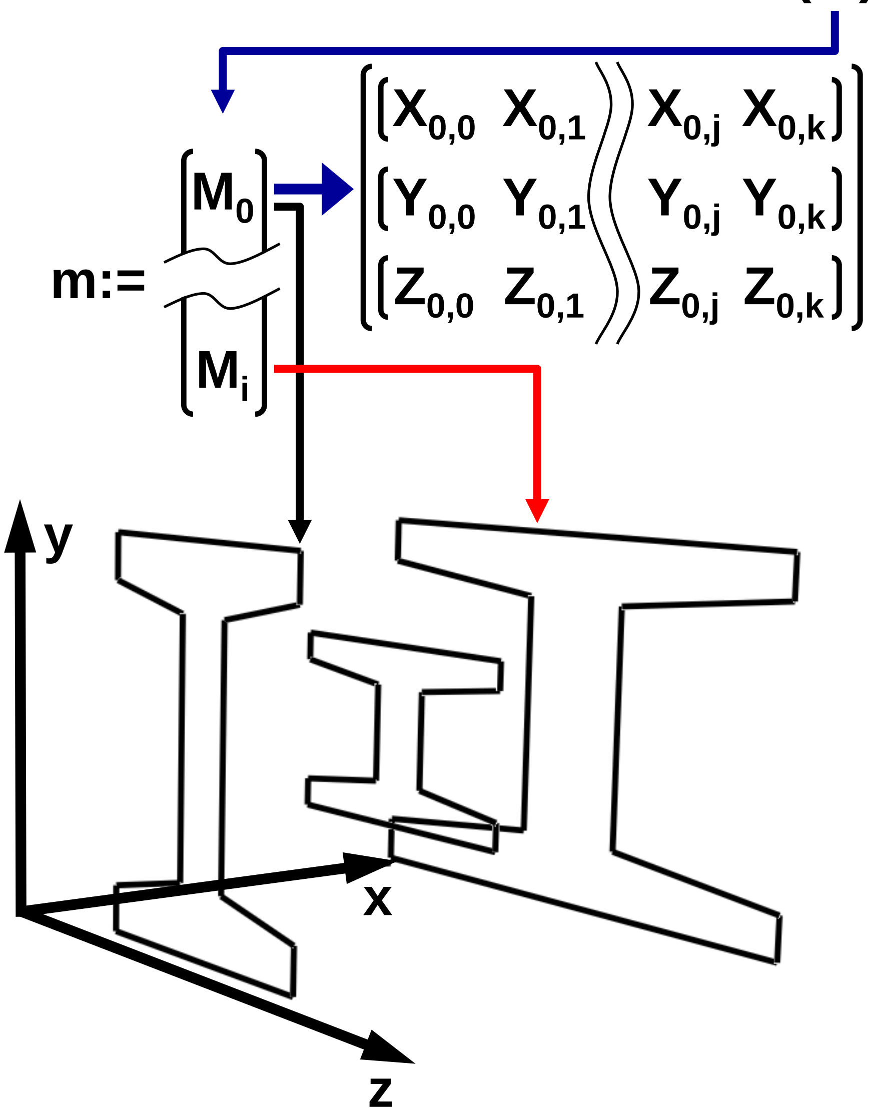
$$
\mathrm{Drehen}_y(M,\ \Delta\varphi,\ \varphi_{Ende}) := \left|
\begin{array}{l}
X` \leftarrow M_0 \\
Y` \leftarrow M_1 \\
Z` \leftarrow M_2 \\
\\
\mathbf{for}\ \varphi \in \Delta\varphi,\ 2\cdot\Delta\varphi \ldots \varphi_{Ende} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
X` \leftarrow \mathrm{stapeln}(X`, \sin(\varphi)\cdot M_1) \\
Y` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Y`, \cos(\varphi)\cdot M_1) \\
Z` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Z`, M_2)
\end{array}
\right. \\
\begin{pmatrix} X` \\ Y` \\ Z` \end{pmatrix}
\end{array}
\right.
$$

# GEZOGENER KÖRPER

## Funktion

```
Ziehen(m) :=  | X` ← (m0)0
              | Y` ← (m0)1
              | Z` ← (m0)2
              | for z ∈ 1...zeilen(m)-1
              |     | X` ← stapeln(X`,(mz)0)
              |     | Y` ← stapeln(Y`,(mz)1)
              |     | Z` ← stapeln(Z`,(mz)2)
              | (X`
              |  Y`
              |  Z`)
```

$$\text{Ziehen}(m) := \left| \begin{array}{l} X` \leftarrow (m_0)_0 \\ Y` \leftarrow (m_0)_1 \\ Z` \leftarrow (m_0)_2 \\ \text{for } z \in 1 \ldots \text{zeilen}(m)-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} X` \leftarrow \text{stapeln}(X`,(m_z)_0) \\ Y` \leftarrow \text{stapeln}(Y`,(m_z)_1) \\ Z` \leftarrow \text{stapeln}(Z`,(m_z)_2) \end{array} \right. \\ \begin{pmatrix} X` \\ Y` \\ Z` \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

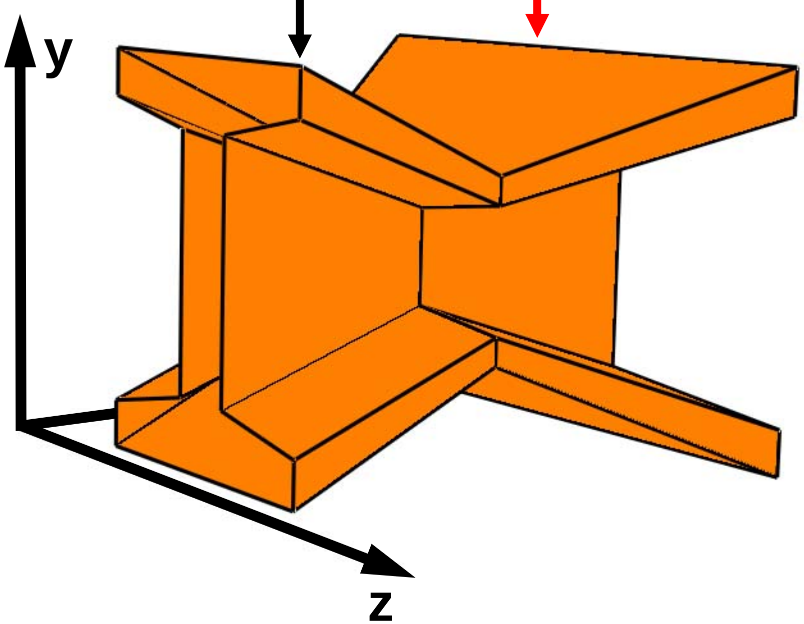


# GEZOGENER KÖRPER

## Funktion

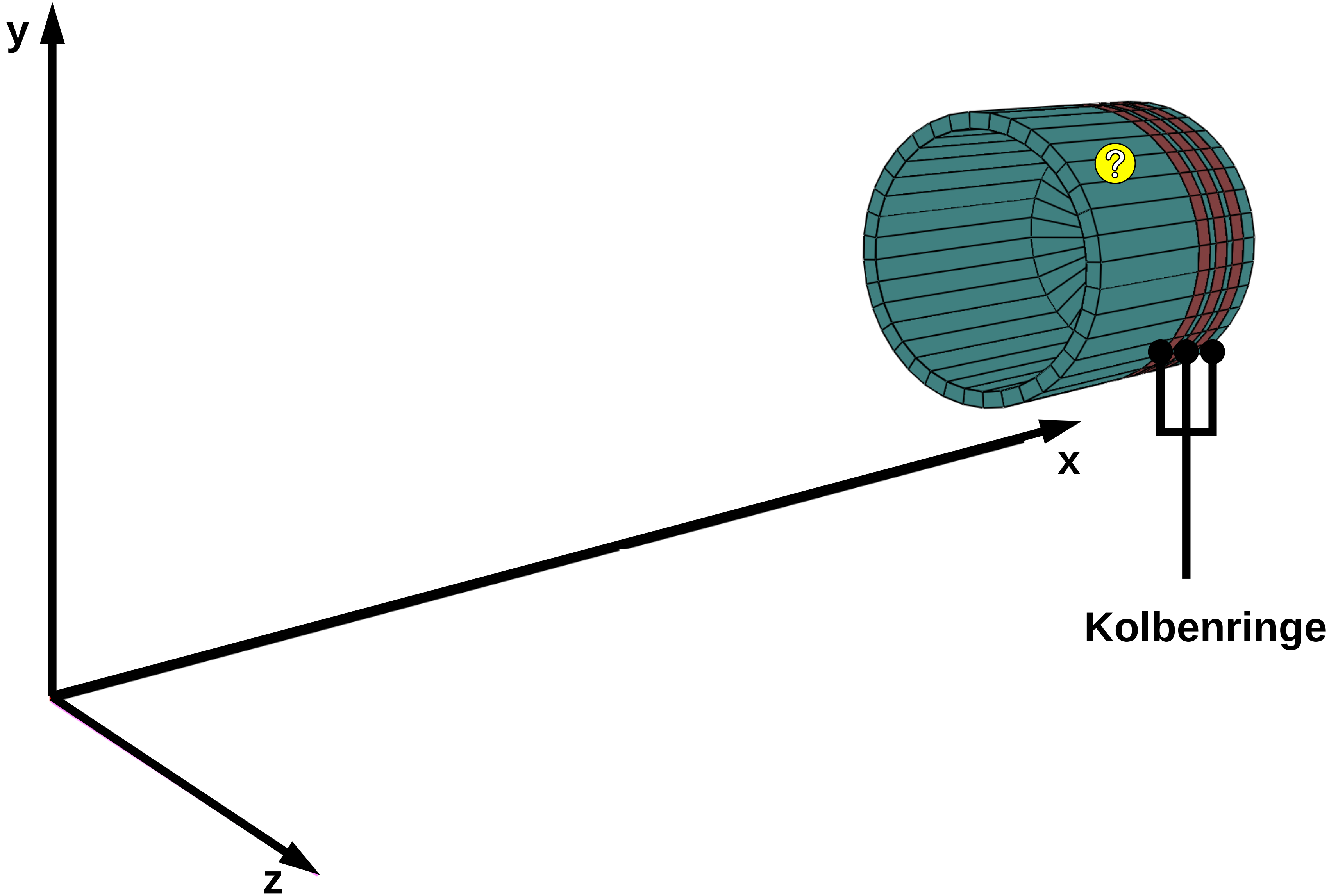
$$\mathrm{Ziehen}(m) := \left|\begin{array}{l} X` \leftarrow (m_0)_0 \\ Y` \leftarrow (m_0)_1 \\ Z` \leftarrow (m_0)_2 \\ \text{for } z \in 1 \ldots \mathrm{zeilen}(m)-1 \\ \quad \left|\begin{array}{l} X` \leftarrow \mathrm{stapeln}(X`,(m_z)_0) \\ Y` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Y`,(m_z)_1) \\ Z` \leftarrow \mathrm{stapeln}(Z`,(m_z)_2) \end{array}\right. \\ \begin{pmatrix} X` \\ Y` \\ Z` \end{pmatrix} \end{array}\right.$$

$$m := \begin{pmatrix} M_0 \\ \vdots \\ M_i \end{pmatrix} \qquad M_0 = \begin{pmatrix} (X_{0,0} & X_{0,1} & \cdots & X_{0,j} & X_{0,k}) \\ (Y_{0,0} & Y_{0,1} & \cdots & Y_{0,j} & Y_{0,k}) \\ (Z_{0,0} & Z_{0,1} & \cdots & Z_{0,j} & Z_{0,k}) \end{pmatrix}$$



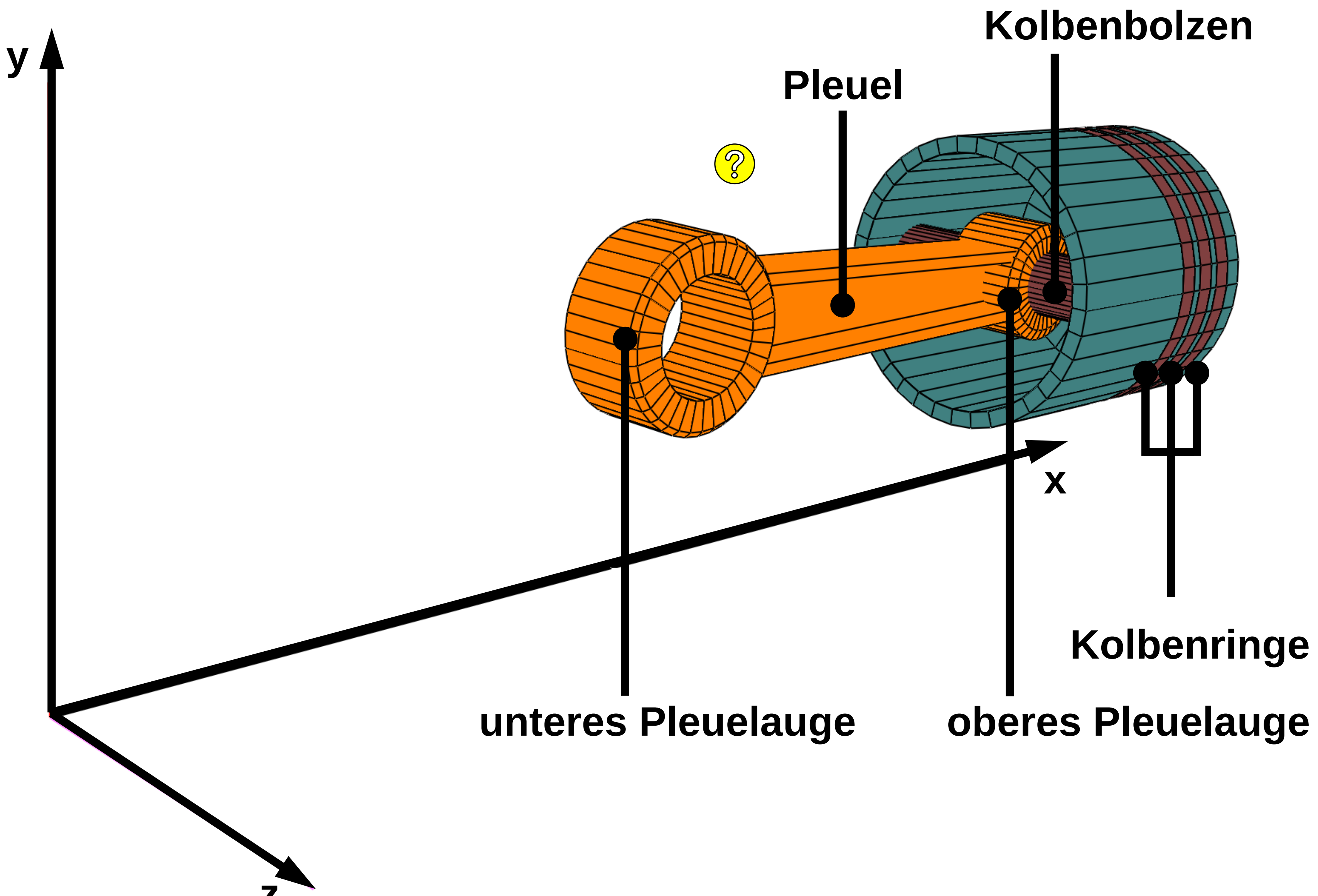
# MECHANISMEN

## Motor

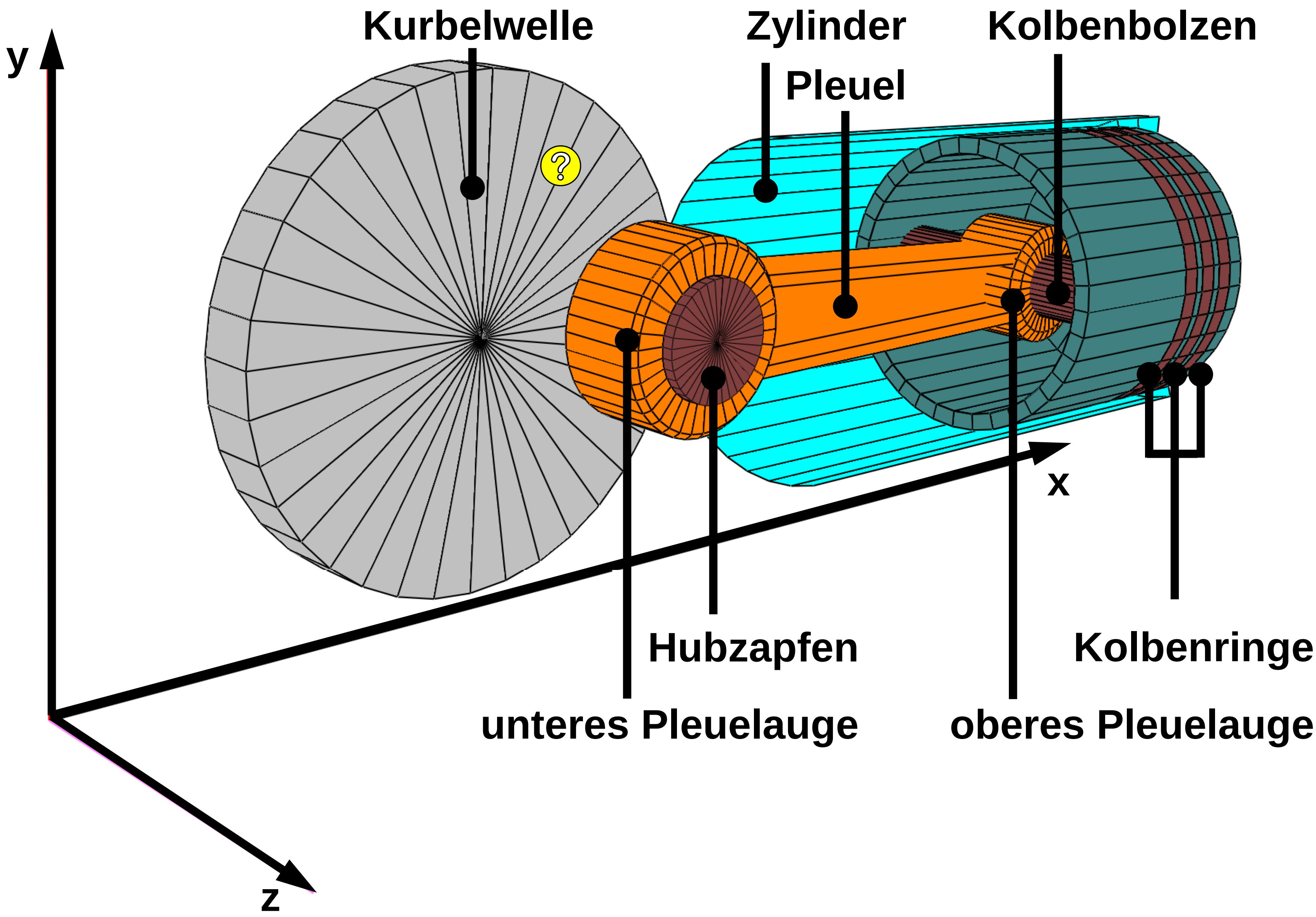


# MECHANISMEN

## Motor



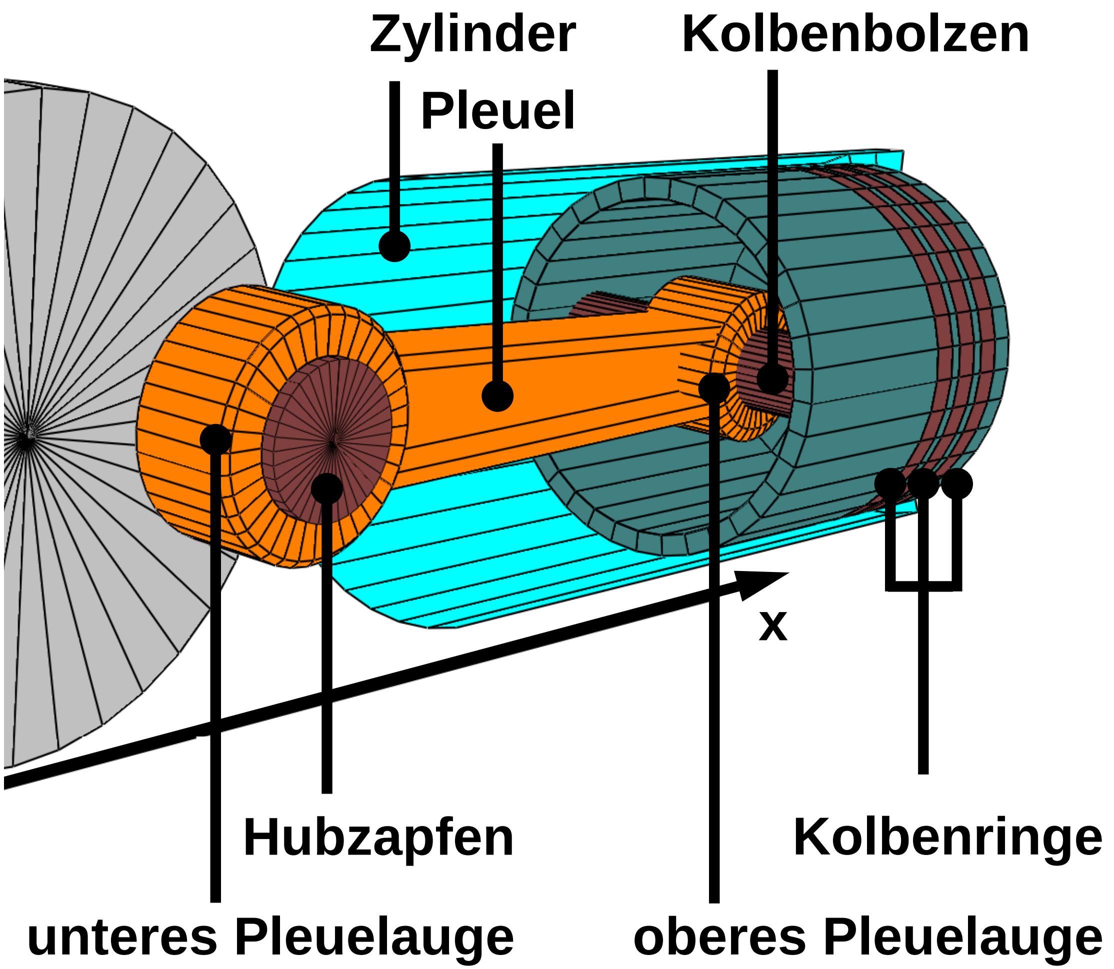
## Motor


Kurbelwelle
Zylinder
Kolbenbolzen
Pleuel
y
x
z
Hubzapfen
Kolbenringe
unteres Pleuelauge
oberes Pleuelauge

# MECHANISMEN

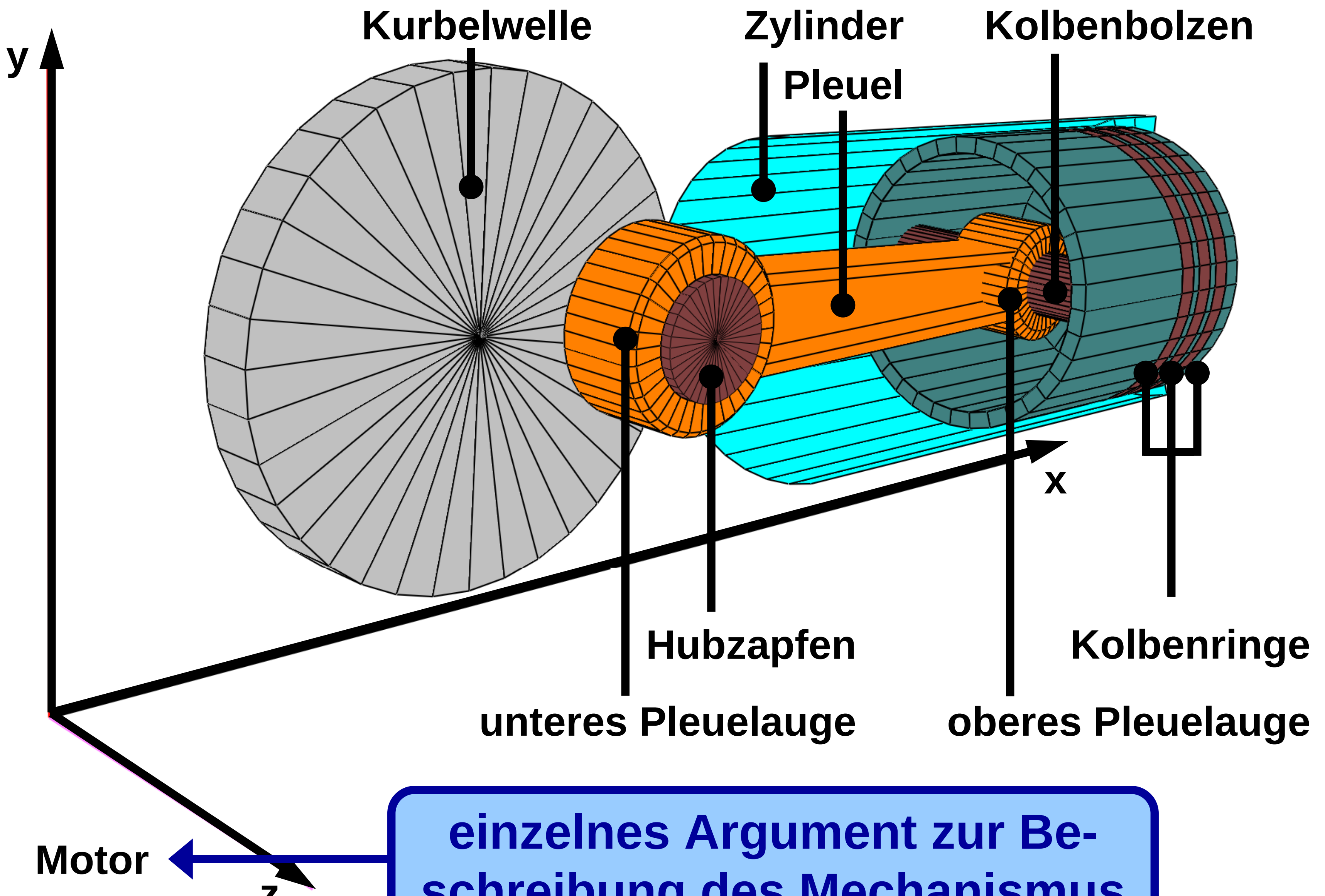
## Motor

Motor := [ Kolben, Kolbenring 1, Kolbenring 2, Kolbenring 3, Kolbenbolzen, o. Pleuelauge, Pleuel, u. Pleuelauge, Hubzapfen, Kurbelwelle, Zylinder ]



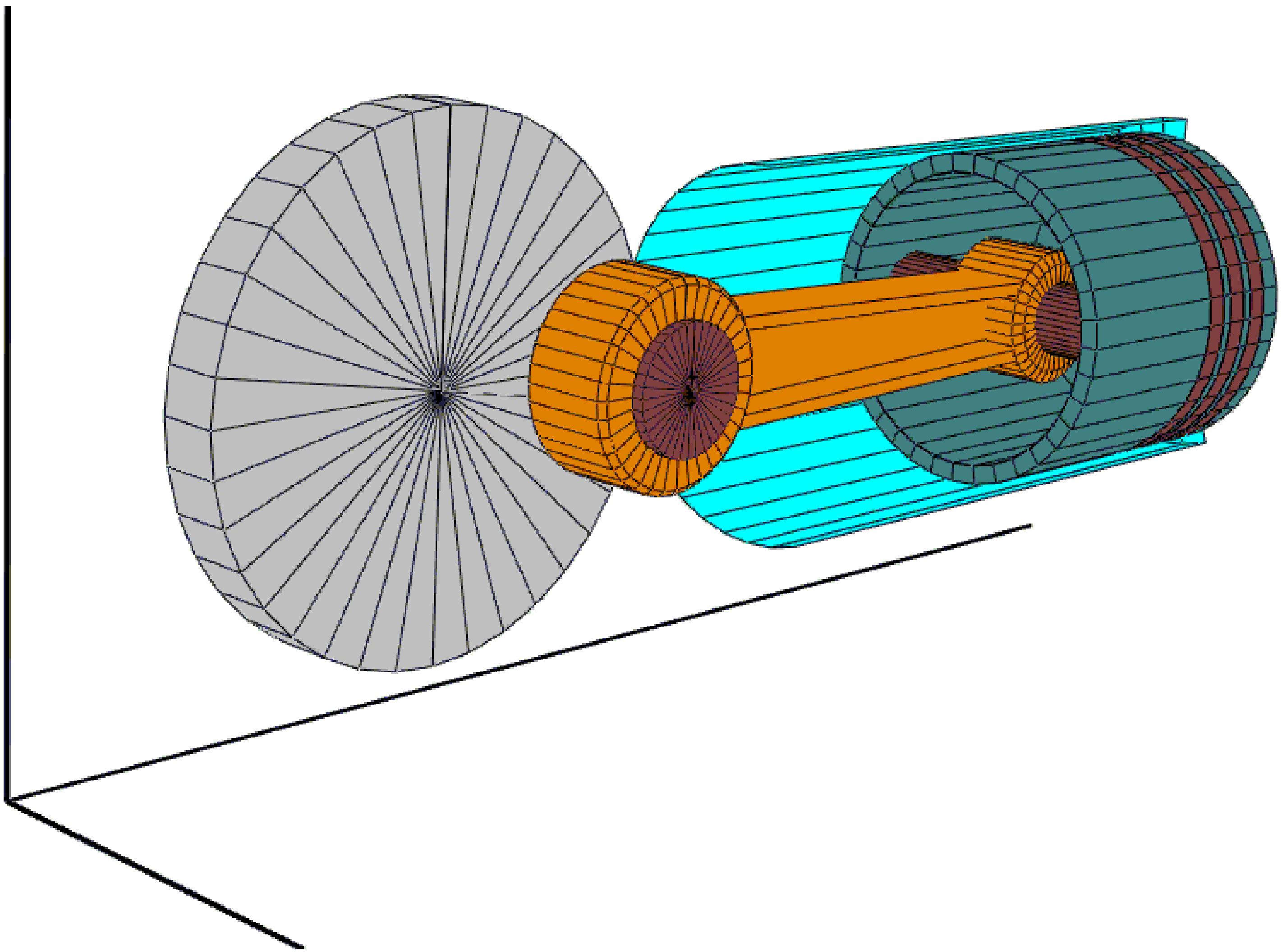
# MECHANISMEN

## Motor



# MECHANISMEN

## Motor

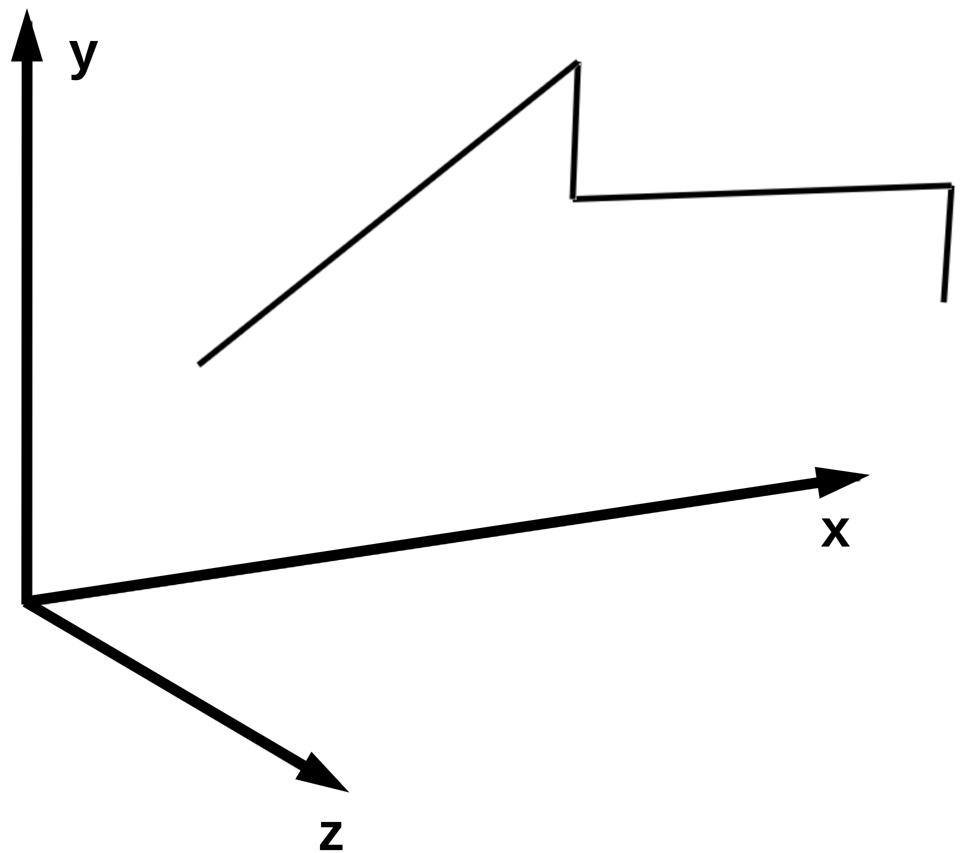


Dipl.-Ing. R. Baumgart; Technische Universität Chemnitz; 0371/531/35161; rico.baumgart@mb.tu-chemnitz.de

# KRAFTPFEILE

## Definition eines Pfeils

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 6 & 6 & 16 & 16 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

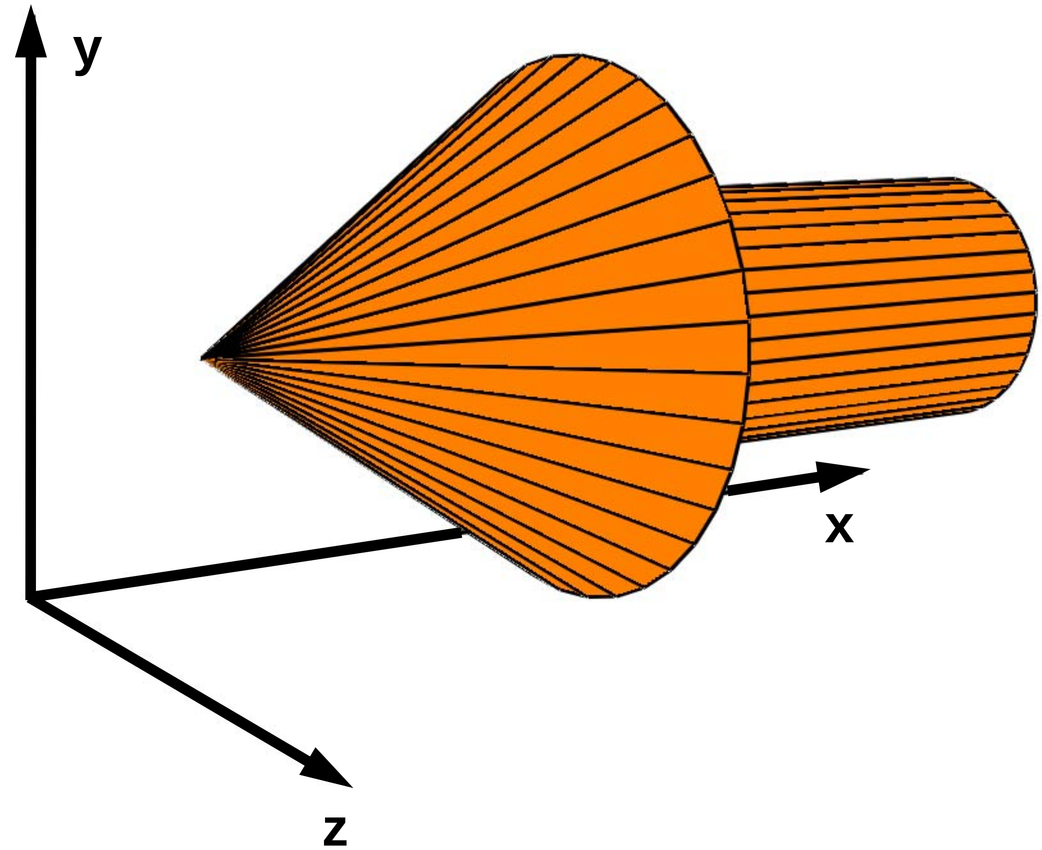


# KRAFTPFEILE

## Definition eines Pfeils

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 6 & 16 & 16 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

**Pfeil:= Drehen$_x$(M,10°,360°)**



# KRAFTPFEILE

## Definition eines Pfeils

$$M := \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} [0 & 6 & 6 & 16 & 16] \\ [0 & 4 & 2 & 2 & 0] \\ [0 & 0 & 0 & 0 & 0] \end{pmatrix}$$

**Pfeil:= Drehen$_x$(M,10°,360°)**

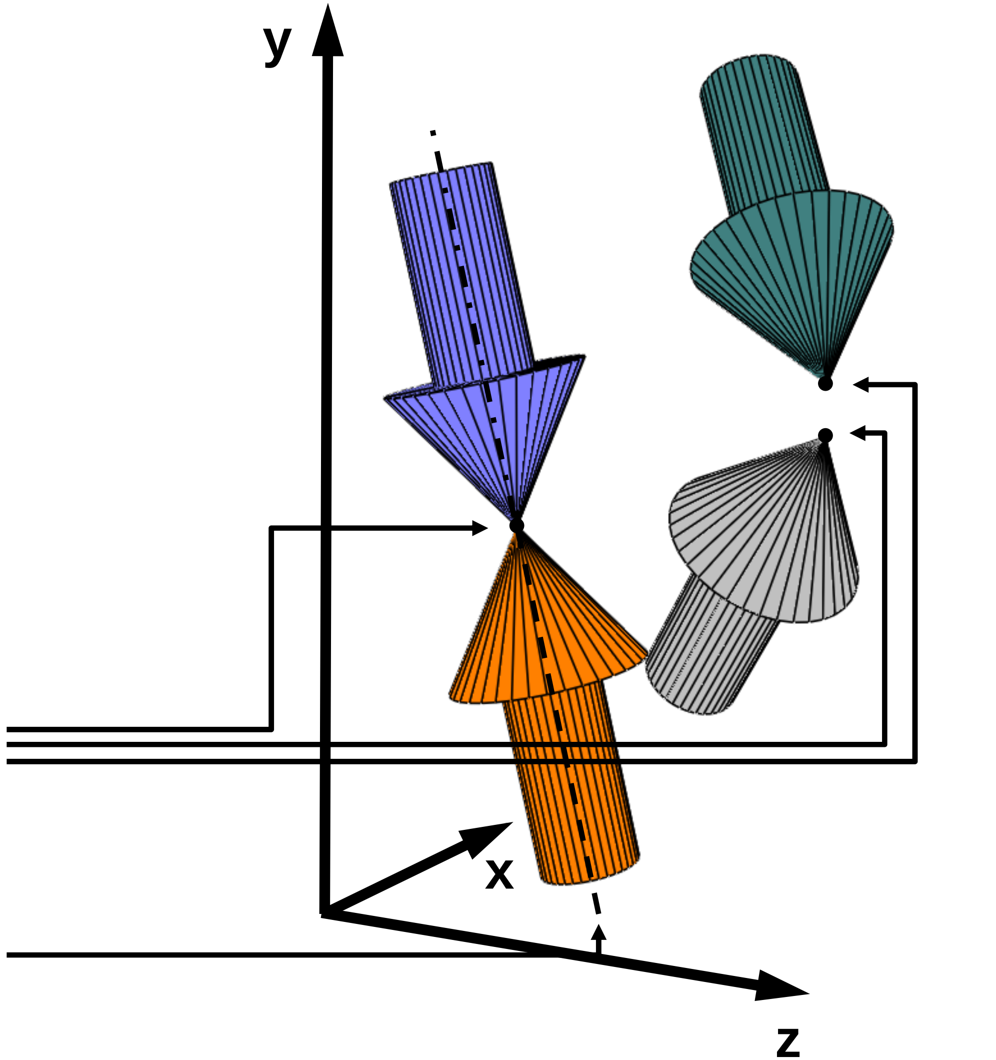
**räumliche Drehung und Verschiebung des Pfeils**

**Pfeil`:= f(P,$\vec{a}$,F)**

**Pfeilspitze** $P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

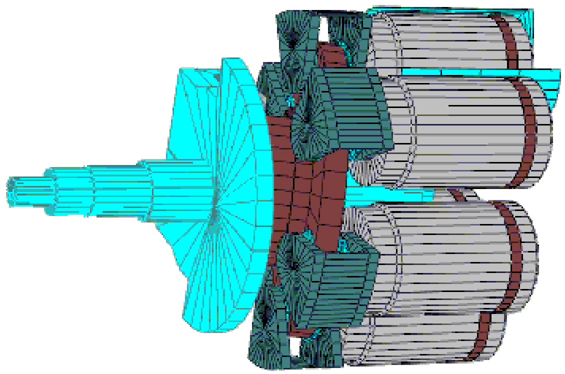
**Richtungsvektor** $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

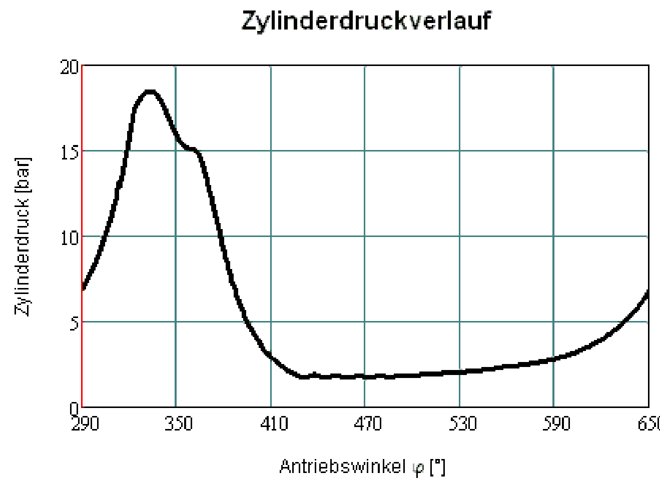
**Kraft** **+, -**



# KRAFTPFEILE

## Kräfte in einem Pkw-Kältemittelverdichter

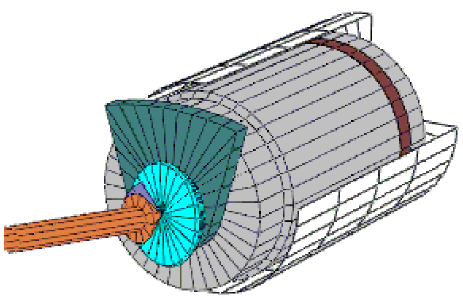


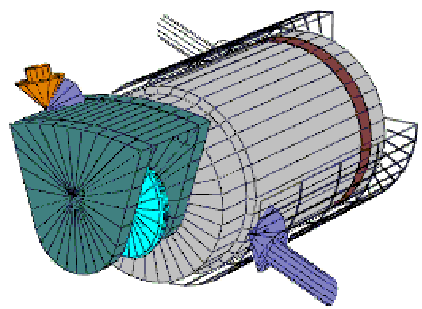


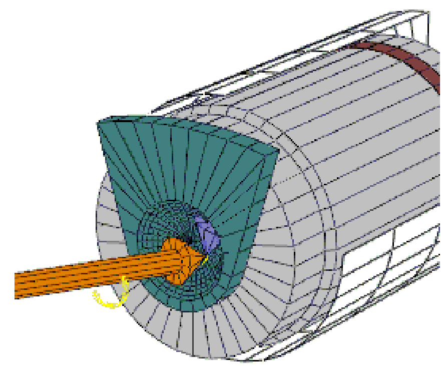

**Reaktions- und Reibkraft im Kontakt zw. Kolben und Schwenkscheibe**

**Kontakt- und Reibkraft zw. Kolben und Gehäuse bzw. Zylinder**

**Kontakt- und Reibkraft in der Kolbenkallotte**

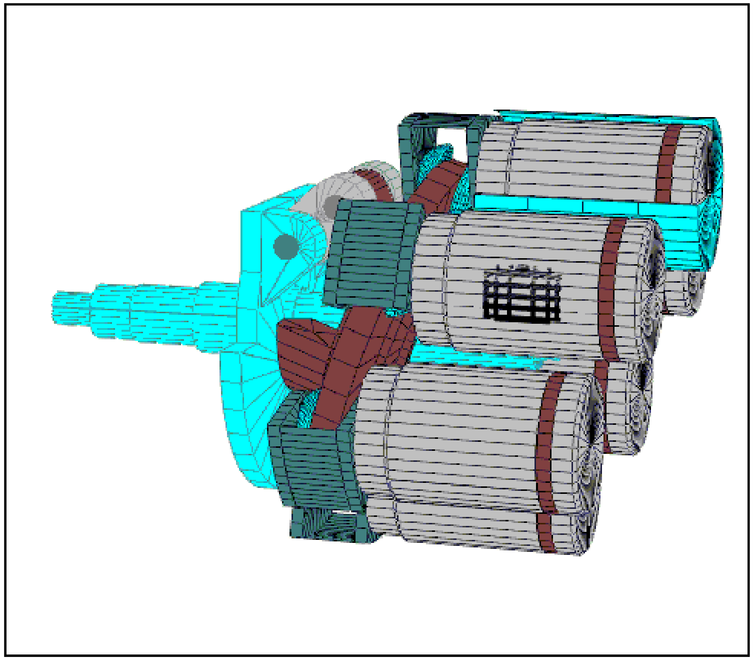






Dipl.-Ing. R. Baumgart; Technische Universität Chemnitz; 0371/531/35161; rico.baumgart@mb.tu-chemnitz.de

TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ




# Rico Baumgart
# Telefon: 0371 531 35161
# rico.baumgart@mb.tu-chemnitz.de