



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Zweidimensionale Bewegungsformen in der Vibrationsfördertechnik

Von der Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Chemnitz
genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt

von	Dipl.-Ing. Thomas Risch
geboren am	04. 11. 1979 in Karl-Marx-Stadt
eingereicht am	10. November 2010

Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Klaus Nendel
	Jun.- Prof. Dr.-Ing. Andre Katterfeld

Chemnitz, den 01. 03. 2011

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-65499>

Bibliographische Beschreibung

Verfasser:	Thomas Risch
Thema:	Zweidimensionale Bewegungsformen in der Vibrationsfördertechnik
Art der Arbeit:	Dissertation an der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Chemnitz, Institut für Fördertechnik und Kunststoffe, Chemnitz, 2010.
Umfang:	155 Seiten, 80 Abbildungen, 4 Tabellen, 49 Literaturstellen, 3 Anlagen

Kurzreferat

Vibrationsförderer gehören zur Gruppe der Stetigförderer und werden branchenübergreifend sowohl zur Schütt- als auch zur Stückgutförderung eingesetzt. Das Förderorgan eines Vibrationsförderers versetzt ein darauf befindliches Fördergut mittels kleiner periodischer Vibrationen in eine gerichtete Bewegung. Diese Gutbewegung wird anhand der mittleren Fördergeschwindigkeit charakterisiert und stellt eine wichtige Dimensionierungsgröße dar. Gleichzeitig dient die mittlere Fördergeschwindigkeit, neben einem ruhigen Laufverhalten des Gutes, als Beurteilungskriterium der Güte eines Vibrationsförderers.

Die fortschreitende Entwicklung bringt immer komplexere Geräte mit nahezu beliebigen zweidimensional ausgeformten Vibrationsbewegungen hervor, wobei diese gelegentlich auch unbeabsichtigt generiert werden. Die aus solchen Bewegungsformen resultierenden Fördergutreaktionen lassen sich mit bislang vorhandenen Berechnungsmodellen nicht beschreiben.

Die vorliegende Arbeit untersucht die Einflüsse zweidimensionaler Bewegungsformen eines Förderorgans auf die daraus resultierende Gutbewegung bei Vibrationsförderern. Diesbezüglich wurde ein numerisches Berechnungsmodell entwickelt, experimentell verifiziert und mit der nach dem Stand der Technik geläufigen Berechnungsvorschrift verglichen. Das entwickelte Modell diente weiterhin als Basis theoretischer Untersuchungen, insbesondere für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung. Aus den Untersuchungsergebnissen konnte schließlich eine für den Anwender praktikable und erweiterte Berechnungsvorschrift abgeleitet werden.

Schlagworte: Vibrationsfördertechnik, Schwingfördertechnik, Vibrationsförderer, zweidimensionale Bewegung, Berechnung der Fördergeschwindigkeit, Effizienz, Simulation der Gutbewegung, Berechnungsmodell, Gleitförderung, Förderorgan

Abstract

Vibratory conveyors belong to the group of continuous conveyors and are inter-divisionally deployed for the conveyance of bulk and piece goods. The conveyor organ of a vibratory conveyor moves thereupon placed conveyed goods by means of small periodical vibrations in a directed movement. This movement of the goods is characterized via medium conveying speed and describes an important rating dimension. Next to a stable running performance of the goods, the medium conveying speed acts at the same time as an assessment criterion for the quality of a vibratory conveyor.

The progressing development produces more and more complex devices with almost any two-dimensionally formed vibrating movements, which are, however, sometimes generated unintentionally. Reactions of conveying goods resulting from such movement patterns cannot be described with the so far existing analytical models.

The dissertation at hand analyses the influence of two-dimensional movement patterns of a conveyor organ on the resulting movement of the goods when using vibratory conveyors. Concerning this matter, a numerical analytical model was developed, experimentally verified and, according to the calculation rule, compared to the state of the technology. The developed model provided furthermore a basis for theoretical research, here especially for 2D movement patterns of first order. Finally, a practicable and extended calculation rule could be deduced from the research results.

Vorwort

Diese Dissertationsschrift entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik und Kunststoffe der Technischen Universität Chemnitz.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Klaus Nendel, der mich stets als Mentor uneingeschränkt unterstützte und mir den nötigen Freiraum für die Verwirklichung meiner Ideen einräumte. Seine Diskussionsbereitschaft und die daraus entstandenen Anregungen haben maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Jun.-Prof. Dr.-Ing. Andre Katterfeld danke ich für die Übernahme des Koreferates sowie für die zahlreichen fachlichen Diskussionen.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dresig für die Ermutigung und die wertvollen fachlichen Hinweise in der Startphase meines Vorhabens bedanken. Nicht zu vergessen Herr Dr. Uwe Streit, der mir ganz selbstverständlich bei meinen ersten Schritten in der Programmierung mit Rat und Tat zur Seite stand.

Außerdem danke ich allen Mitarbeitern des Institutes, die mich engagiert unterstützten wissenschaftliche oder technische Probleme zu lösen und mir auf diese Weise die Umsetzung meiner Ideen wesentlich erleichterten.

Nicht zuletzt bedanke ich mich natürlich bei meinen Eltern und meiner Familie für die bedingungslose Unterstützung während meiner Ausbildung. Ich möchte an dieser Stelle die Gelegenheit nutzen, mich endlich einmal für meine nicht selten geistige Abwesenheit und den chronischen Zeitmangel zu entschuldigen und ihnen schließlich diese Arbeit widmen.

“...I’m picking up good vibrations, It ’s giving me excitations...”

nach Brian Wilson *1942 und Mike Love *1941

Chemnitz, den 01. 03. 2011

Thomas Risch

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Einordnung der Arbeit innerhalb der Fördertechnik	2
1.3	Zielstellung und Aufbau der Arbeit	3
2	Überblick zur Vibrationsfördertechnik	5
2.1	Aufbau, Wirkprinzip und Klassifizierung von Vibrationsförderern.....	5
2.1.1	Förderorgane, Linear-, Wendel- und Flächenvibrationsförderer.....	6
2.1.2	Antriebe in der Vibrationsfördertechnik	8
2.1.3	Lagerung der Förderorgane.....	10
2.2	Vibrationsförderprinzipien	11
2.3	Berechnung der Fördergeschwindigkeit	12
2.3.1	Berechnung der Fördergeschwindigkeit nach VDI 2333 (Mikrowurf).....	14
2.3.2	Theoretische und reale Fördergeschwindigkeit	16
2.3.3	Grenzen der Berechnungsvorschrift nach VDI 2333	17
2.3.4	Berechnung der Gleitfördergeschwindigkeit	18
2.4	Verwandte Arbeiten	19
2.5	Abgrenzung und erweiterte Zielstellung der Arbeit	21
3	Theoretische Grundlagen	23
3.1	Reibung in tribotechnischen Systemen	23
3.1.1	Mikroskopische Ursachen der Reibung - Reibungsmechanismen	24
3.1.2	Reibungsarten und Reibmodelle	25
3.1.3	Bedeutung der Reibung für den Vibrationsförderprozess	29
3.2	FOURIER-Transformation.....	30

3.2.1 FOURIER-Reihe in komplexer Schreibweise.....	31
3.2.2 Diskrete FOURIER-Transformation - DFT	33
3.2.3 Ausgleichsrechnung (Fitting).....	35
3.3 Die Dynamik von Vibrationsförderern	37
3.3.1 Das Modell des Ein-Massen-Schwingers.....	38
3.3.2 Kraftwirkungen zur Umgebung.....	40
3.3.3 Das Modell des Zwei-Massen-Schwingers	42
3.4 Zweidimensionale Bewegungsformen bei Vibrationsförderern	48
3.4.1 Harmonische Bewegungsformen 1. Ordnung.....	49
3.4.2 Bewegungsformen höherer Ordnung.....	51
4 Modellierung des Förderprozesses.....	53
4.1 Koordinatenzuweisung und Kräfteschaubild	54
4.2 Bewegungsgleichungen und Zustandsbedingungen	56
4.2.1 Haftzustand	56
4.2.2 Gleitzustand	57
4.2.3 Wurfzustand.....	58
4.3 Mittlere Fördergeschwindigkeit.....	61
4.4 Wahl der Anfangsbedingungen.....	63
4.5 Definition der Effizienz von Vibrationsförderern	64
4.6 Effizienzbetrachtungen am Modell nach VDI 2333	67
5 Experimentelle Untersuchungen	69
5.1 Versuchsaufbau und Versuchsplanung.....	69
5.2 Verwendete Probekörper	71
5.3 Untersuchte Vibrationsförderer / Labormuster.....	72
5.3.1 Vibrationsfördererklasse VLF-E.....	73
5.3.2 Vibrationsförderer VLF-PM	75

5.4 Vorbereitung der Messdaten / Parameteräquivalenz	76
5.5 Auswertung der experimentellen Untersuchungen	78
5.5.1 VLF-E/1-28	78
5.5.2 VLF-E/2-38	80
5.5.3 VLF-E/3-100	82
5.5.4 VLF-PM	84
5.6 Zusammenfassung und Fehlerbetrachtung.....	86
 6 Theoretische Untersuchungen	 87
6.1 Vergleich zum Berechnungsmodell nach VDI 2333	87
6.2 Serienrechnungen – Bereichsdefinitionen / Datenstruktur	90
6.3 Effizienz bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung	92
6.3.1 Optimaler Phasenwinkel.....	94
6.3.2 Einfluss der Reibwerte	96
6.3.3 Optimaler Phasenwinkel und Reibwerte.....	98
6.3.4 Effizienz bei geneigten Förderorganen.....	101
6.4 Ableitung einer Berechnungsvorschrift	102
 7 Zusammenfassung und Ausblick	 107
Literaturverzeichnis	111
Abbildungsverzeichnis.....	115
Tabellenverzeichnis.....	121
Anlage 1: Optimaler Phasenwinkel ϕ_x für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung bei ausgewählten Reibkoeffizienten für nicht geneigte Förderorgane	123
Anlage 2: Beispiel zur Berechnung und Optimierung eines Vibrationsförderers.....	129
Anlage 3: Vorstellung des entwickelten Berechnungsprogramms „VibraSpeed2D“	133

Abkürzungen und Symbole

Kurzzeichen	Erklärung
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
ASCII	<u>A</u> merican <u>S</u> tandard <u>C</u> ode for <u>I</u> nformation <u>I</u> nterchange
DFT	<u>D</u> iskrete <u>F</u> OURIER- <u>T</u> ransformation
FG	<u>F</u> ördergeschwindigkeit
FÖO	<u>F</u> örder <u>o</u> rgan
FT	<u>F</u> OURIER- <u>T</u> ransformation
GB	<u>G</u> leit <u>b</u> ereich
MS	<u>M</u> icro <u>s</u> oft
VDI	<u>V</u> erein <u>D</u> eutscher <u>I</u> ngenieur <u>e</u>
VLF	<u>V</u> ibrations <u>l</u> inear <u>f</u> örderer
WB	<u>W</u> urf <u>b</u> ereich

Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Erklärung
a	$m\,s^{-2}$	allgemeine Beschleunigung
a_n	-	allgemeiner Koeffizient
A	m^2	allgemeine Fläche
A_n	-	allgemeine Amplitude einer trigonometrischen Funktion
$\mathbf{A}$	-	Übertragungsmatrix beim Fitting
b	$kg\,s^{-1}$	Dämpfungswert in dynamischen Systemen
b_1	$kg\,s^{-1}$	Dämpfungswert der Gestellfederelemente
b_2	$kg\,s^{-1}$	Dämpfungswert der Arbeitsfederelemente
b_n	-	allgemeiner Koeffizient
$\mathbf{b}$	-	Vektor zu fittender Funktionswerte
B_n	-	allgemeine Amplitude einer trigonometrischen Funktion
c	$N\,m^{-1}$	Steifigkeit eines elastischen Elementes, Federsteifigkeit
c_1	$N\,m^{-1}$	Steifigkeit der Gestellfederelemente
c_2	$N\,m^{-1}$	Steifigkeit der Arbeitsfederelemente
c_w	-	Strömungswiderstandskoeffizient

C_n	-	Allgemeiner Koeffizient einer trigonometrischen Funktion
C_{stat}	m	Statische Auslenkung eines Schwingers
$\mathbf{C}$	-	Steifigkeitsmatrix
E_x	-	Effizienz einer Bewegungsform bezogen auf die x-Ausdehnung
$E_{x/y}$	-	Effizienz einer Bewegungsform bezogen auf die 2D-Ausdehnung
E_y	-	Effizienz einer Bewegungsform bezogen auf die y-Ausdehnung
f	s^{-1}	Frequenz
f_B	s^{-1}	Betriebs-, bzw. Arbeitsfrequenz eines Vibrationsförderers
f_n	-	allgemeiner n-ter Funktionswert
f_M	-	beliebige Modellfunktion
F_D	N	Druckwiderstand
F_{err}	N	Erregerkraft einer Antriebseinheit
F_G	N	Gewichtskraft
F_H	N	Haftreibungskraft
F_N	N	Normalkraft
F_R	N	Gleitreibungskraft
F_T	N	Trägheitskraft
F_W	N	Strömungswiderstand
g	$m\,s^{-2}$	Gravitationsbeschleunigung der Erde
i	-	Imaginäre Einheit oder Laufindex
j	-	Laufindex
k	-	Ordnungszahl oder Laufindex
m	-	Laufindex
m_1	-	Masse der Gestelleinheit eines Vibrationsförderers
m_2	-	Masse des Förderorgans eines Vibrationsförderers
M		Kreismittelpunkt
$\mathbf{M}$	-	Massenmatrix
n	-	Laufindex
$\bar{n}$	-	relative Wurfzeit
N	-	allgemeine Teilung
p_n	$N\,m^{-2}$	Unterdruck
p_h	$N\,m^{-2}$	Überdruck
p_x	m	Absolutkoordinate in horizontaler Richtung
p_y	m	Absolutkoordinate in vertikaler Richtung
P	-	Position, bzw. allgemeine Ortskoordinate

$p^{(...)}$	-	Polynom des in Klammern angegebenen Grades
q	m	Wegkoordinate in einem dynamischen System
$\dot{q}$	ms^{-1}	Ableitung der Wegkoordinate nach der Zeit, Geschwindigkeit
$\ddot{q}$	ms^{-2}	2. Ableitung der Wegkoordinate nach der Zeit, Beschleunigung
$\mathbf{q}$	-	Vektor der generalisierten Koordinaten
r	m	allgemeiner Radius
$\vec{r}$	-	Zeiger, bzw. Vektor
s_{err}	m	Wegvorgabe einer Antriebseinheit
S	-	allgemeines Signal
S_{analog}	-	allgemeines analoges Signal
t	s	Allgemeine Zeit
t_0	s	Startzeit
t_a	s	Aufschlagzeitpunkt nach VDI 2333
t_{abw}	s	Abwurfzeitpunkt des Fördergutes
t_{auf}	s	Auftreffzeitpunkt des Fördergutes
t_E	s	Zeitpunkt, der das Ende einer numerischen Rechnung bestimmt
t_s	s	Abwurfzeit nach VDI 2333
t_{stat}	s	Zeitpunkt des Eintretens des stationären Zustandes
T	s	Periodendauer
u	-	Grad eines Polynoms
U	V	elektrische Spannung
v	-	Grad eines Polynoms
v_{exp}	ms^{-1}	experimentell ermittelte Fördergeschwindigkeit
v_F	ms^{-1}	mittlere Fördergeschwindigkeit
v_r	ms^{-1}	reale Fördergeschwindigkeit
v_{rel}	ms^{-1}	relative Reibgeschwindigkeit
v_{sim}	ms^{-1}	numerisch berechnete, bzw. simulierte Fördergeschwindigkeit
v_{th}	ms^{-1}	theoretische Fördergeschwindigkeit nach VDI-Richtlinie 2333
v_{VDI}	ms^{-1}	theoretische Fördergeschwindigkeit nach VDI-Richtlinie 2333
$\mathbf{v}_i$	-	Eigenvektoren einer Matrix
V	-	Vergrößerungsfunktion
w	-	Grad eines Polynoms
$\mathbf{x}$	-	Vektor der Unbekannten, Lösungsvektor
$z, \bar{z}$	-	allgemeine komplexe Zahl / konjugiert komplexe Zahl
z_i	-	allgemeiner freier Koeffizient beim Parameter-Fitting

Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Erklärung
β	°	Wurfwinkel, bzw. Anstellwinkel von Federelementen
γ	°	Neigungswinkel eines Förderorgans
Γ	-	Wurfkennzahl, bzw. Wurfkennziffer
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	°	Grenzwinkel nach Jung
ε_{stat}	-	Fehlerschranke, definiert den Beginn des stationären Zustands
η	-	Abstimmungsverhältnis, Eigenfrequenz zu Erregerfrequenz
η_B	-	Korrekturfaktor für Berührungseigenschaften von Schüttgütern
η_H	-	Korrekturfaktor für Schütthöhe von Schüttgütern
η_N	-	Korrekturfaktor für den Neigungswinkel eines Förderorgans
η_M	-	Korrekturfaktor für den Feingutanteil von Schüttgütern
η_V	-	Viskosität eines Schmierstoffes
$\mathcal{D}$	-	Dämpfungsgrad
$\mathcal{D}_P$	-	Pralldämpfungsgrad
λ_i	-	i-ter Eigenwert
Λ	-	quadratisches Verhältnis der Eigenfrequenzen
μ	-	allgemeiner Reibwert
μ_G	-	Gleitreibwert nach <i>COULOMB</i>
μ_H	-	Haftreibwert nach <i>COULOMB</i>
v_i	-	i-te Komponente eines Eigenvektors
ξ	m	Relativkoordinate eines Fördergutes bezogen auf das FÖO
π	-	Kreiszahl
ρ	kg m ⁻³	Dichte eines Mediums
ρ_H	°	Haftreibwinkel nach Jung
ϕ	rad	Phasenwinkel
ϕ_n	rad	allgemeiner Phasenwinkel
ϕ_{opt}	rad	optimaler Phasenwinkel, bestes Förderergebnis wird erreicht
ω	rad s ⁻¹	Kreisfrequenz
ω_0	rad s ⁻¹	Eigenkreisfrequenz, Resonanzfrequenz ohne Dämpfung
ω_d	rad s ⁻¹	Eigenkreisfrequenz, Resonanzfrequenz mit Dämpfung
Ω	rad s ⁻¹	Erregerkreisfrequenz

Indices und weiter Symbole

Index	Erklärung
x	steht hier stellvertretend für eine beliebig indizierbare Größe
x_0	Startwert im Anfangszustand
x_{analog}	bezogen auf eine analoge Signalquelle
x_{max}	Maximalwert
x_{min}	Minimalwert
x_n	Nummerierung eines Freiheitsgrades oder eine Ordnung
x_x	bezogen auf horizontale Richtung
x_y	bezogen auf vertikale Richtung
x^n	Potenz
x^*	dimensionslose Größe
Δx	Änderung, bzw. Sprungintervall einer Größe
$x^{(\dots)}$	Zusatzinformation bezüglich der Bezugsquelle
$x^{(-)}$	bezogen auf die als negativ definierte Richtung
$x^{(+)}$	bezogen auf die als positiv definierte Richtung
$\hat{x}$	Amplitude
$\dot{x}$	1. Ableitung nach der Zeit
$\ddot{x}$	2. Ableitung nach der Zeit
$\tilde{x}$	zeitunabhängig nach BERNOULLI-Zerlegung
$\vec{x}$	Vektor, bezogen auf eine grafische Darstellung
$\mathbf{x}$	Vektor
$\mathbf{X}$	Matrix
$\mathbf{X}^+$	pseudoinverse Matrix
$\mathbf{X}^T$	transponierte Matrix
$\mathbf{0}$	Nullvektor, Nullmatrix
$\text{Im}(x)$	Imaginäranteil einer komplexen Zahl
$\text{Re}(x)$	Realanteil einer komplexen Zahl

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Die Fördertechnik beschäftigt sich als ein Teilgebiet der Ingenieurwissenschaft des Maschinenbaus mit der Fortbewegung von Arbeitsgegenständen oder Personen in einem System [Jün89]. Diese Kernaufgabe umfasst jedoch meist gleichzeitig zusätzliche Problematiken wie die Zuführung, die Handhabe, die Orientierung bis hin zur Logistik von Produkten, Verarbeitungsgütern oder Halbzeugen unterschiedlichster Abmessungen und Eigenschaften.

Die anhaltenden Forderungen seitens der industriellen Anwender nach immer höheren Automatisierungsgraden der Produktionsstrecken und immer effizienter arbeitenden Handlings- und Fördereinrichtungen führen unter anderem zu der Notwendigkeit, ältere Fördersysteme zu überarbeiten und neue Förderkonzepte zu entwickeln. Gleichzeitig bringt der fortschreitende Technisierungsgrad neue Generationen von Produkten und Verarbeitungsgütern hervor, deren Handhabe speziellen Anforderungen genügen muss, um diese nicht kritisch zu belasten oder gar zu beschädigen.

Zusätzlich zu den steigenden technologischen und wirtschaftlichen Kriterien innerhalb der Automatisierungs- und Fördertechnik gewinnt die Einhaltung von Arbeitsschutzmaßnahmen zunehmend an Bedeutung. Einen wesentlichen Anteil der Steigerung des Arbeitskomforts bildet dabei die Minimierung der Lärmentwicklung der Produktionsanlagen sowie der eingesetzten Handhabe- und Fördertechnik. Heutzutage existiert eine Vielzahl von Wirkprinzipien in den unterschiedlichsten konstruktiven Ausfertigungen, um den komplexen Ansprüchen verschiedenster Förder- und Transportvorgänge zu genügen. Vibrationsfördersysteme stellen dabei einen wesentlichen Anteil der eingesetzten Technik dar und bilden branchenübergreifend in nahezu allen Industriezweigen wichtige Teilsysteme kompletter Zuführ- und Verarbeitungsstrecken. Jedoch lassen sich diese Systeme auch häufig als Schlüsselstellen gehäufeter Störfälle sowie als Quellen intensiver Geräuschentwicklung identifizieren.

In der Literatur finden sich im Hinblick auf die Bedeutsamkeit dieser fördertechnischen Systeme nur vergleichsweise wenige Publikationen, die sich umfassend und zukunftsorientiert mit dieser Thematik auseinandersetzen. Gleichzeitig kann auf diesem Spezialgebiet der Fördertechnik seit einigen Jahren eine gewisse Stagnation bei der Entwicklung innovativer Systeme festgestellt werden.

Dennoch sind einige am Markt befindliche Vibrationsfördersysteme anderen sichtlich überlegen, obwohl ein ähnlicher Aufbau sowie ein augenscheinlich ähnliches Wirkprinzip der Geräte festgestellt werden kann. Der Schlüssel eines erfolgreichen Vibrationsförderkonzepts scheint daher in der definierten Generierung geeigneter Schwingzustände zu liegen.

1.2 Einordnung der Arbeit innerhalb der Fördertechnik

Es ist möglich, die Teilgebiete der Fördertechnik nach unterschiedlichen Gesichtspunkten zu gliedern. Grundlegend unterscheidet man zwischen *stetigen* und *unstetigen* Förderprozessen. *Unstetigförderer* sind Fördermittel, die einen diskontinuierlichen Fördergutstrom durch abwechselndes Hin- und Herbewegen der lasttragenden Elemente erzeugen (z. B. Krane). *Stetigförderer* sind Fördermittel, die einen kontinuierlichen Fördergutstrom erzeugen (z. B. Förderbänder) [Hof04, Hof05].

Abbildung 1 zeigt eine mögliche Klassifizierung unterschiedlicher Fördersysteme, auf die in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll. In folgenden Quellen sind diesbezüglich weitere Informationen zu finden [Eas87, Paj88, Paj89, Pfe89, Sch85, Sch87, Sch94].

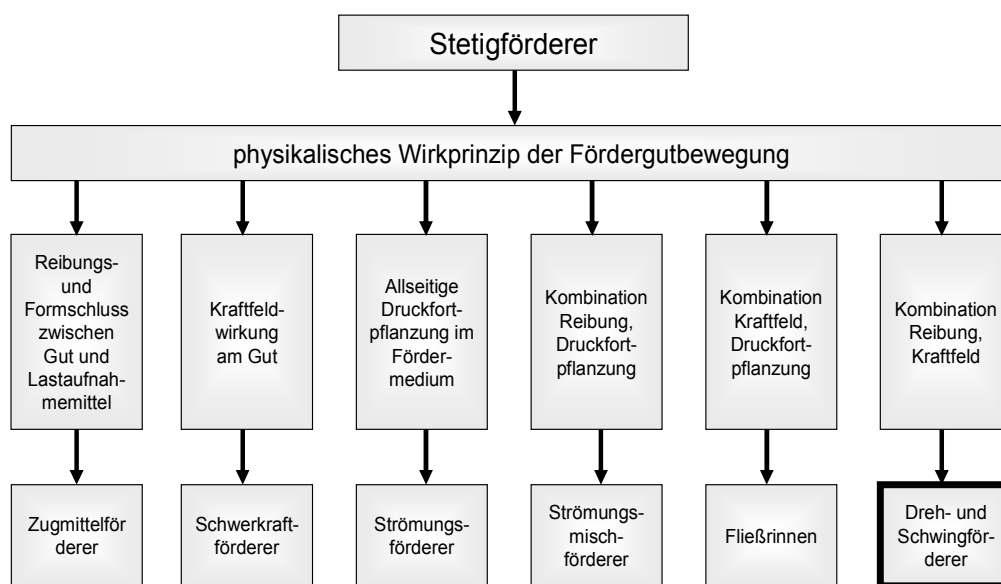


Abb. 1: Schema zur Einordnung der Schwingfördertechnik innerhalb der Fördertechnik nach [Hof04, Hof05]

Die Schwing- bzw. Vibrationsfördertechnik ist ein Spezialgebiet der Fördertechnik im Bereich der stetigen Förderprozesse (Abb. 1). Vibrationsfördersysteme nutzen Kraftfeldwirkungen und Reibkräfte aus und werden vorrangig für kleinere bis mittlere Förderstrecken, d. h. für Distanzen unter 10 m eingesetzt.

Im Anwendungsbereich von Schüttgütern mit vorwiegend granularen Eigenschaften stehen neben der Gutförderung häufig begleitende Verarbeitungs- oder Veredelungsprozesse wie z. B. die Klassierung oder die Trocknung des Fördergutes im Vordergrund. Im Umgang mit Stückgütern kleiner bis mittlerer Abmessungen, die sich innerhalb von Bunkereinheiten in einer ungeordneten Lage befinden, werden Vibrationsfördersysteme häufig eingesetzt, um die Stückgüter in eine definierte Lage zu bringen, abzuführen und für anschließende Verarbeitungsprozesse zu positionieren. Zu typischen Produktvertretern gehören beispielsweise Tabletten oder Schrauben bis hin zu kleineren Baugruppen, speziell aus dem Bereich der Füge- und Montagetechnik. Der für diese Aufgaben notwendige materielle, energetische und technische Aufwand ist sehr gering im Vergleich zum Einsatz alternativer Förder- und Handhabesysteme, wie z. B. sensorisch überwachten umlaufenden Zugmitteln oder gesteuerten Greiferelementen (Robotertechnik).

1.3 Zielstellung und Aufbau der Arbeit

Eine Literaturrecherche zeigt, dass sich die wissenschaftlichen Untersuchungen zum Thema Vibrationsfördertechnik im Wesentlichen auf die Jahre von 1960 bis 1985 konzentrieren und bis heute das Fundament von Dimensionierungs- und Berechnungsvorschriften bilden. Die Entwicklungsgeschichte dieser Systeme hat jedoch seit dem, unter anderem aufgrund der vielfältigen Anwendungsgebiete, zahlreiche Bauformen und Baugrößen hervorgebracht, die meist nur sporadisch in verstreuten Literaturquellen erwähnt werden. Mit dieser heutigen „Artenvielfalt“ eröffnen sich neben systemspezifischen Problematiken auch technisch effizientere Einsatzmöglichkeiten, die mit bestehenden Berechnungsgrundlagen nicht ausreichend beschrieben werden können. Dies betrifft insbesondere die zu erwartende Fördergeschwindigkeit des Fördergutes, die vom Anwender meist als Basisgröße zur Dimensionierung eines Systems vorgegeben wird.

Das **Ziel** dieser Arbeit ist es, ein theoretisches Modell zur Berechnung der zu erwartenden Fördergeschwindigkeit eines Gutes für beliebige Vibrationsbewegungen zu entwickeln und damit die bestehenden Berechnungsgrundlagen wesentlich zu erweitern. Der Fokus liegt dabei auf den theoretischen Untersuchungen der Einflüsse der für den Anwender relevanten Kenngrößen sowie der Ableitung optimaler Bewegungsgesetze für Vibrationsfördersysteme allgemein. Dies soll schließlich einen effizienten Einsatz von Vibrationsförderern ermöglichen und damit gleichzeitig als Basis zur Entwicklung von leistungsfähigeren Systemen dienen.

In **Kapitel 2** wird ein allgemeiner Überblick über den Stand der Vibrationsfördertechnik gegeben. Zu diesem Zweck werden die unterschiedlichsten Systeme hinsichtlich ihres Aufbaus und ihrer Wirkungsweise charakterisiert und klassifiziert. Weiterhin wird das in der Praxis geläufigste Modell zur Berechnung der Fördergeschwindigkeit erläutert und dessen Grenzen erörtert. Unter Berücksichtigung verwandter wissenschaftlicher Arbeiten findet schließlich eine Abgrenzung zur vorliegenden Arbeit sowie eine Präzisierung der Zielstellung statt.

Kapitel 3 befasst sich anfangs mit den theoretischen Grundlagen, die unmittelbar für das Verständnis der Arbeit notwendig sind. In Anlehnung an Kapitel 2 werden zur erweiterten Darstellung des Standes der Vibrationsfördertechnik schwingungstechnische Grundlagen erarbeitet, die in direktem Bezug zur Gestaltung und zur Dimensionierung moderner Vibrationsfördersysteme stehen. Abschließend wird die fundamentale Begrifflichkeit „Zweidimensionale Bewegungsform“ eingeführt und deren technische Relevanz erörtert.

In **Kapitel 4** wird ein Berechnungsmodell entwickelt, welches den Kern der nachfolgenden theoretischen Untersuchungen bildet.

Kapitel 5 widmet sich der experimentellen Verifizierung des entwickelten Berechnungsmodells anhand von ausgewählten Beispielmessungen und beschreibt den gewählten Versuchsaufbau sowie die Strategie der Versuchsdurchführung.

In **Kapitel 6** werden auf Basis des Berechnungsmodells aus Kapitel 4 numerische Serienrechnungen ausgewertet und Zusammenhänge zwischen den relevanten Bewegungsparametern hergestellt. Aus diesen Abhängigkeiten wird schließlich eine vereinfachte Berechnungsvorschrift für den Anwender erarbeitet und mit den numerischen Ergebnissen verglichen.

Kapitel 7 stellt eine Zusammenfassung der Erkenntnisse dar, erläutert deren Relevanz zur Praxis und gibt einen Ausblick auf Möglichkeiten anknüpfender Untersuchungen.

Kapitel 2

Überblick zur Vibrationsfördertechnik

2.1 Aufbau, Wirkprinzip und Klassifizierung von Vibrationsförderern

Im Wesentlichen ist der Aufbau von Vibrationsförderern durch ein schwing- oder pendelfähig gelagertes Förderorgan gekennzeichnet, welches meist als Rinne (Förderrinne), Rohr oder Trog ausgebildet ist und mittels einer Erregerkraft $F_{err}(t)$ oder einer Wegvorgabe $s_{err}(t)$ in eine periodisch hin- und hergehende Bewegung versetzt wird. Diese Bewegung wird meist über die Frequenz, die Schwingweite (doppelter Maximalwert der Bewegungsamplitude) und den Anstellwinkel (Winkel zwischen der Horizontalen und der Bewegungsrichtung des Förderorgans) charakterisiert und als Betriebspunkt bezeichnet.

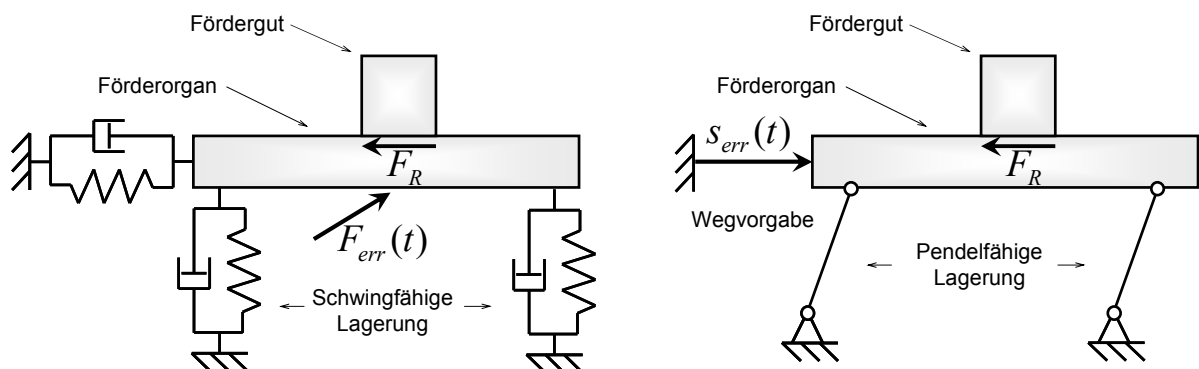


Abb. 2: Prinzipskizze - verallgemeinerter Aufbau eines Vibrationsförderers

Das Förderorgan beschleunigt das auf ihm liegende Gut bei seiner Bewegung in Förderrichtung über wirkende Reibkräfte an den Kontaktflächen. Bei der Rückwärtsbewegung des Förderorgans behält das Fördergut aufgrund seiner Massenträgheit die ursprüngliche Bewegungsrichtung bei. Ist die Relativbewegung des Fördergutes zum Förderorgan innerhalb einer Bewegungsperiode in eine Richtung größer, so entsteht eine gerichtete Fördergutbewegung. Dieser Effekt tritt allerdings nur auf, wenn das Förderorgan entweder asymmetrisch beschleunigt wird (die Beschleunigung bei der Rückwärtsbewegung ist größer als in Förderrichtung) oder sich unter einem bestimmten Winkel zur horizontalen Nulllage bewegt.

In der langjährigen Entwicklungsgeschichte der Vibrationsfördertechnik ist eine Fülle unterschiedlicher Vibrationsfördersystemen entstanden, die aus den jeweiligen Einsatzbedingungen der Geräte herrühren. Dennoch kann der Aufbau aller Geräte in drei prinzipiellen Funktionsbaugruppen zusammengefasst und schematisiert werden.

2.1.1 Förderorgane, Linear-, Wendel- und Flächenvibrationsförderer

Als Förderorgan bezeichnet man die Teilkomponente eines Vibrationsförderers, deren räumliche Bewegungsbahn das Fördergut in eine gerichtete Förderbewegung mit einer bestimmten Fördergeschwindigkeit versetzt. Fördergut und Förderorgan befinden sich dabei in direktem Kontakt zueinander. Förderorgane übernehmen neben der primären Aufgabe des Guttransportes oft gleichzeitig zusätzliche Aufgaben. Bei der Schüttgutförderung konzentrieren sich diese Aufgaben hauptsächlich in den Bereichen der Klassifizierung, Durchmischung oder Trocknung der Verarbeitungsgüter. Zu diesem Zweck werden beispielsweise Förderorgane mit Sieb- oder Belüftungsöffnungen eingesetzt. Schüttgutähnliche Stückgüter sind meist Teile oder technische Baugruppen kleiner bis mittlerer Abmessungen, die nach oder vor einem Bearbeitungs- oder Verarbeitungszyklus in großer Stückzahl zur Verfügung stehen. Nicht selten befinden sich diese Teile in einer ungeordneten Lage und müssen für den weiteren Produktionsprozess sortiert, geordnet, und positioniert werden. Dafür werden stets teilspezifische Förderorgane angefertigt, die stufenweise Orientierungs- und Sortierungsstationen aufweisen. Die Ausnutzung der Schwerkraft und der Schwerpunktlage kleiner Teile auf dem Förderorgan gehören - in Ergänzung mit optischen Sensoren und zusätzlichen pneumatischen Ausschleusungseinheiten - derzeit zu den am weitesten verbreiteten Wirkprinzipien.

Vibrationsförderer können damit zahlreiche Aufgaben begleitend zum Förderprozess übernehmen. Die konstruktive Ausgestaltung der jeweiligen Förderorgane ist dabei höchst komplex und vielfältig, so dass auf Detaillösungen in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden kann.

Förderorgane können aus den verschiedensten Werkstoffen bestehen und dabei sowohl aus massiven Körpern gefräst als auch aus Einzelkomponenten, wie Blechen oder kleineren massiven Baugruppen zusammengesetzt werden. Die Werkstoffpalette reicht dabei von Metallen über Kunststoffe bis hin zu textilen Belägen. Gleichzeitig werden vielfältige Beschichtungstechnologien eingesetzt, um den Förderorganen bestimmte Eigenschaften zu verleihen, wie z. B. die Beeinflussung der Reibwerte zum Fördergut, die Erhöhung der Abriebfestigkeit oder die Minderung von Lärmemissionen beim Vibrationsfördervorgang.

Eine prinzipielle Einteilung von Vibrationsfördersystemen lässt sich jedoch anhand der markanten Ausgestaltung des Förderorgans und der damit verbundenen Funktionsweise treffen. Man unterscheidet zwischen *Linearförderern*, *Wendelförderern* und *Flächenförderern*.

Linearförderer weisen ein geradliniges Förderorgan auf, welches meist in Form einer Rinne oder eines Rohres ausgebildet ist. Die Gutförderung erfolgt vorrangig in horizontaler Richtung. Durch eine Steigung bzw. Abwärtsneigung des Förderorgans ist es ebenfalls möglich, geringe vertikale Distanzen zu überwinden. Der Steigungswinkel eines Förderorgans wird in den meisten Literaturquellen und damit auch im folgenden Text über den Winkel γ beschrieben. Linearschwingförderer mit einer Abwärtsneigung werden oft auch als Schüttelrutschen bezeichnet. Die maximal erreichbaren Fördergeschwindigkeiten sind bei Schüttelrutschen aufgrund der Schwerkraftwirkung wesentlich höher im Vergleich zu ansteigenden Förderorganen. Die maximale Steigung bei der noch eine gerichtete Förderbewegung beobachtet werden kann, liegt in Abhängigkeit der vorherrschenden Reibungsverhältnisse und Förderguteigenschaften bei ca. 10° .

Wendelschwingförderer sind durch ein spiralförmig ausgearbeitetes Förderorgan gekennzeichnet, welches meist in Form eines Troges ausgebildet ist. Sie dienen primär zur vertikalen Förderung. Der Trog wird unter einem Winkel zur horizontalen Ebene in eine Dreh-schwingung versetzt. Das Fördergut wird über Fliehkräfte an die Trogwand befördert und wandert auf spiral- oder helixförmigen Ausarbeitungen nach oben. Die dabei möglichen Steigungswinkel liegen analog zu den Linearförderern bei ca. 10° . Die trogförmige Struktur ermöglicht es, Wendelschwingförderer gleichzeitig als Bunkereinheiten zu nutzen. Die indirekte vertikale Förderung bedingt lange Förderstrecken, die das Fördergut zurücklegen muss. Dadurch entsteht stets eine gewisse Trägheit des Fördergutstromes. Die Wendelstruktur bietet jedoch gleichzeitig ausreichend Raum für das Anbringen von schwerkraftbasierenden Sortiereinrichtungen. Güter die sich nicht in der gewünschten Lage befinden, fallen so einfach zurück zum Trogboden des Förderorgans.

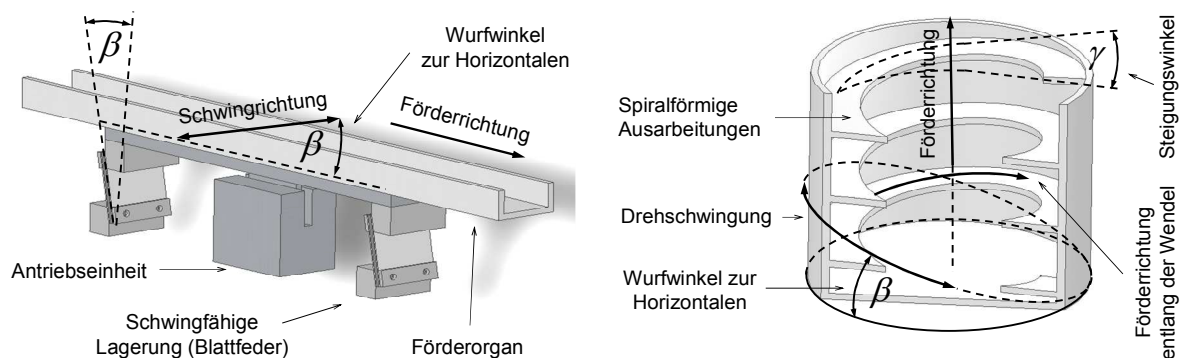


Abb. 3: Prinzipskizze eines Linearförderers (links) und eines Wendelförderers (rechts); Kennzeichnung der Schwingrichtung und der Förderrichtung unter einem Wurfwinkel

Flächenförderer zeichnen sich als einzige Bauform dadurch aus, dass sie mit einem Förderorgan unterschiedliche Förderrichtungen umsetzen können. Um dies zu erreichen, wird das Förderorgan segmentweise mit Faserteppichen belegt und in eine ausschließlich vertikale Vibrationsbewegung versetzt. Die gerichtete Faserrichtung eines einzelnen Teppichsegmentes führt, aufgrund der Durchbiegung beim Kontakt mit dem Fördergut, zu einer in Faserrichtung liegenden, resultierenden Fördergutbewegung.

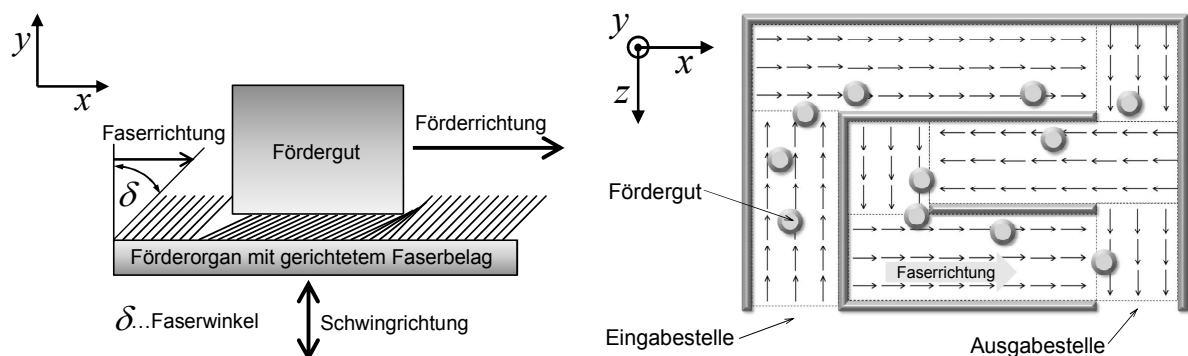


Abb. 4: Vertikal schwingendes Förderorgan - Faserrichtung und resultierende Förderrichtung (links); Sonderform eines Vibrationsförderers zur flächigen Gutförderung, variable Förderrichtungen auf einem Förderorgan (rechts)

Da das Förderorgan keine horizontalen Bewegungsanteile besitzt, ist es möglich, allein durch die Faserorientierung nahezu beliebige Bahnen des Fördergutstromes in der horizontalen Ebene zu erzeugen. Dabei sind meist nicht einmal Leitelemente notwendig. Durch eine um 45° zur beabsichtigten Förderrichtung versetzte Anordnung der Teppichsegmente kann sogar eine Zentrierung oder Auflockerung des Fördergutstroms erreicht werden. Durch den sanften Kontakt zwischen Fasern und Fördergut ist der Fördervorgang nahezu geräuschlos und schonend und deshalb besonders für bruchempfindliche Stückgüter geeignet. Die Härte der eingesetzten Fasern (oder Borsten) muss allerdings stückgutabhängig ausgewählt werden. Dabei ist zu beachten, dass für die Faserdimensionierung sowohl die Masse des Fördergutes als auch die Auflagefläche relevant sind. Abhängig von der Beschaffenheit einzelner Fördergüter können mit solchen Flächenschwingförderern sogar Steigungen von bis zu 10° [Hes00] bewerkstelligt werden. Die Ausrichtung der Fasern verhindert beim Anstieg der Förderebene ein Zurückrutschen des Fördergutes, wenn sich dessen Körperkanten in ausreichendem Maße mit dem Faserüberstand verhaken.

2.1.2 Antriebe in der Vibrationsfördertechnik

Vibrationsförderer arbeiten in Abhängigkeit des Einsatzgebietes in unterschiedlichen Betriebspunkten. Das typische Frequenzspektrum erstreckt sich dabei über einen Bereich von 5 bis ca. 200 Hz mit Schwingweiten bis zu mehreren Zentimetern. In der Verarbeitungsindustrie grober Schüttgüter, wie z. B. im Bergbau oder der Siliziumindustrie, sind die größten Geräte zu finden. Sie arbeiten meistens mit großen Schwingweiten im niederfrequenten Bereich bis zu 10 Hz. In der Handhabe- und Automatisierungstechnik von Stückgütern kleiner bis mittlerer Abmessungen werden hingegen meist kleine Schwingweiten von wenigen Zehntelmillimetern bei hohen Frequenzen von 50 - 200 Hz bevorzugt.

Die unterschiedlichen Einsatzgebiete und die damit verbundenen Betriebszustände haben verschiedenste Antriebseinheiten für Vibrationsförderer hervorgebracht. Neben ihrer technischen Funktionsweise kann man zwischen *wegerregenden*, *stützerregenden* und *krafterregenden Antrieben* unterscheiden.

Wegerregende Antriebe geben dem Förderorgan das Bewegungsverhalten direkt vor und erzeugen somit eine gleichphasige Systemantwort. Die Wegvorgabe des Förderorgans seitens der Antriebseinheit verlangt stets nach einer festen Abstützung zum Fundament. Folglich werden die dynamischen Kräfte der bewegten Massen vollständig auf die Umgebung des Gerätes übertragen. Ein weit verbreitetes Beispiel ist der *Schubkurbelantrieb*. Er wird häufig eingesetzt, um große Schwingweiten bei niedrigen Frequenzen zu erzeugen. Die direkte und starre Krafteinleitung bei sehr großen zu beschleunigenden Massen verursacht jedoch häufig kritische Verschleißstellen, die regelmäßige Wartungsarbeiten nach sich ziehen.

Eine relativ neue Antriebsmöglichkeit in der Geschichte der Vibrationsfördertechnik sind die *piezoelektrischen Aktoren*. Durch das Anlegen einer wechselnden elektrischen Spannung verändern die Aktoren ihre räumliche Ausdehnung und es kommt zu einer resultierenden Verschiebung der Oberfläche. Dieser Effekt kann ausgenutzt werden, um ein Förderorgan in Bewegung zu versetzen.

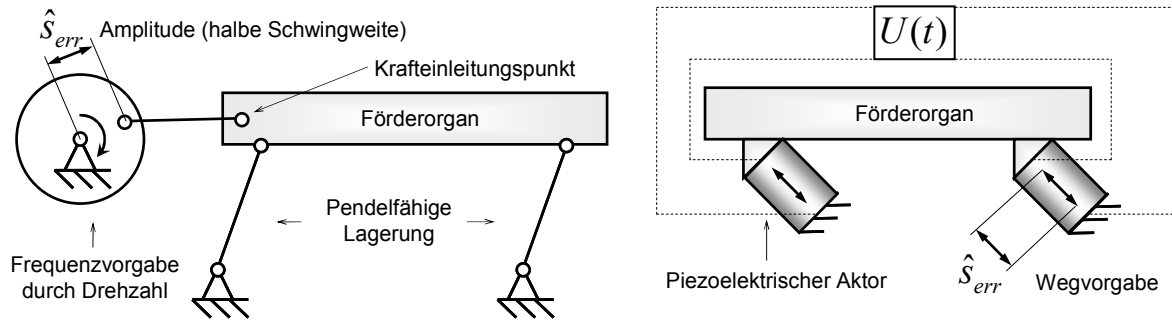


Abb. 5: Wegerregende Antriebe; Prinzipskizzen zur Wirkungsweise von Schubkurbelantrieben (links) und piezoelektrischen Aktoren (rechts) beim Einsatz in der Vibrationsfördertechnik

Stützerregende Antriebe basieren auf einer Wegerregung. Sie wandeln die Wegvorgabe allerdings über eine zwischengeschaltete Federeinheit in eine Kraft und erregen das Förderorgan indirekt. Auf diese Weise kann der Verschleiß in den Krafteinleitungspunkten am Förderorgan gemindert werden.

Krafterregende Antriebe sind in der Vibrationsfördertechnik am weitesten verbreitet. Es gibt dabei zahlreiche technische Funktionsprinzipien, um eine Krafterregung zu realisieren. Die meisten basieren jedoch auf Trägheitskräften oder elektromagnetischen Kraftfeldwirkungen.

Unwuchtantriebe bestehen aus zwei gegenläufig rotierenden, exzentrischen Massen. Die Fliehkraft der Exzentrizitäten wird so gezielt in einer Richtung ausgelöscht und in einer Richtung verstärkt.

Vibratoren beschleunigen eine Erregermasse wechselseitig entlang einer linearen Bahn. Weit verbreitete Beispiele sind pneumatische Kolbenvibratoren oder elektromagnetische Vibratoren. Die Trägheitskraftwirkung der bewegten Erregermasse wird am Vibrationsförderer zur Schwingungserregung genutzt.

Linear- und Klapppankerantriebe nutzen primär elektromagnetische Kraftfeldwirkungen aus, um eine Schwingung zu erregen. Die erregende Kraft entsteht somit relativ zwischen zwei Teilmassen des Vibrationsförderers oder direkt zwischen Förderorgan und Fundament.

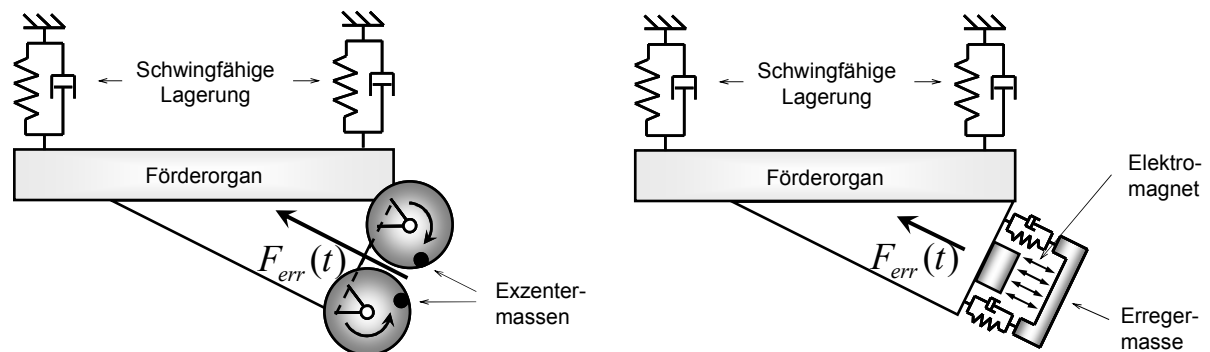


Abb. 6: Prinzipskizze krafterregender Antriebe; Unwuchtantrieb (links); elektromagnetischer Vibratorantrieb (rechts)

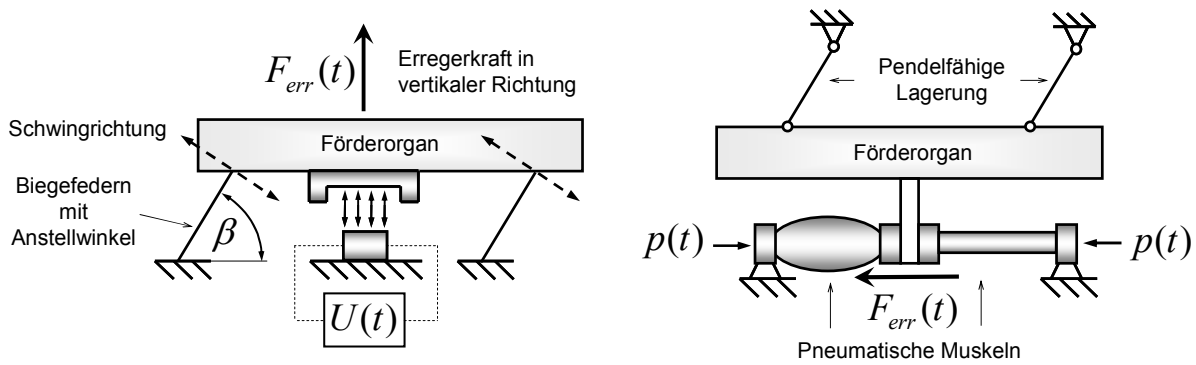


Abb. 7: Prinzipskizze krafteitender Antriebe; Klappankerantrieb (links); pneumatischer Linearantrieb (rechts)

2.1.3 Lagerung der Förderorgane

Das Förderorgan wird über die Lagerung bezüglich des Gestells bzw. bei Mehrmassen-Schwingsystemen bezüglich der Gestellrahmen fixiert. Die Einleitung der Bewegungserregung seitens der Antriebseinheit muss bei formschlüssigen Verbindungen ebenfalls als Teilkomponente der Lagerung interpretiert werden. Die Lagerung umfasst somit die Kopplung zwischen den bewegten Massen und bestimmt die Übertragung der dynamischen Kräfte.

Die Wahl einer entsprechenden Lagervariante ist maßgeblich für die dynamischen Eigenschaften eines Vibrationsförderers verantwortlich. Es gibt unzählige Möglichkeiten ein Förderorgan zu lagern, aber alle lassen sich mechanisch betrachtet auf zwei Wirkprinzipien zurückführen. Man unterscheidet zwischen *Mechanismen* und *Schwingsystemen*.

Mechanismen besitzen einen Zwanglauf, d. h., die Bewegung des Förderorgans entspricht einer konstruktiv vorgegebenen Bahn. Die Lagerelemente sind dabei sehr steif und lassen im Vergleich zur zwangsläufigen Bewegung nur vernachlässigbar kleine Abweichungen zu. Somit entstehen im System keine rückstellenden Kräfte, wenn das Förderorgan um die Nulllage ausgelenkt wird. Für die Dimensionierung der Antriebseinheit bedeutet dies, dass die Gesamtheit der Trägheitskräfte der bewegten Massen aufgebracht werden muss, um das Förderorgan in den gewünschten Betriebszustand zu versetzen. Mit steigender Betriebsfrequenz wachsen diese Kräfte quadratisch an und können sehr schnell bis zur völligen Überlastung der Lager- oder auch Antriebseinheiten führen. Des Weiteren ist zu erwähnen, dass sich bei dieser Möglichkeit der Lagerung, zusätzlich zu den dynamischen Kräften, stets Kontaktflächen gegeneinander bewegen und somit kritische Verschleißbereiche entstehen.

Schwingsysteme sind dadurch gekennzeichnet, dass bei einer Auslenkung des Förderorgans um die statische Ruhelage rückstellende Kräfte in den Lagern entstehen. Diese Kräfte können beispielsweise durch elastische Materialdeformationen (Schraubenfedern) oder Kraftfeldwirkungen (magnetische Lager) hervorgerufen werden. Der Zusammenhang zwischen

Auslenkung und rückstellender Kraftwirkung wird als Steifigkeit c des Schwingsystems bezeichnet und ist eine bedeutende Größe für die Dimensionierung.

Das dynamische Verhalten von Lagerelementen in Schwingsystemen ist zusätzlich durch einen Energieverlust gekennzeichnet. Dieser kann bei elastischer Deformation durch innere Reibung sowie durch Bewegungs- oder Verdrängungswiderstände (z. B. Luftwiderstand) hervorgerufen werden. Diese dissipativen Energien werden meist zur Vereinfachung in Form einer geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung mittels eines Dämpfungswertes b zusammengefasst.

Steifigkeiten, Dämpfungen und bewegte Massen kennzeichnen die dynamischen Eigenschaften von Schwingsystemen. Sie definieren das Bewegungsverhalten eines Förderorgans als Systemantwort auf eine schwingungserregende Größe. Folglich besitzt ein federngelagertes Förderorgan keinen direkten Zwanglauf wie ein Mechanismus. Seine Bewegung ist vielmehr das Resultat eines Gleichgewichts aus Trägheitskräften, rückstellenden Federkräften, Dämpferkräften und den erregenden Kraftgrößen. Eine Federlagerung weist unter anderem die Vorteile auf, dass auf verschleißanfällige Kontaktstellen bewegter Körper verzichtet werden kann und dass Kraftwirkungen zur Umgebung minimiert werden können.

2.2 Vibrationsförderprinzipien

Das Arbeitsprinzip ist eine weitere Möglichkeit, um Vibrationsfördergeräte hinsichtlich ihrer Wirkungsweise zu klassifizieren. Verantwortlich für die Unterteilung sind allerdings keine konstruktiven Gegebenheiten, sondern vielmehr die Wahl des Arbeitspunktes eines Förderers. Das Vibrationsförderprinzip wird somit direkt durch das Bewegungsverhalten des Fördergutes entlang des Förderorgans kennzeichnet. Man unterscheidet zwischen dem *Mikrowurfprinzip* und dem *Gleitprinzip*.

Beim **Mikrowurfprinzip** zwingt die Bewegungsform des Förderorgans das Fördergut in eine Mikrowurfbewegung. Im einfachsten Falle bewegt sich das Förderorgan unter einem Wurfwinkel β zur Horizontalen mit einer Betriebsfrequenz f_B und einer Schwingweite $2\hat{q}$. Aus dem Wurfwinkel resultiert schließlich ein vertikaler Beschleunigungsanteil. Überschreitet der nach unten gerichtete vertikale Beschleunigungsanteil des Förderorgans die Erdbeschleunigung g , so beginnt das Fördergut abzuheben und es kommt zum Wurf. Das Gut behält aufgrund seiner Massenträgheit die ursprüngliche Bewegungsrichtung bei und bewegt sich auf einer Mikrowurfparabel in Förderrichtung weiter. Fast alle Vibrationsförderer, die zur Förderung in der horizontalen Ebene oder unter einem geringen Steigungswinkel ausgelegt sind, arbeiten nach dem Mikrowurfprinzip.

Das **Gleitprinzip** ist durch den dauerhaften Kontakt zwischen Fördergut und Förderorgan gekennzeichnet. Folglich darf der nach unten gerichtete vertikale Beschleunigungsanteil bei der Bewegung des Förderorgans zu keinem Zeitpunkt die Erdbeschleunigung überschreiten. Eine Relativbewegung des Fördergutes wird möglich, wenn die Normalkraftkomponente des Gutes beim Hin- und Rückhub unterschiedliche Beträge aufweist. Bis auf wenige spezielle

Ausnahmen wird das Gleitprinzip fast ausschließlich durch Vibrationsförderer realisiert, die als Schüttelrutschen ausgebildet sind.

Der Vorteil der Wurfförderung besteht vorrangig in den hohen erreichbaren Fördergeschwindigkeiten, da das Gut während der Wurfphase keine bewegungshemmende Beschleunigung erfährt und erst beim Auftreffen auf das Förderorgan kurzzeitig abgebremst wird. Dem entgegen steht der Nachteil, dass beim Aufprallen des Gutes auf die Oberfläche des Förderorgans eine teils enorme Geräuschentwicklung zu beobachten ist. Des Weiteren können Verschleißerscheinungen am Gut auftreten. Bei Teilen mit einer sehr geringen Höhe kann sogar der Fördervorgang gestört werden, wenn diese übereinander gleiten.

Das Gleitprinzip ermöglicht hingegen eine geräuscharme und nahezu verschleißfreie Förderung. Allerdings werden mit diesem Prinzip meist nur vergleichsweise geringe Fördergeschwindigkeiten erzielt, da das Gut über den ständigen Kontakt mit dem Förderorgan während der Rückwärtsbewegung stets einer großen bewegungshemmenden Reibkraft ausgesetzt ist. Darin liegt vermutlich die Ursache, dass Vibrationsförder bis heute fast ausschließlich nach dem Prinzip der Mikrowurfförderung arbeiten.

2.3 Berechnung der Fördergeschwindigkeit

Um Vibrationsfördergeräte in Produktions- oder Verarbeitungsstrecken zu integrieren, ist es notwendig, deren Fördergutdurchsätze, wie Volumen- oder Massenströme, berechnen zu können. Die zunehmende Forderung nach logistisch effizient getakteten Teilstationen in Produktions- oder Verarbeitungslinien lässt oft nur sehr kleine Spielräume zu, von denen die Förderleistung abweichen darf. Die experimentelle Anpassung kann dabei nur durchgeführt werden, wenn sich der Betriebspunkt bereits bestehender Geräte im Nachgang in erforderlichem Maße variieren lässt. Für die Dimensionierung und Erstausslegung bedeutet dies, dass möglichst genaue aber dennoch einfache Berechnungsvorschriften zur Verfügung stehen sollten. Die für den Fördervorgang wichtigste Dimensionierungsgröße ist die zu erwartende *Fördergeschwindigkeit* v_F des Fördergutstromes.

In der Entwicklungsgeschichte der Vibrationsfördertechnik sind unterschiedliche Berechnungsmodelle erarbeitet worden, welche die Gutbewegung beim Fördervorgang in unterschiedlichster Detailtiefe zu beschreiben versuchen. Im Abschnitt „Verwandte Arbeiten“ wird darüber ein kleiner Überblick gegeben. Der Großteil der existierenden Modelle gründet auf der Annahme einer harmonischen Bewegung des Förderorgans in einer Schwingebene, die unter einem Schwing- oder Anstellwinkel β zur Horizontalen geneigt ist (vgl. Abb. 8).

Die Schwingbewegung des Förderorgans mit der Amplitude $\hat{q}$ unter der Frequenz f_B kann durch den Projektionsvektor $\vec{q}$ dargestellt werden. $\vec{q}$ entsteht, wenn der mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f_B$ umlaufende Zeiger mit dem Betrag $|\vec{r}| = \hat{q}$ als Projektion in der Schwingebene abgebildet wird. Über eine Koordinatentransformation ergeben sich die in x- und y-Richtung zerlegten Anteile der Schwingbewegung.

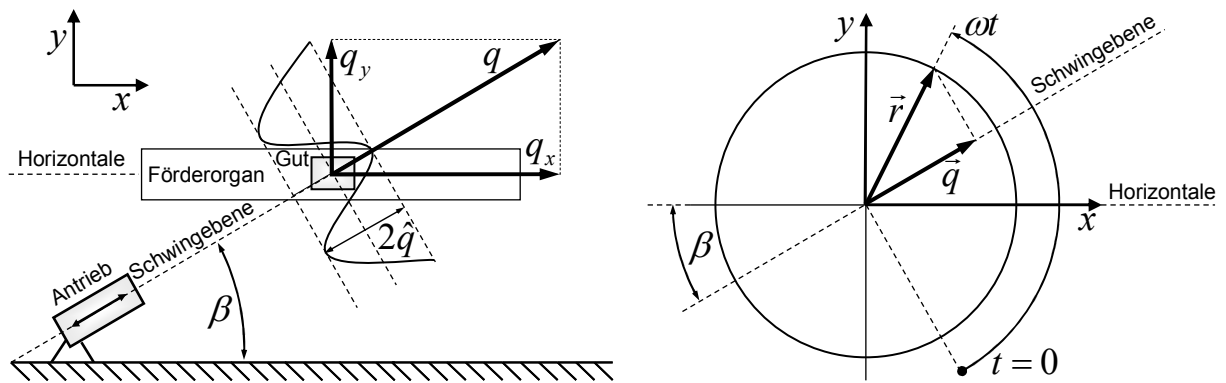


Abb. 8: Skizze Vibrationsförderer mit geneigter Schwingebene, harmonischer Bewegung des Förderorgans (rechts); Abstraktionsschaubild des Projektionsvektors in der Schwingebene (links)

$$q(t) = \hat{q} \cdot \sin(\omega t) \quad \rightarrow \quad q_x(t) = q(t) \cdot \cos \beta \quad \rightarrow \quad q_y(t) = q(t) \cdot \sin \beta \quad (2.1)$$

$$\dot{q}(t) = \frac{dq}{dt} = \hat{q} \omega \cdot \cos(\omega t) \quad \rightarrow \quad \dot{q}_x(t) = \dot{q}(t) \cdot \cos \beta \quad \rightarrow \quad \dot{q}_y(t) = \dot{q}(t) \cdot \sin \beta \quad (2.2)$$

$$\ddot{q}(t) = \frac{d\dot{q}}{dt} = \hat{q} \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \quad \rightarrow \quad \ddot{q}_x(t) = \ddot{q}(t) \cdot \cos \beta \quad \rightarrow \quad \ddot{q}_y(t) = \ddot{q}(t) \cdot \sin \beta \quad (2.3)$$

Das Bewegungsverhalten eines Fördergutes zu einem schwingenden Förderorgan lässt sich durch drei Zustände charakterisieren, wobei die Bewegung des Förderorgans maßgeblich für die jeweilige Ausprägtheit einer der Zustandsgrößen verantwortlich ist.

Im **Haftzustand** führt die Schwingbewegung des Förderorgans zu keiner Relativbewegung des Fördergutes. Die Trägheitskraft des Gutes ist somit nicht ausreichend, um die Haftreibungskraft zum Förderorgan zu überwinden.

Im **Gleitzustand** befindet sich das Gut im Kontakt zum Förderorgan, aber bewegt sich relativ zu diesem. Die Trägheitskraft hat die Haftreibungskraft überwunden und das Gut wird durch die Gleitreibungskraft beschleunigt.

Im **Wurfbestand** hat sich das Gut vom Förderorgan gelöst und bewegt sich unabhängig von diesem nach den Gesetzmäßigkeiten des schiefen Wurfes bis zum Auftreffen weiter.

2.3.1 Berechnung der Fördergeschwindigkeit nach VDI 2333 (Mikrowurf)

Auf die Berechnung der Fördergeschwindigkeit nach der VDI-Richtlinie 2333 [VDI65] wird in der Praxis sehr häufig zurückgegriffen. Sie ist das Ergebnis einer vollständig analytischen Beschreibung der Zusammenhänge zwischen der Bewegung des Förderorgans und der resultierenden Fördergeschwindigkeit des Fördergutes.

Mit Hilfe der Wurfkennzahl Γ kann ermittelt werden, ob eine Mikrowurf- oder eine Gleitförderung vorliegt. Sie ist als Verhältnis der maximal auftretenden Vertikalbeschleunigung des Förderorgans zur Fallbeschleunigung g bei harmonischer Rinnenbewegung definiert.

$$\Gamma = \frac{\ddot{y}_{\max}}{g} = \frac{4\pi^2 \cdot f_B^2 \cdot \hat{q} \cdot \sin \beta}{g} \quad (2.4)$$

Überschreitet der nach unten gerichtete vertikale Beschleunigungsanteil des Förderorgans die Fallbeschleunigung, handelt es sich um eine Wurfförderung, anderenfalls um eine Gleitförderung.

$\Gamma \leq 1$: Gleitförderung

$\Gamma > 1$: Wurfförderung

Die relative Wurfzeit $\bar{n}$ ist abhängig von der Erregerfrequenz, der Amplitude und dem Wurfwinkel des Vibrationsförderers. Sie bezieht sich auf eine vollständige Schwingung des Förderorgans mit der Periodendauer T . Am Ende der Aufliegezeit des Fördergutes auf dem Förderorgan (Zeitpunkt t_s) ist die Normalkraft F_N zwischen Gut und Förderorgan gleich Null und der Wurf beginnt. Die Bewegung des Gutes nach dem Abwurf kann aus den Gesetzmäßigkeiten des schiefen Wurfs abgeleitet werden. Das Auftreffen wird durch den Zeitpunkt t_a bestimmt.

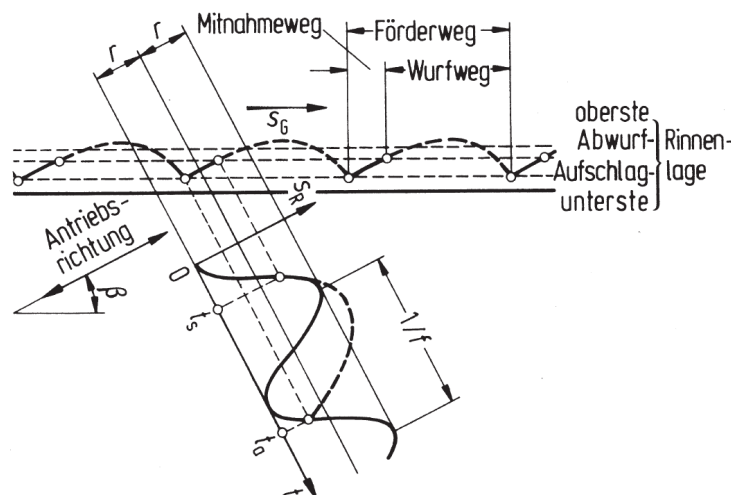


Abb. 9: Relevante Größen zur Beschreibung des Mikrowurfes nach VDI 2333 bei harmonischer Bewegung des Förderorgans nach [Bei01]

Bei einer harmonischen Bewegung des Förderorgans mit der Betriebsfrequenz f_B und unter Annahme idealisierter Bedingungen beim Aufprallen des Fördergutes, dient der Zeitparameter in beiden Systemen als gemeinsame Bezugsgröße. Impulseinflüsse zwischen Fördergut und Förderorgan sowie auftretende Relativbewegungen während der Kontaktphase bleiben vollständig unberücksichtigt. Es wird angenommen, dass sich das Fördergut in der Beschleunigungsphase in Wurfrichtung ohne Abweichung und damit identisch zum Förderorgan bewegt. Auf Basis dieser Vereinfachungen lässt sich ein Zusammenhang zwischen der Wurfkennziffer und der relativen Wurfzeit finden.

$$\Gamma(\bar{n}) = \sqrt{\left(\frac{\cos(2\pi \cdot \bar{n}) + 2\pi^2 \cdot \bar{n}^2 - 1}{2\pi \cdot \bar{n} - \sin(2\pi \cdot \bar{n})} \right)^2 + 1} \quad (2.5)$$

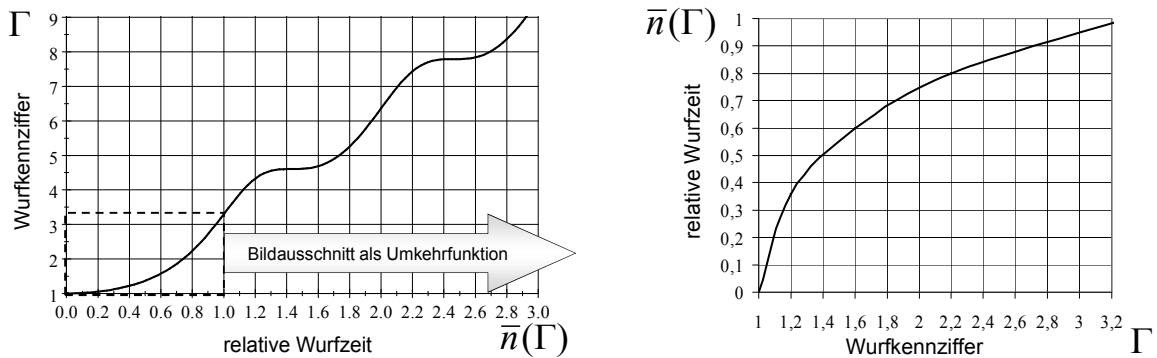


Abb. 10: Zusammenhang zwischen relativer Wurfzeit und Wurfkennziffer, Ergebnis einer vollständig analytischen Lösung nach VDI-Richtlinie 2333; ermöglicht die Berechnung der theoretischen Fördergeschwindigkeit

Aus der relativen Wurfzeit und unter der Annahme einer idealen Haftung während der Kontaktphasen lässt sich schließlich die theoretische Fördergeschwindigkeit v_{th} berechnen. Es wird festgelegt, dass sich das Gut nur innerhalb einer Schwingungsperiode des Förderorgans in der Wurfphase befindet. Dies entspricht dem gebräuchlichsten Fall, da das Überspringen von mehreren Schwingungsperioden in Untersuchungen keine Vorteile gezeigt hat [Weh61].

$$v_{th} = \frac{g \cdot \bar{n}^2}{2f_B} \cdot \cot \beta \quad (2.6)$$

2.3.2 Theoretische und reale Fördergeschwindigkeit

Die berechneten theoretischen Fördergeschwindigkeiten stimmen in der Praxis mit experimentellen Ergebnissen bei Schüttgütern meist nur unzureichend überein. Durch entsprechende Korrekturfaktoren wird versucht, die „theoretische“ Fördergeschwindigkeit v_{th} in die „reale“ Fördergeschwindigkeit v_r zu überführen [Paj88]. Dazu werden die zahlreichen, unterschiedlichsten Schüttguteigenschaften und Förderbedingungen in vier spezifischen Kennwerten zusammengefasst.

$$v_r = \eta_M \cdot \eta_H \cdot \eta_N \cdot \eta_B \cdot v_{th} \quad (2.7)$$

Der Feingutanteil eines Schüttgutes wird durch den Faktor η_M beschrieben. Er hat einen entscheidenden Einfluss auf die zu erwartende Fördergeschwindigkeit. Partikel mit einer mittleren Korngröße von weniger als 0,3 mm werden in diesem Zusammenhang als Feingut definiert. Mit steigendem Feingutanteil verringert sich die Fördergeschwindigkeit wesentlich, da gleichzeitig die Gasdurchlässigkeit des Schüttgutes sinkt. Infolge dessen bildet sich zwischen Förderorgan und Fördergut ein Luftpolster aus, welches das Fördergut in einen Schwebezustand versetzt und somit die Impulsübertragung und die Reibung zum Förderorgan verringert. In [Buc81] wird dieser Effekt genauer untersucht und festgestellt, dass Vibrationsförderer zur Förderung feinkörniger oder pulverförmiger Schüttgüter nicht geeignet sind.

Die Schütthöhe des Fördergutes wird durch den Faktor η_H beschrieben. Mit zunehmendem Füllstand des Förderorgans sinkt die mittlere Fördergeschwindigkeit des Gutstromes, da sich über die Füllstandshöhe unterschiedliche Flussgeschwindigkeiten ausbilden. Ursache dafür ist eine mit der Füllstandshöhe abnehmende Impulsübertragung aufgrund relativer Partikelverschiebungen im Gutstromquerschnitt. Für körnige Güter mit sehr geringem Feingutanteil und kleinen Schütthöhen (bis 50 mm) kann dieser Faktor vernachlässigt werden.

Der Neigungswinkel des Förderorgans gegenüber der Horizontalen wird in dem Faktor η_N berücksichtigt. Eine abwärts geneigte Förderebene führt zu einem deutlichen Anstieg der Fördergeschwindigkeit, während eine Steigung zu einer Verlangsamung des Gutflusses führt.

Die Berührungseigenschaften des Fördergutes werden durch den Faktor η_B abstrahiert. Mit diesem Faktor wird auch die Relativbewegung zwischen Gut und Förderorgan berücksichtigt, die innerhalb des Rechenmodells vernachlässigt wird. Folglich ist dieser Faktor von der Wurfkennziffer abhängig und gewinnt mit $\Gamma < 1,4$ zunehmend an Bedeutung. Als Richtwert gilt $0,85 \leq \eta_B \leq 1,1$ für körnige oder kleinstückige Fördergüter, wobei eine genauere Bestimmung nur experimentell bei geringer Schütthöhe erfolgen kann. Dabei gilt:

$$\eta_B = \frac{v_{exp}}{v_{th}} \quad (2.8)$$

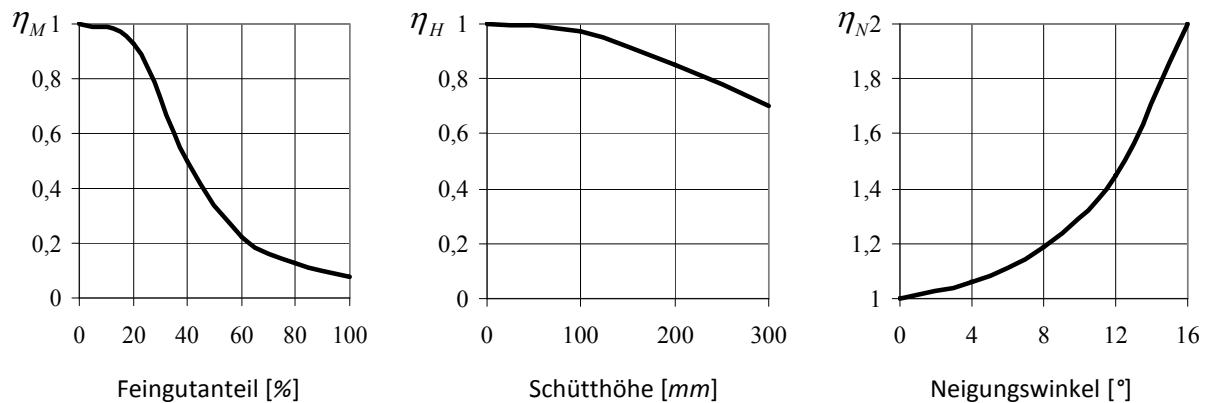


Abb. 11: Qualitative Abbildung der Korrekturfaktoren zur Berechnung der "realen" Fördergeschw. [Paj88]

2.3.3 Grenzen der Berechnungsvorschrift nach VDI 2333

Die Anwendbarkeit des mathematischen Modells der VDI-Richtlinie 2333 bzw. der Modelle aus denen sie schließlich hervorgegangen ist, ist stark begrenzt. Die Ursache dafür liegt vermutlich in dem Streben nach einer analytisch geschlossenen Lösung und den dadurch getroffenen idealisierten Annahmen und Vereinfachungen bei der Modellierung. Deshalb sind die Berechnungsvorschriften lediglich unter der Annahme einer harmonischen (sinusförmigen) Bewegung des Förderorgans unter einem Wurfwinkel β anwendbar. Es wird vorausgesetzt, dass das Gut nur innerhalb einer Periode springt und dass ihm idealisierte Hafteigenschaften zugewiesen werden können. Impulseffekte, Haft- und Gleitreibungskräfte sowie die damit verbundenen Relativbewegungen zum Förderorgan bleiben vollständig vernachlässigt.

Diesem mathematischen Modell ist es daher nicht möglich, eine Beschreibung des Zustands der Gleitförderung zu liefern, da die Berechnung der theoretischen Fördergeschwindigkeit stets an eine relative Wurfzeitkomponente $\bar{n}$ gebunden ist, die bei der Gleitförderung jedoch nicht existiert. Desweiteren sollte die relative Wurfzeit Werte aus dem Bereich $0,7 \leq \bar{n} \leq 0,9$ unter einem Wurfwinkel $20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$ annehmen, um verlässliche Berechnungsergebnisse zu erhalten.

Die dargestellten Zusammenhänge werden für Punktmassen getroffen und schließlich mittels Korrekturfaktoren auf Schüttgüter übertragen. Diese Korrekturfaktoren lassen sich als Schüttgutbeiwerte interpretieren und können lediglich fallspezifisch in aufwendigen experimentellen Untersuchungen ermittelt werden.

All diese Annahmen und Einschränkungen der analytischen Lösung ermöglichen es in vielen Fällen nicht, die komplexen dynamischen Vorgänge bei einem Vibrationsfördervorgang in ausreichender Näherung zu beschreiben. Sie genügen oft lediglich einer groben Schätzung der zu erwartenden Fördergeschwindigkeit.

Einer der Vorteile dieses Berechnungsmodells ist dessen Einfachheit. Gleichzeitig lässt es jedoch wenig Raum für theoretische Untersuchungen hinsichtlich der Optimierung und Effizienzsteigerung bestehender Vibrationsfördersysteme.

Ein vollständiger Umlauf des Vektors $\vec{r}$ entspricht genau einer Schwingungsperiode des Förderorgans. Das bedeutet für den stationären Zustand, dass das Fördergut alle möglichen Haft- und Gleitzustände durchläuft. All diese Zustände sind durch die Punkte (1) bis (5) gekennzeichnet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Zeiger $\vec{r}$ im Punkt (1). Mit fortlaufendem t wird das Gut mit dem Förderorgan haftend mitbewegt (1. Haftzustand) bis $\vec{r}$ schließlich Punkt (2) erreicht. Der Vektor $\vec{s}$ überschreitet an dieser Stelle den Reibungswinkel und das Gut beginnt zu gleiten (1. Gleitzustand). Im Punkt (3) tritt der resultierende Beschleunigungsvektor $\vec{s}$ wieder in die Zone des Reibungswinkels ein, was allerdings nicht bedeutet, dass der 1. Gleitzustand abgeschlossen ist. Dieser ist erst bei Erreichen des Winkels ε_1 beendet, wenn das Fördergut seine Relativgeschwindigkeit bezüglich des Förderorgans vollständig abgebaut hat, d. h., wenn $\dot{\xi} = 0$ ist (2. Haftzustand). Damit ist es möglich, dass bei entsprechender Bewegung des Förderorgans der 2. Haftzustand nicht eintritt, und zwar genau dann, wenn die Relativgeschwindigkeit des Gutes innerhalb der Reibungszone stets größer Null ist. Im Punkt (4) verlässt der Vektor $\vec{s}$ wieder die Zone des Reibungswinkels und der 2. Gleitzustand setzt bis zu ε_2 ein. Die Relativbewegungen zwischen 1. und 2. Gleitzustand heben sich dabei teilweise auf. Der Restbetrag der Verschiebung des Gutes entspricht dem pro Hub zurückgelegten Förderweg, aus dem sich schließlich die mittlere Fördergeschwindigkeit berechnen lässt.

$$v_{th} = f_B \cdot \Delta \xi \quad (2.11)$$

Auf eine detaillierte rechnerische Bestimmung der Störwinkel nach Jung (Punkte (1)-(5) sowie ε_1 und ε_2) soll an dieser Stelle zu Gunsten der Übersichtlichkeit verzichtet werden. Für interessierte Leser sei auf die Quelle [Jun52] verwiesen.

2.4 Verwandte Arbeiten

Böttcher und Wehmeier [Böt57, Weh61] beschäftigten sich vermutlich erstmals ausführlich mit den Vorgängen auf Vibrationsförderrinnen. Sie analysierten das Fördergutverhalten experimentell und mit Hilfe von analytischen Modellen, um zu erwartende Fördergeschwindigkeiten vorausberechnen zu können. Gleichzeitig bildeten sie die Grundlage für weitere Forschungsarbeiten auf dem Gebiet der Vibrationsfördertechnik. Aus ihren umfassenden Untersuchungen sind wesentliche Elemente der Berechnungsgrundlagen der VDI-Richtlinie 2333 hervorgegangen.

Weese [Wee63] beschrieb ausgehend von der periodischen Bewegung einer gegen die Horizontalebene geneigten Schwingrinne die Bewegungsgleichungen des Fördergutes unter Berücksichtigung der Reibung. Das eigentlich allgemeingültigere Modell wurde auf harmonische Bewegungen auf linearen Bewegungsbahnen des Förderorgans eingeschränkt und ausgewertet. Um den Berechnungsvorgang zu vereinfachen, wurden die aus der VDI-Richtlinie 2333 bekannten Größen der Wurfkennziffer und der relativen Wurfzeit verwendet. Gleitvorgänge zwischen Fördergut und Förderorgan wurden diesbezüglich ebenfalls nur am Rande betrachtet. Der experimentelle Nachweis konnte durch Untersuchungen an unterschiedlichen Schüttgütern geführt werden, wobei sich zeigte, dass es vor allem bei feinkörnigen

gen Schüttgütern zu erheblichen Abweichungen der berechneten Fördergeschwindigkeiten kommt. Es wurde vermutet, dass nichtharmonische Bewegungsformen des Förderorgans ein besseres Förderverhalten der Schüttgüter hervorrufen könnten.

Booth und McCallion [Boo63] beschrieben den Fördervorgang auf Schwingrinnen vermutlich erstmals in englischer Sprache, was dazu führte, dass sie häufig in englischsprachiger Literatur zitiert wurden. Sie betrachteten geneigte Förderrinnen, die sich unter einem Winkel gegen die Horizontale bewegen. Die Kontaktreaktionen zwischen Fördergut und Förderorgan wird allein über einen generellen Reibkoeffizienten μ ausgedrückt. Die Ergebnisse ihres mathematischen Modells beruhen auf einer numerischen Auswertung und wurden nachträglich in einfache und angenäherte Zusammenhänge umgewandelt.

Buchta [Buc81] untersuchte das Förderverhalten feinkörniger Schüttgüter auf Schwingrinnen und bezieht sich im Wesentlichen auf die vorherigen Untersuchungen von Weese [Wee63] und erweitert diese. Dabei wurden vor allem nichtharmonische Rinnenbewegungen betrachtet. Ein mathematisches Modell wurde entwickelt, mit dessen Hilfe sich die experimentelle Ergebnisse in befriedigender Näherung nachbilden ließen. Dazu wurde das feinkörnige Schüttgut in Form eines gasdurchlässigen starren Kolbens modelliert. Die Untersuchungen zeigten, dass sich feinkörnige Schüttgüter nur unter genauer Abstimmung der Schwingrinnenbewegung zufriedenstellend fördern lassen. Die Ursache liegt im Wesentlichen an der Grenzschicht zum Förderorgan, in der sich aufgrund des Mikrowurfs ein Luftpolster ausbildet, welches das Förderverhalten negativ beeinflusst. Über eine Abstimmung der Phasenverschiebung zwischen horizontaler und vertikaler harmonischer Bewegung lässt sich dieser negative Effekt weitestgehend beheben. Nichtharmonische Bewegungsformen zeigten keine wesentliche Verbesserung im Förderverhalten.

Habenicht wandte sich in einer Veröffentlichung [Hab81] und seiner Dissertationsschrift [Hab84] dem Gleitförderprinzip zu. Er beschränkte sich dabei weitestgehend auf die Förderung und Zuführung von Stückgütern und analysierte deren Gleitfördervorgang. Aus den Untersuchungen wurden konstruktive Vorschläge zur prinzipiellen Gestaltung von Vibrationsgleitförderern abgeleitet und deren Einsatz in der zukünftigen Vibrationsförderertechnik diskutiert. Aufgrund der vielen Vorteile, die das Gleitförderprinzip nach sich zieht, gibt Habenicht an, dass ca. 50% der bis dahin eingesetzten Vibrationszuführtechnik durch alternative Gleitfördersysteme abgelöst werden könnte. Unzureichende Fördergeschwindigkeiten und eine schwierige konstruktive Umsetzung solcher Geräte (bedingt durch präzise Schwingzustände der Förderorgane) stehen der Verbreitung dieser Technologie allerdings entgegen.

Nedderman und Harding [Ned90] beschäftigten sich ebenfalls mit Vibrationsförderern, die nach dem Gleitförderprinzip arbeiten. Sie entwickelten ein mathematisches Modell, das den Unterschied zwischen Haft- und Gleitreibungskraft zwischen Förderorgan und Fördergut berücksichtigt. Allerdings setzten sie voraus, dass sich das Förderorgan ausschließlich auf einer linearen Bahn unter einem Winkel zur Horizontalen bewegt. Aus den Differentialgleichungen zur Beschreibung der physikalischen Wechselwirkungen wurden einfache analytische Zusammenhänge abgeleitet, mit deren Hilfe sich die Fördergeschwindigkeit beim Gleitförderprozess vorausberechnen lässt. Sie ermittelten die optimale Abstimmung zwischen Frequenz, Anstellwinkel und Schwingweite zum Erreichen maximaler Gleitfördergeschwindigkeiten und veranschaulichten dies mit einigen Rechenbeispielen. Die Abweichungen der berechneten im Vergleich zu experimentell ermittelten Werten lagen nur bei wenigen Pro-

zenten. In [Har90] wird auf Grundlage der Modellierungsergebnisse auf Dimensionierungs- und Gestaltungskriterien für Vibrationsgleitförderer eingegangen.

Es sind zahlreiche russische Literaturstellen vorhanden, die sich mit der Vibrationsförder-technik und speziell mit der Berechnung von Fördergeschwindigkeiten beschäftigen. In den Quellen [Gul73, Vib75, Efi77] wird auf die Optimierung der Fördergeschwindigkeit bei Vibrationsgleitförderern eingegangen. Bei den dabei verwendeten komplizierten Berechnungsmodellen wird meist versucht, eine analytische Lösung über mathematische Vereinfachungen zu erzwingen, was jedoch die Verständlichkeit und Nachvollziehbarkeit häufig erschwert. Außerdem fehlen oft zusammenfassende einfache Berechnungsvorschriften für die Entwicklungsingenieure.

Peter Urs Frei [Fre02] entwickelte einen neuartigen Vibrationsgleitförderer und beschrieb die physikalischen Wirkprinzipien innerhalb eines einfachen mathematischen Modells. Diese Arbeit beschäftigt sich primär mit der Positionierung und Orientierung von Stückgütern auf einer bewegten Oberfläche und geht aus dem Bereich der Robotertechnik hervor. Eine größere Oberfläche wird in kleine, separat ansteuerbare Segmente unterteilt und in eine harmonische Schwingungsbewegung versetzt. Durch gezieltes Ansteuern der einzelnen Segmente werden überlagerte Schwingungsbewegung generiert, die ein darauf befindliches Stückgut zu einer gerichteten Förderbewegung in die beabsichtigte Förderrichtung veranlassen. Die überlagerten harmonischen Schwingungsbewegungen mit einer Phasenverschiebung von 90° ermöglichen bei dieser Applikation eine gerichtete Gleitförderbewegung entlang einer gewünschten Bahn auf dem gesamten Förderorgan. Angesteuert werden die einzelnen Segmente durch piezoelektrische Aktoren. In dieser Arbeit wurde nachgewiesen, dass theoretische und experimentelle Ergebnisse gut übereinstimmen. Aussagen über maximal erreichbare Fördergeschwindigkeiten nach diesem Funktionsbetrieb werden jedoch nicht getroffen und für nachfolgende Arbeiten offen gelassen.

2.5 Abgrenzung und erweiterte Zielstellung der Arbeit

Es existieren zahlreiche Ausführungen von Vibrationsfördergeräten, die sich sowohl in ihrem Aufbau als auch in ihrem technischen Funktionsprinzip wesentlich unterscheiden. Alle weisen jedoch das gleiche physikalische Wirkprinzip auf. Durch die Vibrationen des Förderorgans und den damit verbundenen, resultierenden Kraftwirkungen am Fördergut kann dieses in eine gerichtete Bewegung versetzt werden. Unter „Vibrationen“ sind dabei kleine Bewegungen zu verstehen, die abgesehen von ihrer meist periodischen Wiederkehr prinzipiell keinen weiteren Zwängen unterliegen.

In der Literatur ist stellvertretend häufig das Synonym „Schwingung“ zu finden, obwohl dieser Begriff die Fülle der existenten Systeme hinsichtlich ihres technischen Wirkprinzips nicht vollständig korrekt beschreibt. Unter Schwingungen versteht man allgemein die Reaktionen periodischer Energieumwandlungen, bzw. nach Abschnitt 2.1.3 Systeme ohne Zwangslauf, wobei Systeme, die als Mechanismen ausgeprägt sind, wohl ebenfalls einen berechtigten Anspruch auf die Zugehörigkeit zur „Schwingfördertechnik“ besitzen. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit verallgemeinernd und substituiv der Begriff „Vibration“ verwendet.

Die allgemeine Vibrationsbewegung eines Förderorgans wird nachfolgend als Bewegungsform bezeichnet. Die für den Vibrationsförderprozess relevanten Bewegungskomponenten werden dabei auf lediglich zwei Dimensionen beschränkt. Die vertikale Komponente bezieht sich auf die Richtung der Erdbeschleunigung und die horizontale Komponente auf eine dazu normale Wirkrichtung.

Daraus leitet sich schließlich der allgemeine und oft verwendete Begriff „Zweidimensionale Bewegungsformen“ oder kurz „2D-Bewegungsformen“ bei Vibrationsförderern ab.

Die nach Kapitel 2 vorgestellten technischen Funktionsprinzipien für Vibrationsförderer bieten zahlreiche Möglichkeiten zur Generierung zweidimensionaler Bewegungsformen an Förderorganen. Innerhalb dieser Arbeit soll jedoch, trotz vielfältig vorhandener technischer Ansätze, nicht näher auf das Erzeugen bestimmter Bewegungsformen in Vibrationsfördersystemen eingegangen werden. Es soll vielmehr ein Berechnungsmodell entwickelt werden, welches die Vorhersage der Fördergutreaktion auf beliebige zweidimensionale Bewegungsformen eines Förderorgans ermöglicht. Im Gegensatz zu bestehenden Berechnungsmodellen ist eine beliebige Bewegungsform dadurch gekennzeichnet, dass sie sich nicht allein durch eine Frequenz, eine Amplitude und einen Winkel zur Horizontalen beschreiben lässt, wie dies geläufig nach dem Stand der Technik abstrahiert wird. Die Begrifflichkeiten „beliebig“ und „zweidimensional“ umfassen diesbezüglich vielmehr alle möglichen und als technisch relevant eingeschätzten Bewegungsformen eines Förderorgans.

Ziel der Untersuchungen ist es, einen Beitrag zur Findung optimaler Bewegungsgesetze für Vibrationsförderer zu leisten. Der reale Vibrationsförderprozess ist von zahlreichen Einflussfaktoren abhängig, die sich aus den Wechselwirkungen zwischen Fördergut und Förderorgan ableiten. Selbst Wechselwirkungen zwischen den Fördergütern selbst, insbesondere bei Schüttgütern, wirken sich dabei oftmals entscheidend auf die resultierende Fördergeschwindigkeit aus. Diese mechanischen und physikalischen Effekte sind jedoch fallspezifisch stark ausgeprägt und lassen sich daher nicht in einem vereinheitlichten Berechnungsmodell erfassen. Aus diesem Grund konzentrieren sich die theoretischen Untersuchungen primär auf universell relevante Kraftwirkungen, wie Gravitation, Reibung und Massenträgheit. Damit bezieht sich diese Arbeit vorrangig auf den Bereich der Stückgutförderung bzw. auf Schüttgüter mit günstigen Fördereigenschaften.

Kapitel 3

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden auszugsweise einige theoretische Grundlagen zusammengetragen, die im Umgang mit der Vibrationsfördertechnik immer wieder von Bedeutung sind und damit direkt dem Verständnis dieser Arbeit dienen. Die Erläuterungen weisen immer einen unmittelbaren Bezug zur Vibrationsfördertechnik selbst bzw. zu relevanten Wirk- und Funktionsprinzipien auf. Dadurch soll der in Kapitel 2 dargestellte Stand der Technik tiefergehender erläutert und der Leser gleichzeitig für einige Problematiken dieses Spezialgebietes der Fördertechnik sensibilisiert werden.

3.1 Reibung in tribotechnischen Systemen

Als *Reibung* bezeichnet man eine physikalische Kraft, die der Relativbewegung sich berührender Medien entgegenwirkt. Der Einfluss dieser Kraftwirkung ist stets dissipativ, d. h., dass mechanische Bewegungsenergie in andere Energieformen umgewandelt wird. Man spricht von *innerer Reibung*, wenn die sich berührenden Stoffbereiche zum gleichen Reibkörper gehören und von *äußerer Reibung*, wenn unterschiedliche Reibkörper beteiligt sind und die Wechselwirkung an deren Grenzschicht betrachtet werden [Czi03]. Solche Reibkörper bzw. Medien können Gase, Flüssigkeiten oder Festkörper sein. Über den Aggregatzustand der beteiligten Medien unterscheidet man zwischen folgenden *Reibzuständen* [Pol82]:

Tab. 1: Einteilung der Reibzustände bezüglich des Aggregatzustandes der beteiligten Medien nach [Pol82]

Festkörperreibung	Grenzreibung	Flüssigkeitsreibung	Gasreibung	Mischreibung
direkter Kontakt fester Körper	die Kontaktflächen der Reibpartner sind mit Schmierstoff bedeckt	die Reibpartner sind vollständig durch eine Flüssigkeit getrennt	die Reibpartner sind durch ein Gas vollständig voneinander getrennt	alle Reibarten können simultan auftreten

Die *Tribologie* beschäftigt sich als ein Teilgebiet der Ingenieurwissenschaften mit den durch das Kontaktverhalten hervorgerufenen mechanischen Wechselwirkungen unterschiedlicher Medien, wobei mindestens zwei Festkörper am betrachteten Vorgang beteiligt sind [Pol82]. Die Grundstruktur eines tribotechnischen Systems ist aus vier Elementen zusammengesetzt, dem *Grundkörper*, dem *Gegenkörper*, dem *Zwischenstoff* und dem *Umgebungsmedium* [Czi03].

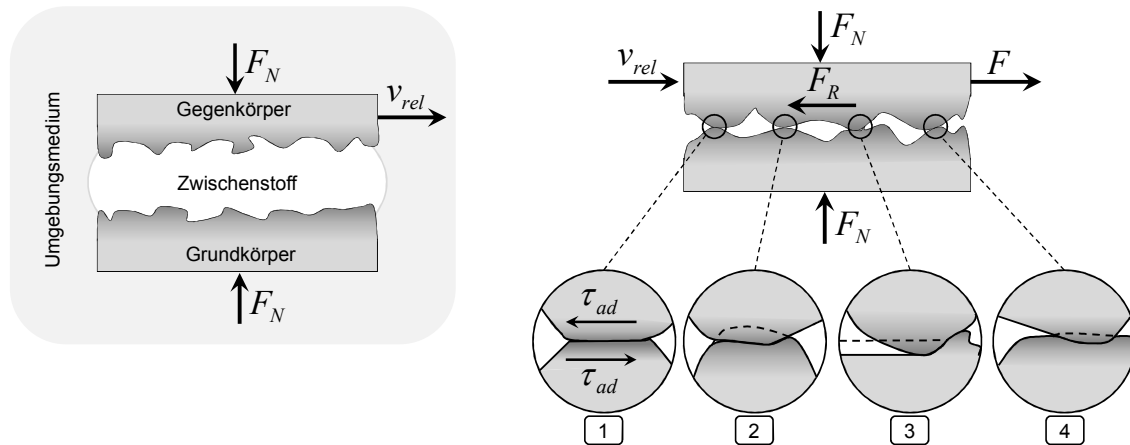


Abb. 13: Grundstruktur eines tribotechnischen Systems (links); einfache Darstellung der grundlegenden Reibungsmechanismen bei mikroskopischer Betrachtung nach [Czi03] (rechts)

Die Reibung und der damit verbundene Verschleiß sind stets als systemspezifische Eigenschaften zu verstehen und lassen sich nicht allein auf geometrische oder werkstoffbedingte Größen der Reibpartner reduzieren.

3.1.1 Mikroskopische Ursachen der Reibung - Reibungsmechanismen

Die tatsächliche Kontaktfläche zweier Reibkörper ist wesentlich geringer, als dies makroskopisch betrachtet zu vermuten wäre, da jede reale Oberfläche eine bestimmte Rauheit aufweist. Demnach können sich lediglich an den Stellen Kontakte ausbilden, an denen zwei Rauigkeitsspitzen aufeinander liegen. Es wird angenommen, dass die Mikrokontaktstellen zeitlich und örtlich stochastisch über die makroskopische Kontaktfläche verteilt sind [Czi03]. Bei mikroskopischer Betrachtungsweise lassen sich vier wesentliche Prozesse als Ursache der durch Reibung hervorgerufenen Kraftwirkung finden, die auch als *Reibungsmechanismen* bezeichnet werden. Analog zu Abb. 13 können diese unterteilt werden in:

- (1) Adhäsion und Scheren
- (2) plastische Deformation
- (3) Furchung
- (4) elastische Hysterese und Dämpfung

Adhäsion ist die Bildung von atomaren oder molekularen Bindungen, bzw. Wechselwirkungen an den tatsächlichen, mikroskopisch kleinen Kontaktflächen der Reibpartner und beruht auf der Wirkung von *VAN-DER-WAALS*-Kräften. Diese Kraftwirkungen können sich aus Dipol-, Induktions- und Dispersionskräften sowie aus Wasserstoff-Brückenbindungen zusammensetzen. Bei der Relativbewegung zweier Oberflächen werden ständig adhäsive Bindungen zerstört und neu gebildet, was sich makroskopisch in Form einer der Relativbewegung entgegen gerichteten Kraft äußert.

Deformation tritt auf, wenn sich zwei raue Oberflächen unter einer Druckkraft gegeneinander bewegen und sich in Folge dessen das Rauigkeitsprofil der Oberflächenstruktur ändert. *Elastische* und *plastische Deformationen* der Rauheitsspitzen führen zu energetisch dissipativen Prozessen, wobei mechanische Bewegungsenergie der Reibkörper in andere Energieformen (vornehmlich Wärme) umgewandelt wird.

Furchung kann auftreten, wenn die Reibpartner unterschiedliche Härten aufweisen. Die Rauheitsspitzen des Reibkörpers höherer Härte dringen dabei in die Oberfläche des Körpers niedriger Härte ein und verursachen im Grenzschichtbereich einen hohen Verschleiß. Die daraus resultierende Reibkraftkomponente kann einen erheblichen Anteil an der gesamten Reibkraft annehmen [Czi03]. Tritt die Furchung im tribotechnischen System direkt zwischen dem Grund- und dem Gegenkörper auf, spricht man von *Gegenkörperfurchung*. Sind am Reibvorgang weitere Partikel beteiligt, solche können beispielsweise durch Verschleißerscheinungen zwischen Grund- und Gegenkörper auftreten, spricht man von *Teilchenfurchung*.

Energiedissipation beim Reibvorgang ist die Umwandlung mechanischer Bewegungsenergie in andere Energieformen, wobei der größte Anteil in Form von Wärme frei wird. Die dafür verantwortlichen physikalischen Prozesse sind äußerst komplex [Czi03]. Elastische und plastische Deformationen erzeugen örtliche Spannungs- und Schwingungsfelder, die über Gitterschwingungen abgebaut werden. Des Weiteren können unterschiedliche Formen von Energieabsorptionen und Energieemissionen auftreten, auf die beispielsweise in [Lan90], [And73], [Har67] und [Hei84] näher eingegangen wird.

3.1.2 Reibungsarten und Reibmodelle

Die Mechanik untersucht die Auswirkungen der durch Reibung hervorgerufenen Kraftwirkung und nicht deren mikroskopische Ursachen. Zur mathematischen Beschreibung der Arten äußerer Reibung unterscheidet man mechanisch zwischen *Haftreibung*, *Gleitreibung*, *Rollreibung* und *Bohrreibung* sowie der *viskosen Reibung* als makroskopisches Modell der inneren Reibvorgänge fluider Medien.

Die **Haftreibung** führt zu einer, an der Kontaktstelle zweier sich unter einer Druckkraft berührender Körper, übertragbaren Kraft in tangentialer Richtung, wenn sich diese Körper in relativer Ruhe zueinander befinden. Überschreitet eine von außen und in tangentialer Richtung einwirkende Kraft die maximale Haftreibungskraft, beginnen sich die Körper relativ zueinander zu bewegen und man spricht von **Gleitreibung**.

Zur mathematischen Formulierung der trockenen Reibung fester Körper hat sich in der Technik das *COULOMBSche* Reibmodell durchgesetzt [C1785, Anh03], da dieses in einfacher Art und Weise viele technische Prozesse in ausreichender Näherung beschreibt. Sowohl die Haft- als auch die Gleitreibungskraft stehen in proportionaler Abhängigkeit zur wirkenden Druck-

kraft zwischen den Reibpartnern. Die Größe der Kontaktfläche zwischen den Reibpartnern ist dabei unwichtig. Der Haftreibwert μ_H und der Gleitreibwert μ_G sind systemspezifische Proportionalitätsfaktoren, die angeben, in welchem Maße die Reibkraft zwischen den Reibpartnern mit steigender Druckkraft anwächst. Die Gleitreibungskraft wirkt nach *COULOMB* stets entgegen der Bewegungsrichtung, ist unabhängig von dem Betrag der Geschwindigkeit und ist stets kleiner als die Haftreibungskraft.

So ergibt sich für die maximale *Haftreibungskraft* der Zusammenhang:

$$\vec{F}_H = -\mu_H |\vec{F}_N| \quad (3.1)$$

und für die *Gleitreibungskraft*:

$$\vec{F}_R = -\mu_G \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \cdot |\vec{F}_N| \quad (3.2)$$

wobei:

$$\mu_G < \mu_H \quad (3.3)$$

Die *STRIBECK*-Kurve [Bei01] beschreibt die Änderung des Reibkoeffizienten μ geschmierter Gleitpaarungen in Abhängigkeit der Reibgeschwindigkeit v_{rel} und der Viskosität η_v des Schmierstoffes.

Befinden sich die Reibpartner in relativer Ruhe zueinander, herrscht Haftreibung vor. Der Zustand beginnender Relativbewegung (Bereich 1 in Abb. 14) wird durch die Grenzreibung geprägt. Die Oberflächen der Reibpartner stehen solange in direktem Kontakt, bis es zum Aufschwimmen auf einzelne Schmierstoffmoleküle kommt. Zunächst werden die Oberflächen nur durch wenige Schmierstoffmoleküle voneinander getrennt und es kommt immer noch zu teilweisen Verhakungen der Rauigkeitsspitzen (Bereich 2). In diesem Bewegungszustand liegt Mischreibung vor. Mit zunehmender Reibgeschwindigkeit (Bereich 3) werden die Oberflächen vollständig voneinander getrennt und das tribotechnische System befindet sich im Zustand der Flüssigkeitsreibung. In diesem Bereich nimmt die Reibkraft wieder zu, da mit steigender Reibgeschwindigkeit der Schmierpalt anwächst und mehrere Schmierstoffschichten aufeinander abgleiten. Die nachfolgende Abbildung veranschaulicht die Unterschiede der Reibmodelle nach *COULOMB* für trockene Reibung und nach *STRIBECK* für geschmierte Gleitpaarungen.

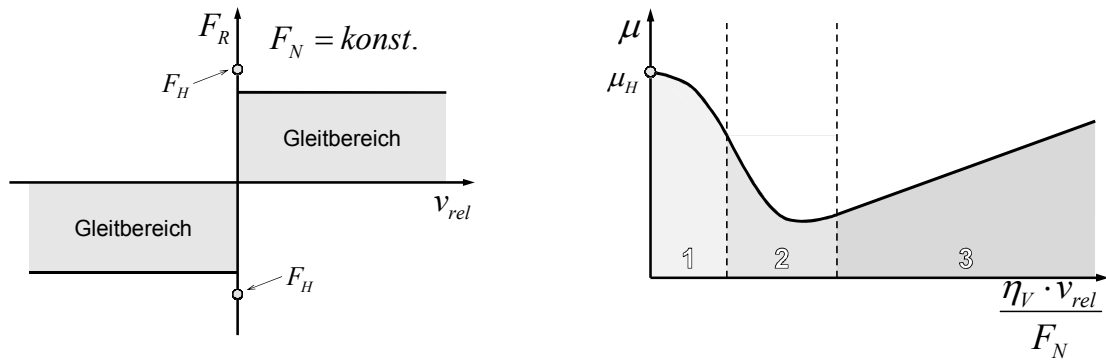


Abb. 14: Reibmodell für trockene Festkörperreibung nach *COULOMB* (links); Reibmodell für geschmierte Festkörperreibung (speziell Reibung in Lagern) nach *STRIBECK* (rechts)

In der Geschichte der Tribologie sind umfangreiche Daten aus der experimentellen Bestimmung von Reibwerten hervorgegangen. Bedingt durch die Komplexität des Reibvorganges und der damit verbundenen unzähligen Prozessparameter wurde bis heute kein verallgemeinerndes Modell gefunden, das Reibvorgänge unter dem Verzicht experimenteller Untersuchungen ausreichend beschreiben kann. In [Kra71] sind umfangreiche Messdaten aufgeführt, die aus Untersuchungen dieser Parameter Vielfalt und den daraus resultierenden Einflüssen auf die Reibwerte stammen. Es wird ersichtlich, dass die Darstellung des Reibwertes als Funktion eines bestimmten Prozessparameters (z. B. Reibgeschwindigkeit, Kontaktkraft, Oberflächenrauheit usw.) nahezu beliebige Verläufe aufweisen kann.

Einen weiteren reibungsbeeinflussenden Parameter kann die Anisotropie, bzw. die Richtungsabhängigkeit der Oberflächenstruktur der Reibpartner bilden. Bei Faserverbundwerkstoffen kann die Faserlage einen erheblichen Einfluss auf das Reibwertverhalten ausüben. In [Flö01] wurde die Richtungsabhängigkeit bezüglich der Faserorientierung an kohlefaserverstärkten Bauteilen untersucht und festgestellt, dass die ermittelten Reibwerte erhebliche richtungsbedingte Schwankungen aufwiesen.

Bei technischen Belägen mit gerichteten Fasern, bzw. Borsten ist ebenfalls eine erhebliche Richtungsabhängigkeit der Reibwerte zu beobachten. Solche Beläge werden beispielsweise durch elektrostatische Beflockung hergestellt. Die Orientierung der Borsten führt zu einer begünstigten Gleitbewegung des Gegenkörpers bei Krafteinwirkung, wobei eine Relativbewegung entgegen der Orientierungsrichtung eine wesentlich höhere Widerstandskraft hervorruft. So ergeben sich Reibwerte, die sowohl vom Betrag des Geschwindigkeitsvektors als auch von dessen Richtung abhängig sind. Der Haftreibwert μ_H steht somit ebenfalls in Abhängigkeit zur Richtung einer von außen einwirkenden Kraft.

Verallgemeinert lässt sich die Gleitreibungskraft von Belägen mit anisotropen Reibeigenschaften eindimensional über den folgenden Zusammenhang beschreiben.

Für die richtungsabhängige maximale Haftreibungskraft gilt:

$$\vec{F}_H = \begin{cases} -\mu_H^{(-)} \cdot |\vec{F}_N| & \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} < 0 \\ -\mu_H^{(+)} \cdot |\vec{F}_N| & \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} > 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\vec{F}_R = \begin{cases} -\mu_G^{(-)}(v_{rel}) \cdot \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} \cdot |\vec{F}_N| & \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} < 0 \\ -\mu_G^{(+)}(v_{rel}) \cdot \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} \cdot |\vec{F}_N| & \frac{\vec{v}_{rel}}{|\vec{v}_{rel}|} > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

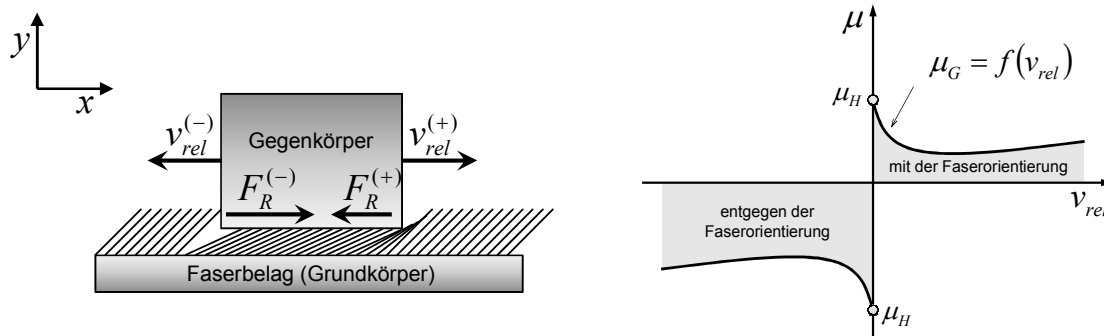


Abb. 15: Reibbelag mit orientierter Faserstruktur (z. B. Förderbürste) mit richtungsabhängigen Reibwerten (links); mögliche Geschwindigkeits-Reibwertfunktion für anisotrope Reibbeläge

Bewegt sich ein Körper innerhalb eines fluiden Mediums relativ zu diesem, dann wirkt auf ihn eine der Bewegung entgegen gerichtete Kraft, die als *Strömungswiderstand* $\vec{F}_w$ bezeichnet wird. In einem tribotechnischen System entspricht ein solches Fluid dem Umgebungsmedium, wobei der Strömungswiderstand als eine weitere Reibkraftkomponente des gesamten Systems interpretiert werden kann.

STOKES beschrieb die Abhängigkeit der wirkenden Reibkraft von der Viskosität des Fluides, der Relativgeschwindigkeit und der sphärischen Ausdehnung des umströmten Körpers für laminar strömende Fluide [Dob03]. In diesem Fall entspricht die resultierende Widerstandskraft der Reibkraft $\vec{F}_R$ der Fluidpartikel entlang der Festkörperoberfläche. Wird eine bestimmte relative Strömungsgeschwindigkeit überschritten, diese ist abhängig von der Geometrie des Festkörpers und den Fluideigenschaften, wandelt sich die laminare Strömung zu einer turbulenten Strömung. Es bilden sich Wirbel hinter dem umströmten Körper, welche

zu einer Druckdifferenz zwischen Vorder- und Rückseite führen. Durch diese Druckdifferenz entsteht ein Druckwiderstand $\vec{F}_D$, der gemeinsam mit dem meist viel geringeren Reibwiderstand den gesamten Strömungswiderstand bildet.

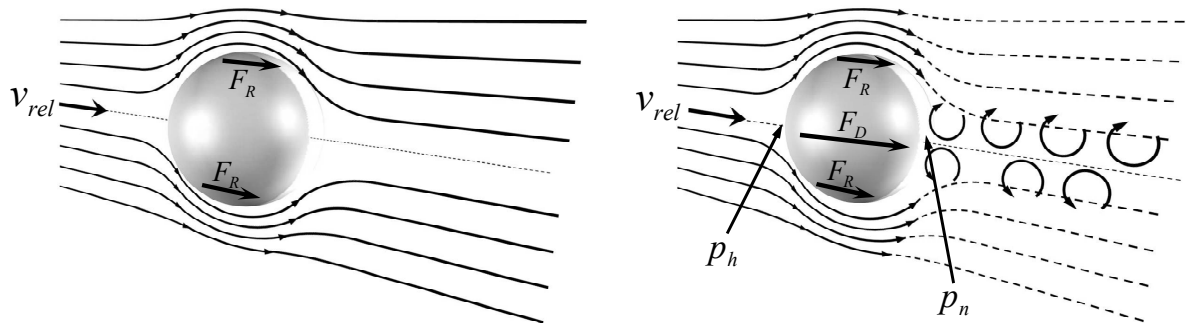


Abb. 16: Laminare Strömung um einen Kugelförper (links); turbulente Strömung am Kugelförper (rechts)

$$\vec{F}_W = \vec{F}_D + \vec{F}_R \quad (3.6)$$

Zur Vereinfachung setzt man die Reibkraft dem Druckwiderstand über einen Widerstandsbeiwert c_W proportional und erhält somit den Zusammenhang:

$$|\vec{F}_W| = c_W \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{rel}^2 \cdot A \quad (3.7)$$

Der Widerstandsbeiwert wird experimentell bestimmt und ist wesentlich von der relativen Strömungsgeschwindigkeit v_{rel} abhängig. Ist die Reibkraft im Vergleich zum Druckwiderstand sehr klein, kann der c_W -Wert als konstante Größe angenommen werden. Dies ist bei großen relativen Strömungsgeschwindigkeiten der Fall, oder wenn in Berechnungsmodellen der Einfluss des Strömungswiderstandes nur näherungsweise berücksichtigt werden soll.

3.1.3 Bedeutung der Reibung für den Vibrationsförderprozess

Das Vibrationsförderprinzip beruht auf einem Wechselspiel von Trägheits- und Reibkräften. Ein Fördergut kann durch ein Förderorgan nur dann beschleunigt werden, wenn eine gewisse Reibkraft wirkt. Diese Reibkraft ist eine komplexe Kraftkomponente, die von zahlreichen Faktoren abhängig ist. Strömungswiderstände gewinnen beim Vibrationsförderprozess dann an Bedeutung, wenn die Förderung von Gütern mit einer sehr geringen Dichte beabsichtigt wird. In der Praxis könnten dies beispielsweise leere Verpackungen oder geschredderte Papierreste sein. Dabei kann der Effekt auftreten, dass die zwischen Gut und Förderorgan wirkenden Reibkräfte zu gering werden, um die auf das Volumen des Gutes wirkenden Strömungskräfte zu überwinden. In solchen Fällen ist der Einsatz von Vibrationsfördertechnik nicht sinnvoll, außer das Förderorgan weist eine ausgeprägte negative Steigung auf.

Die Auswirkungen stark verminderter Reibkräfte können beispielsweise bei dem Versuch feinkörniges Schüttgut zu fördern beobachtet werden. Dieses Phänomen wurde bereits in

Abschnitt 2.4 erwähnt. Die Ausbildung eines Luftpolsters als Grenzschicht zwischen Gut und Förderorgan lässt sich jedoch auch als Minderung der wirkenden Reibkraft, speziell als Minderung des Reibkoeffizienten, interpretieren. Damit kann keine Bewegungsenergie des Förderorgans mehr auf das Gut übertragen werden und die Bewegung des Gutmassenstroms kommt zum Erliegen. Gerade bei der Überwindung von Steigungen, also beispielsweise bei Vibrationswendelförderern, muss unbedingt ein Mindestmaß an Reibung vorhanden sein. Dennoch lassen sich die zu beobachtenden Phänomene nicht allein auf die Aussage trivialisieren, dass mit steigenden Reibwerten eine Zunahme der resultierenden Fördergeschwindigkeit zu verzeichnen ist. Innerhalb experimenteller Vorversuche an Labormustern konnte beobachtet werden, dass bei konstanter Bewegungsform auch geringere Reibwerte zu teils höheren Fördergeschwindigkeiten führen können. Dies impliziert die Vermutung, dass die optimalen Bewegungsgesetze eines Förderorgans Abhängigkeiten zu den vorherrschenden Reibverhältnissen aufweisen.

3.2 FOURIER-Transformation

FOURIER-Transformationen (FT) gehören zu den mathematischen Algorithmen, die im alltäglichen Leben wohl am häufigsten zur Anwendung kommen. Die Komprimierung von Audio- bzw. Videodaten, deren Bearbeitung, die Sprach- und Bilderkennung sowie die Interpretation und Auswertung von Messsignalen unterschiedlichster Sensoreinheiten beruhen auf diesen Methoden. Speziell im Bereich der Schwingungsanalytik stellt die *FOURIER*-Analyse ein unverzichtbares Werkzeug dar, mit deren Hilfe sich komplexe Messsignale in spektraler Form, d. h. anteilig zerlegt in deren Frequenzanteile, darstellen und somit einfach auswerten lassen. Die *FOURIER*-Transformation ist ein invertierbarer Prozess, was bedeutet, dass einerseits aus analogen Signalen diskrete Werte abgeleitet werden können und andererseits, dass sich aus diskreten Werten stetige Funktionen generieren lassen. Das Grundprinzip der FT beruht auf der Annahme, dass eine periodische Funktion als Summe trigonometrischer Funktionen dargestellt werden kann [But04].

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x) \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (3.8)$$

Die Glieder der trigonometrischen Summenfunktion sind dabei durch die Amplituden a_n bzw. b_n und die ganzzahligen n -Vielfachen der Grundperioden gekennzeichnet. Analog lässt sich eine solche Reihe bei reellen *FOURIER*-Koeffizienten allein durch Sinus- bzw. Kosinusfunktionen mit den Gesamtamplituden A_n und den zugehörigen Phasen ϕ_n in spektraler Form darstellen.

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\pi x + \phi_{n_A}) = \frac{B_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\pi x + \phi_{n_B}) \quad (3.9)$$

3.2.1 FOURIER-Reihe in komplexer Schreibweise

Durch die Einführung der komplexen Zahlen lassen sich unter anderem die trigonometrischen Funktionen erweitert beschreiben und somit viele technische Prozesse „eleganter“ modellieren [Trö06]. Speziell für die praktische Anwendung der FT ist der Umgang mit der komplexen Interpretation der trigonometrischen Funktionen unerlässlich, da dieser einfache und effiziente numerische Berechnungsmethoden der *FOURIER*-Koeffizienten ermöglicht.

Eine komplexe Zahl z ist aus einem Realteil $\text{Re}(z)$ und einem Imaginärteil $\text{Im}(z)$ zusammengesetzt und lässt sich in der *GAUß*schen Zahlenebene geometrisch veranschaulichen. Der Kosinuswert der komplexen Zahl z entspricht dem auf die reelle Achse und der Sinuswert dem auf die imaginäre Achse projizierten Anteil. Es gelten dabei die bekannten Rechengesetze der „linearen Algebra“ [Ant98].

$$z = |z|(\cos x + i \sin x) \quad (3.10)$$

Eine zu z konjugiert komplexe Zahl heißt $\bar{z}$. Sie weist die Eigenschaft auf, dass deren Realteil genau dem Realteil von z entspricht. Die Konjugierte zu z kann geometrisch als Spiegelung von z an der Realachse, oder gleichsam als Vorzeichenumkehr des Imaginärteils von z gedeutet werden.

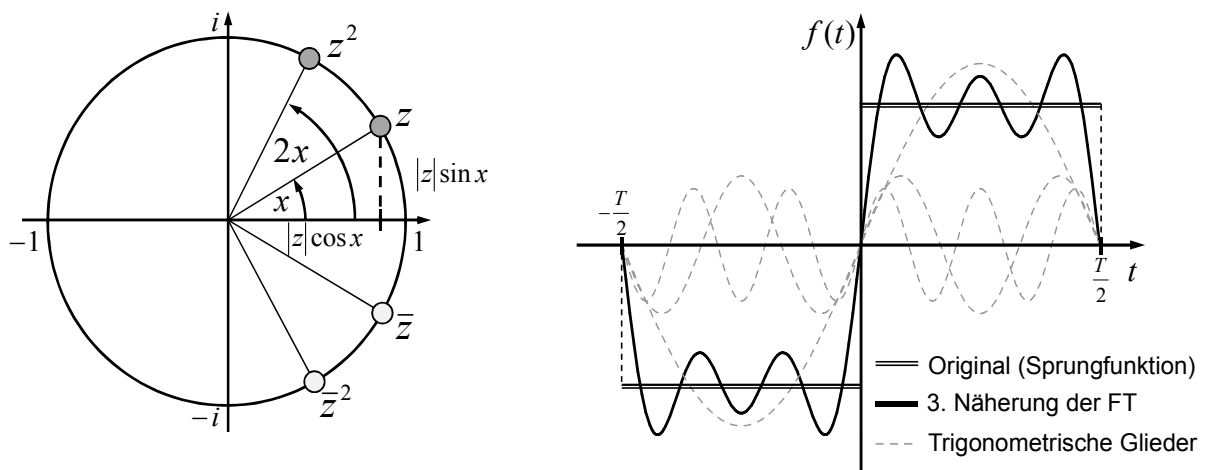


Abb. 17: Darstellung einer komplexen Zahl z in der *GAUß*schen Zahlenebene (links); *FOURIER*-Transformation einer periodischen Sprungfunktion, Darstellung der trigonometrischen Reihenglieder (rechts)

Beim Potenzieren einer komplexen Zahl z bleibt deren Betrag konstant, und das Argument x nimmt das n -Vielfache der Potenzierung an. In der *GAUß*schen Zahlenebene betrachtet, rotiert ein auf z gerichteter Zeiger mit dem Betrag $|z|$ bei der Potenzierung mit n unter der Phase x , um das n -Fache des Winkels x zur reellen Achse. Wird der Betrag von z auf den Einheitskreis normiert und x als zeitabhängige Variable mit der zeitlichen Änderung ωt (Umlaufgeschwindigkeit) interpretiert, so gilt:

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \quad (3.11)$$

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t \quad (3.12)$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (3.13)$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2i} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \quad (3.14)$$

Der Zusammenhang (3.12) wird auch als *EULERSche* Identität bezeichnet und ermöglicht die Darstellung der trigonometrischen Funktionen in komplexer Form. Die reellen *FOURIER*-Koeffizienten A_n bzw. B_n können somit in die komplexen *FOURIER*-Koeffizienten C_n überführt werden, was erhebliche Vorteile bezüglich der effizienten Berechnung mit sich bringt.

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) \cdot e^{-i\omega n t} \cdot dt \quad (3.15)$$

mit:

$$C_n^{(+)} = \frac{A_n - iB_n}{2} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots \infty \quad (3.16)$$

$$C_n^{(-)} = \frac{A_n + iB_n}{2} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots \infty \quad (3.17)$$

Aus den komplexen *FOURIER*-Koeffizienten C_n lassen sich demzufolge die reellen A_n bzw. ϕ_n berechnen, mit denen sich das Ergebnis einer *FOURIER*-Transformation anschaulich in „spektraler Form“ einer Kosinusreihe darstellen lässt.

$$f_{FT}(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \phi_n) \quad (3.18)$$

$$A_n = 2|C_n| \quad \phi_n = -\arg C_n \quad (3.19)$$

3.2.2 Diskrete FOURIER-Transformation - DFT

Um ein beliebiges periodisches Signal S über eine *FOURIER*-Reihe zu approximieren, müssen also die dem Grundfrequenzvielfachen n zugehörigen Koeffizienten A_n sowie die entsprechenden Phasenlagen ϕ_n bestimmt werden. Handelt es sich bei dem zu transformierenden Signal S um ein analoges Signal S_{analog} bzw. um eine Funktion $f(t)$, existiert zu jedem Zeitpunkt t ein entsprechender Wert $S(t)$ bzw. $f(t)$, an dem der zu transformierende Werteverlauf ausgewertet werden kann. Liegt ein digitales Signal zur Auswertung mittels FT vor, stehen jedoch nur endlich viele diskrete Stützstellen $f_i(t_i)$ zur Approximation an den diskreten Zeitwerten t_i für $i = 0, 1, 2, \dots, i_{\text{max}}$ zur Verfügung.

Bei der diskreten *FOURIER*-Transformation wird das mit T periodische Signal $S(t)$ also lediglich an diskreten Stützstellen $f_k(t_k)$ ausgewertet. Dazu wird eine ausgewählte Periode (Integrationsintervall) in N gleiche Abschnitte mit der Breite Δt unterteilt, wobei die linken oberen Ecken der resultierenden Rechtecke, den durch $S(t)$ definierten Stützstellen $f_k(t_k)$ entsprechen. Bei der praktischen Anwendung dieser Diskretisierungsmethode (auch Treppentufenmethode genannt) werden sofort einige Probleme ersichtlich. Entspricht der ausgewählte Fensterausschnitt nicht genau einem Vielfachen der tatsächlichen Periodendauer des Signals, kommt es zum sogenannten Leck-Effekt (leakage effect). Der Fehler, der bei der Transformation des Signals begangen wird, setzt sich periodisch fort, was unter anderem zu einer Verschiebung der Frequenzanteile führt. Ein weiteres Problem ergibt sich dann, wenn die digitalen Signalwerte nicht genau mit den durch die Teilung N definierten Stützstellen zusammenfallen. In diesem Fall ist es zweckmäßig, die bei t_k benötigten Werte f_k anhand der vorhandenen digitalen Signalwerte S_i zu approximieren, um den Fehler bei der DFT möglichst gering zu halten. Es gibt zahlreiche Literaturstellen [z. B. But04, Opp04, Bri95], die sich mit den Effekten bei der FT oder der DFT in der Signalverarbeitung beschäftigen und Algorithmen vorstellen, um diese zu umgehen. Speziell sind diesbezüglich die Fensterfunktionen zu erwähnen, auf die allerdings in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden soll.

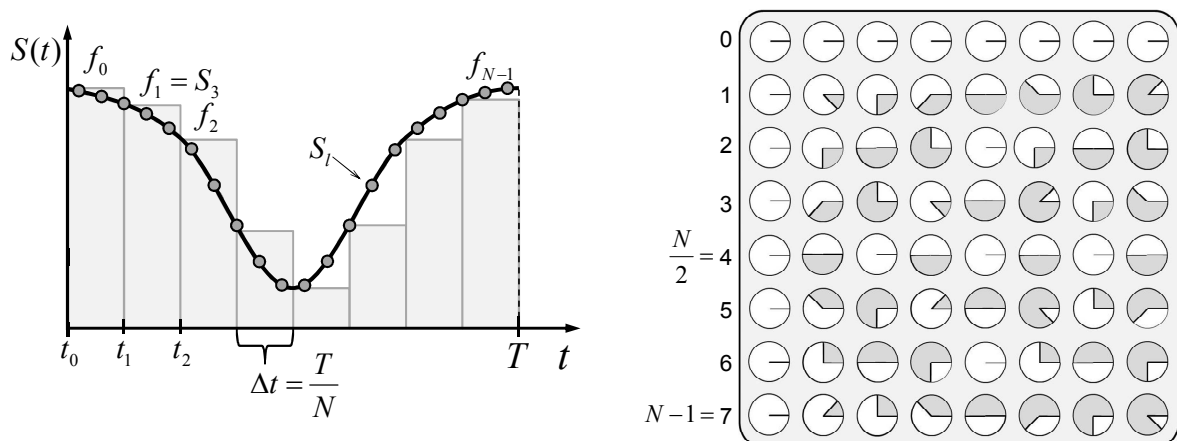


Abb. 18: Äquidistante Diskretisierung eines digitalen Signals, Kennzeichnung relevanter Größen (links); Darstellung der Kern-Matrix einer DFT als Polardiagramm (rechts)

Die diskrete *FOURIER*-Transformation lässt sich also als Näherung des Ergebnis der numerischen Integration durch die Berechnung der komplexen C_n anhand diskreter Werte in einem sich periodisch wiederholendem Intervall beschreiben. Da es sich bei den auf diese Weise

berechneten *FOURIER*-Koeffizienten lediglich um Näherungswerte handelt, sollen diese über kleine Buchstaben bezeichnet werden.

Mit

$$t_k = \frac{2\pi}{N} k \quad \text{für } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.20)$$

und dem „Kern“ nach [But04]

$$w = e^{-\frac{2\pi}{N} i} \quad (3.21)$$

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w^{nk} \cdot f_k \quad (3.22)$$

$$W_{nk} = w^{nk} \quad (3.23)$$

kann die DFT in Matrixschreibweise dargestellt werden.

$$\mathbf{c} = \frac{1}{N} \mathbf{W} \cdot \mathbf{f} \quad (3.24)$$

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \dots \\ c_{N-1} \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w^1 & \dots & w^{N-1} \\ 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & w^{N-1} & \dots & w^{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \dots \\ f_{N-1} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Anhand der Matrixschreibweise wird deutlich, dass sich aus N äquidistanten Stützstellen eines Signals nur maximal N komplexe *FOURIER*-Koeffizienten bestimmen lassen. In Abb. 18 ist die Kern-Matrix der DFT in Form eines Polardigramms des umlaufenden Zeigers w zur Veranschaulichung dargestellt. Die Zeilen unterhalb von $N/2$ ergeben sich durch Spiegelung der oberen Zeilenelemente, was mathematisch den konjugiert komplexen Elementen entspricht. Die zu berechnenden *FOURIER*-Koeffizienten c_n , sind somit ebenfalls „spiegelsymmetrisch“ zur Zeile $c_{N/2}$, was bedeutet, dass bereits alle Informationen in der oberen Hälfte des berechneten Vektors $\mathbf{c}$ enthalten sind. Dies führt zu einem wichtigen Theorem der digitalen Signaltechnik, dem „Nyquist-Theorem“ [Opp04] oder kurz: Möchte man ein digitales periodisches Signal mittels DFT in Form einer *FOURIER*-Reihe mit n -Gliedern darstellen, benötigt man mindestens doppelt so viele äquidistante Stützstellen innerhalb einer Periode. Da lediglich die Bestimmung der oberen Hälfte des Vektors $\mathbf{c}$ notwendig ist, um die Reihenentwicklung vollständig durchzuführen, lässt sich der numerische Rechenaufwand nahezu halbieren. Diese Eigenschaft bildet die Grundlage der Fast-*FOURIER*-Transformation (FFT) [Bri95], deren Algorithmen alltäglich zahlreiche Anwendungen finden.

3.2.3 Ausgleichsrechnung (Fitting)

Ein wichtiges Werkzeug zur Analyse und Auswertung experimenteller Messdaten ist die Ausgleichsrechnung, die oft auch als Fitting oder Parameterschätzung bezeichnet wird. Jedes Messsignal weist ein bestimmtes Rauschen der Messwerte auf, dessen Ursachen unterschiedlichster Natur sein können. Bedingt durch die Qualität der Messwertaufnehmer, die Umgebungsbedingungen sowie das Vorhandensein verschiedenster Störquellen kann dieses Rauschen unterschiedlich stark ausgebildet sein. Zusätzlich zu diesem Grundrauschen treten in der Praxis häufig noch so genannte „Ausreißerwerte“ in Erscheinung, die mitunter erheblich vom erwarteten Signalverlauf abweichen.

Zur Auswertung und Analyse solcher Daten ist es oft zweckmäßig, diese mit Hilfe mathematischer Funktionen zu beschreiben. Dazu müssen die „verrauschten“ Messbänder unter Annahme einer stochastischen Verteilung des Rauschens geglättet und je nach Signalverlauf einer bestimmten Modellfunktion zugeordnet werden. Häufig verwendete Modellfunktionen sind Polynome, Exponentialfunktionen oder *FOURIER*-Reihen, deren charakteristisches Erscheinungsbild durch Koeffizienten beeinflusst werden kann.

Eine Anwendung der Ausgleichsrechnung ist es, ein beliebiges Messsignal f_i durch eine frei wählbare Modellfunktion f_M möglichst genau zu approximieren bzw. zu schätzen. Es gilt daher, die Koeffizienten der Modell- bzw. Approximationsfunktion so zu wählen, dass die Abstände der Messwerte zu dieser minimal werden.

Als Approximationsfunktionen werden hier *FOURIER*-Reihen k -ter Ordnung mit den freien Koeffizienten a_n und b_n gewählt, da diesen in den weiteren Betrachtungen eine wesentliche Bedeutung zukommt.

$$f_M(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^k (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x) \quad (3.26)$$

Das mathematische Standardverfahren der Ausgleichsrechnung ist die *Methode der kleinsten Fehlerquadrate*. Der Ansatz dieses Verfahrens ist es, aus den Quadraten der Differenzen zwischen den Werten der Modellfunktion und den diskreten Messwerten eine neue Funktion zu bilden. Diese Funktion spiegelt schließlich die Summe der quadratischen Abstände zwischen Modellfunktion und Messsignal in Abhängigkeit der frei wählbaren Koeffizienten a_n und b_n wieder. Die a_n und b_n sollen schließlich so gewählt werden, dass die Funktion der quadratischen Abstände ein Minimum annimmt, was gleichzeitig der bestmöglichen Annäherung der Modellfunktion an die vorgegebenen Messwerte entspricht.

Fasst man die freien Koeffizienten für das Beispiel der *FOURIER*-Reihe in einem Vektor $\mathbf{x}$ in folgender Form zusammen:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \\ - \\ b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

lässt sich das Minimierungsproblem beschreiben mit:

$$\min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^m (f_M - f_i)^2 \quad (3.28)$$

Um dieses Minimierungsproblem zu lösen, müssen die partiellen Ableitungen nach den freien Koeffizienten gebildet und Null gesetzt werden. Dadurch erhält man ein bestimmtes und eindeutig lösbares lineares Gleichungssystem.

Für die praktische Anwendung der Ausgleichsrechnung ist es zweckmäßig, das Problem in Matrixschreibweise zu formulieren, um die Auswertungen numerisch vornehmen zu können. Dazu muss ein lineares Gleichungssystem der folgenden Form gelöst werden.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.29)$$

Der Vektor $\mathbf{b}$ beinhaltet die diskreten Messwerte f_i zu den Zeiten t_i und besitzt folgende Form:

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_m \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Der Vektor $\mathbf{x}$ enthält die zu bestimmenden Koeffizienten nach Gleichung (3.27). $\mathbf{A}$ wird als Übertragungsmatrix bezeichnet und gibt dem Gleichungssystem die Struktur analog zur gewählten Modell- bzw. Approximationsfunktion vor.

Für das konkrete Beispiel einer *FOURIER*-Reihe k -ter Ordnung nimmt die Übertragungsmatrix folgende Form an.

$$\mathbf{A}_{i,j} = \begin{pmatrix} \cos(0 \cdot \Omega t_0) & \dots & \cos(k \cdot \Omega t_0) & \sin(0 \cdot \Omega t_0) & \dots & \sin(k \cdot \Omega t_0) \\ \cos(0 \cdot \Omega t_1) & \dots & \cos(k \cdot \Omega t_1) & \sin(0 \cdot \Omega t_1) & \dots & \sin(k \cdot \Omega t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \cos(0 \cdot \Omega t_m) & \dots & \cos(k \cdot \Omega t_m) & \sin(0 \cdot \Omega t_m) & \dots & \sin(k \cdot \Omega t_m) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Übersteigt die Anzahl der Messwerte die Anzahl der zu bestimmenden freien Koeffizienten x_i , handelt es sich um ein überbestimmtes Gleichungssystem. Die bestmögliche Lösung führt damit auf die Minimierung der euklidischen Norm des Differenzvektors, äquivalent zur Methode der kleinsten Fehlerquadrate, zurück.

$$\min_x \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2 \quad (3.32)$$

Zur numerischen Lösung dieses Minimierungsproblems kann die Pseudoinverse der Übertragungsmatrix $\mathbf{A}$ herangezogen werden. Die Pseudoinverse $\mathbf{A}^+$ wird oft auch als „Moore-Penrose-Inverse“ [Koe97] bezeichnet und führt schließlich zu folgendem Gleichungssystem:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^+ \mathbf{b} \quad (3.33)$$

Auf detaillierte Möglichkeiten zur Berechnung von $\mathbf{A}^+$ soll hier verzichtet werden, da numerische Berechnungssoftware wie *MATLAB*® oder *Mathcad*® bereits integrierte Funktionen enthalten, die diese Berechnungen automatisch durchführen.

3.3 Die Dynamik von Vibrationsförderern

In Abschnitt 2.1 wurden bereits verschiedene Möglichkeiten vorgestellt, wie sich die unterschiedlichsten Vibrationsfördergeräte je nach der Ausprägung ihrer funktionellen Baugruppen klassifizieren lassen. In diesem Abschnitt wird nochmals gesondert auf die Klasse der Schwingsysteme eingegangen, da diese in der Praxis am weitesten verbreitet sind.

Das dynamische Verhalten solcher Systeme lässt sich durch die aus der technischen Mechanik bekannten Modelle unterschiedlicher Schwinger, physikalisch auch Oszillatoren genannt, in guter Näherung beschreiben. Selbst einfache Modelle sind geeignet, um bestimmte dynamische Phänomene zu analysieren. Daher sollen sich die in diesem Abschnitt durchgeführten Betrachtungen allein auf die Klasse der linearen Schwinger beschränken.

Lineare Schwinger sind durch ihre konstanten Parameter gekennzeichnet. Dies bedeutet, dass sich die Steifigkeiten, die Dämpfungen und die bewegten Massen zeitlich nicht ändern. Die Parameter sind zeitinvariant und damit nicht von Start- oder Randbedingungen des dynamischen Systems abhängig. Damit kann in den meisten Fällen auf eine mathematisch vollständig entwickelte analytische Lösung zurückgegriffen werden, um diese Systeme zu beschreiben. Auch nichtlineare Schwinger können oft hinreichend genau als linearisierte Systeme behandelt werden [Dre06].

3.3.1 Das Modell des Ein-Massen-Schwingers

Anhand eines Schwingers mit einem Freiheitsgrad lassen sich bereits viele schwingungsrelevante Phänomene veranschaulichen. Es genügt eine einzige Koordinate, um das zeitliche Bewegungsverhalten genau zu beschreiben. Aus den Grundlagen der technischen Mechanik (speziell der Dynamik oder Schwingungslehre nach [Dre06]) ist die folgende Symbolik zur Kennzeichnung der mechanischen Grundelemente bekannt.

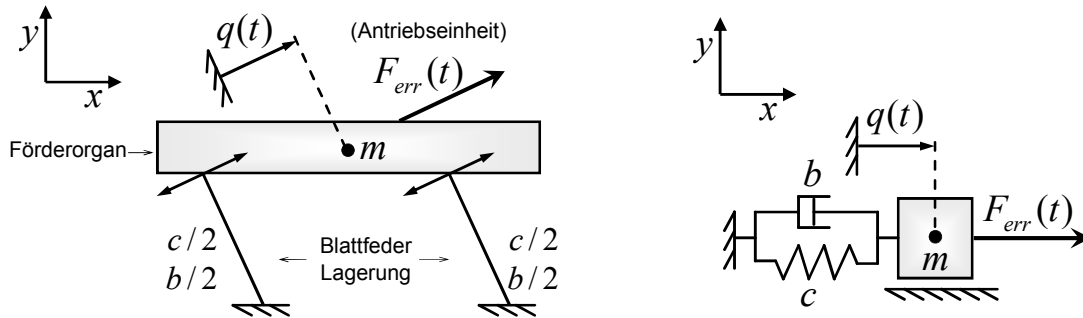


Abb. 19: Skizze eines Ein-Massen-Vibrationsförderers mit Kennzeichnung der relevanten dynamischen Kenngrößen (links); Symbolik der mechanischen Grundbaugruppen, Modell des linearen Ein-Massen-Schwingers (rechts)

Die reibungsfrei geführte Masse m ist über eine lineare Feder der Steifigkeit c und einen geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer mit der Dämpfungskonstante b mit einer festen Einspannung verbunden. Erregt wird die Masse m über eine zeitlich veränderliche Kraft $F_{err}(t)$. Die Reaktion der Masse m wird durch die Koordinate $q(t)$ beschrieben. Das Freischneiden der schwingenden Masse ermöglicht die Visualisierung der angreifenden Kräfte.

Lenkt man die Masse mittels der Erregerkraft $F_{err}(t)$ in positiv definierter Koordinatenrichtung aus, impliziert dies eine Feder- und eine Dämpferkraft, die dieser Auslenkung entgegen wirken. Das Feder-Masse-System steht zu jedem Zeitpunkt t im Gleichgewicht und kann somit über die folgende Bewegungsdifferentialgleichung beschrieben werden.

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + cq = F_{err}(t) \quad (3.34)$$

Die Eigenkreisfrequenz ω_0 eines ungedämpften Ein-Massen-Schwingers ist definiert mit:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (3.35)$$

Mit diesem Ausdruck lassen sich oft auch schwach gedämpfte Systeme in sehr guter Näherung berechnen. Im Fall starker Dämpfung ist zu beachten, dass sich die Eigenfrequenz eines Schwingers mit steigender Dämpfung verschiebt. Bei einem bekanntem LEHRschen Dämpfungsgrad $\mathcal{D}$ errechnet sie sich mit:

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \mathcal{G}^2} \quad (3.36)$$

wobei der *LEHR*sche Dämpfungsgrad $\mathcal{G}$ definiert ist mit:

$$\mathcal{G} = \frac{b}{2m\omega_0} \quad (3.37)$$

Mit dem Lösungsansatz, dass ein Schwinger mit einer harmonischen Bewegung reagiert, wenn keine äußeren Kräfte auf ihn einwirken und den Gleichungen (3.36) und (3.37), lässt sich die Bewegungsdifferentialgleichung in folgender Form darstellen.

$$\ddot{x} + 2\mathcal{G}\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = \hat{q} \cdot \sin(\Omega t - \varphi) \quad (3.38)$$

Die unbekannte Schwingungsamplitude $\hat{q}$ ergibt sich aus der partikulären Lösung der Differentialgleichung und dem dimensionslosen Abstimmungsverhältnis $\eta = \Omega / \omega_0$ mit:

$$\hat{q} = C_{stat} \cdot V = C_{stat} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4\mathcal{G}^2\eta^2}} \quad (3.39)$$

Dabei ist die dimensionslose Größe V die Vergrößerungsfunktion des Schwingers. Sie beschreibt, in welchem Maße sich die erregende Größe auf das Feder-Masse-System überträgt. Der Betrag der Vergrößerungsfunktion gibt direkt das Verhältnis von übertragener Größe zu erregender Größe an. C_{stat} bestimmt die Auslenkung des Systems im statischen Lastfall. Nimmt das Abstimmungsverhältnis den Wert 1 an, spricht man von Resonanz. Bei niedrig gedämpften Systemen werden die Amplituden in diesem Betriebspunkt sehr groß. Den Zustand $\eta = 1$ nennt man deshalb kritischen Zustand. Für $\eta < 1$ wird von einer unterkritischen Erregung bzw. von einem hochabgestimmten System gesprochen, bei $\eta > 1$ von überkritischer Erregung bzw. von einem tiefabgestimmten System.

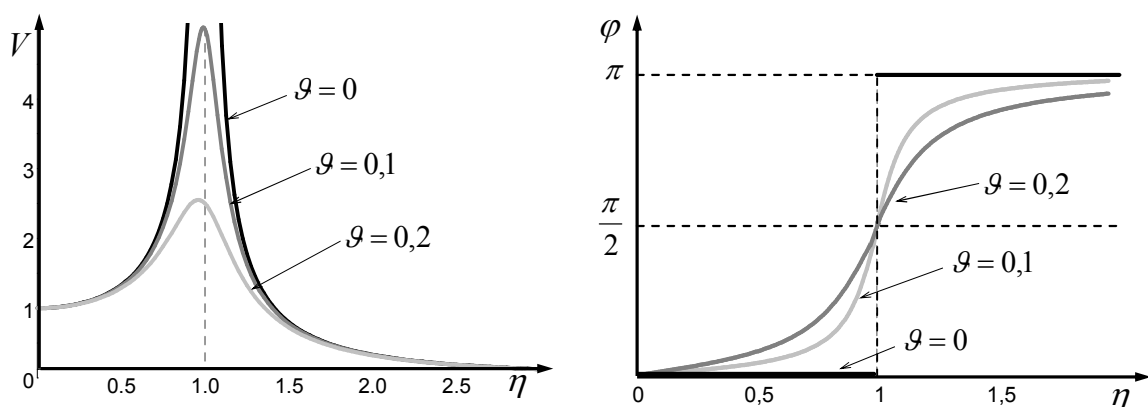


Abb. 20: Vergrößerungsfunktion bei unterschiedlichen *LEHR*schen Dämpfungsgraden (links); Phasenverschiebung der Schwingungsantwort zur erregenden Größe in Abhängigkeit des Dämpfungsgrades (rechts)

Der Phasenwinkel ϕ aus (3.38) beschreibt die zeitliche Verschiebung zwischen der die Schwingung erregenden Größe und der daraus resultierenden Auslenkungsreaktion des Systems. Für den hier beispielhaft betrachteten gedämpften Ein-Massen-Schwinger unter harmonischer Krafterregung, lässt sich der Phasenwinkel in Abhängigkeit des Abstimmungsverhältnisses η und entsprechender Dämpfung $\mathcal{D}$ über folgende Beziehung angeben.

$$\tan \phi = \frac{2\mathcal{D}\eta}{1-\eta^2} \quad (3.40)$$

An der Resonanzstelle $\eta=1$ nimmt der Phasenwinkel ϕ den Wert von $\phi = \pi/2$ an. Die Schwingungsantwort verläuft also im überkritischen Bereich stets gegenphasig zur Erregung. Bei quasi ungedämpften Systemen tritt dabei an der Resonanzstelle ein Phasensprung von $\Delta\phi = \pi$ auf.

3.3.2 Kraftwirkungen zur Umgebung

Alle Vibrationsfördergeräte haben funktionsbedingt eine Gemeinsamkeit. Das Förderorgan wird in eine periodische Bewegung versetzt, d. h., eine träge Masse muss mit einer bestimmten Frequenz wechselseitig beschleunigt werden. Die dafür notwendigen Kräfte müssen entweder von der Antriebseinheit oder von den elastischen Lagerelementen aufgebracht werden. Je nach Bauform werden dabei Kraftanteile in das Fundament bzw. an die Umgebung des Gerätes eingeleitet. Diesen Kraftkomponenten kommt praktisch eine große Bedeutung zu, da sie die Ursache der Schwingungserregung des Aufstellungsortes, der peripheren Systeme bis hin zu ganzen Gebäudeteilen darstellen. Im Folgenden sollen diese Kräfte verallgemeinert als Fundamentkräfte bezeichnet werden.

Das wechselseitige Wirken der Fundamentkräfte kann je nach Betrag und Frequenz zu Störungen in Produktionslinien und einer wesentlichen Minderung der Dauerfestigkeit von Baugruppen benachbarter Systeme führen. Seitens der Anwender besteht deshalb die Forderung, die übertragenen Fundamentkräfte eines Vibrationsförderers stets zu minimieren.

Es gibt drei wesentliche Prinzipien, mit denen sich die Fundamentkräfte mindern lassen.

Das **Prinzip des Massenausgleichs** basiert auf der entgegengerichteten Bewegung träger Massen. Ist die Summe der Massenträgheitskräfte und der daraus resultierenden Momente, die zur Änderung der Geschwindigkeit von bewegten Massen in einem abgeschlossenen System aufgebracht werden müssen, zu jedem Zeitpunkt gleich Null, spricht man von *vollständigem Massenausgleich*. Ein vollständig ausgeglichenes System überträgt keine Kräfte nach außen.

Bezogen auf einen Vibrationsförderer bedeutet dies, dass eine zusätzliche, zum Förderorgan entgegen schwingende Masse vorgesehen werden muss, welche die Massenträgheitskräfte bezüglich des Fundamentes aufhebt. Die Kraftwirkungslinie der Gegenmasse muss dabei der des Förderorgans entsprechen. Wird die Masse des Förderorgans mit m_2 , die Gegenmasse

Unwuchtmotoren und Vibratoren können der Klasse der entkoppelten Antriebseinheiten zugeordnet werden, da sie keine Abstützung zum Fundament benötigen um ihre Kraftwirkung auszuprägen. Es werden allein die durch die Federdeformationen hervorgerufenen Kräfte ins Fundament eingeleitet. Weisen die Federelemente eine sehr geringe Steifigkeit auf, werden quasi keine Kräfte mehr übertragen.

Das **Prinzip der Schwingungsisolation** basiert ebenfalls auf diesem Effekt. Durch entsprechende Wahl des Abstimmungsverhältnisses η wird erreicht, dass die durch die Feder- und Dämpferelemente übertragenen dynamischen Kräfte zum Fundament nur noch einen Bruchteil der Massenträgheitskräfte ausmachen. Der Isolationseffekt tritt allerdings erst ab einem Abstimmungsverhältnis von $\eta > \sqrt{2}$ auf. Je größer die Dämpfung des zwischengeschalteten Feder-Dämpferelementes ist, desto geringer ist der dabei auftretende Isolationseffekt. Die Vergrößerungsfunktion ergibt sich zu:

$$V = \sqrt{\frac{1 + 4\vartheta^2\eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4\vartheta^2\eta^2}} \quad (3.43)$$

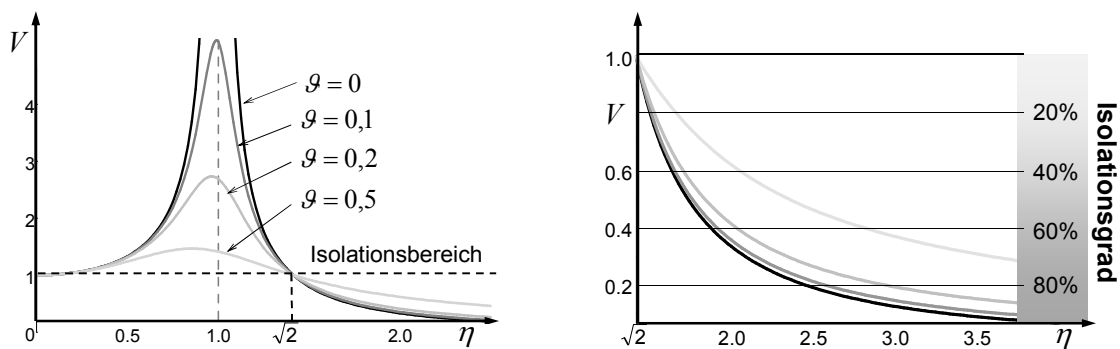


Abb. 23: Schwingungsisolation, Kennzeichnung des Isolationsbereiches (links); Vergrößerung des Isolationsbereiches, Zuordnung des Isolationsgrades (rechts)

3.3.3 Das Modell des Zwei-Massen-Schwingers

Wird bei einem einfachen Vibrationsförderer (Ein-Massen-Schwinger) das Prinzip der Schwingungsisolation angewandt, um die übertragene Fundamentkräfte zu mindern, verändert sich damit dessen mechanischer Aufbau und er wird zu einem Zwei-Massen-Schwingsystem. Die hinzugefügten Schwingungsisolatoren stellen zusätzliche Feder-Dämpferelemente dar, die zusammen mit der Masse der gesamten Gestelleinheit einen neuen angekoppelten Schwinger bilden. Damit ändern sich die dynamischen Eigenschaften des Gesamtsystems wesentlich.

In der Praxis werden solche Geräte häufig allein bezüglich der horizontalen Richtung (x-Richtung) ausgelegt, da diese oft den dominanten Bewegungsanteil bildet. Die vertikale Bewegungskomponente wird dabei, bedingt durch den Anstellwinkel der Blattfedern oder

die Ausrichtung der Erregerkraftkomponente, vereinfacht als vernachlässigbar klein angenommen. So kann ein einfaches Modell, bestehend aus zwei in x-Richtung beweglichen Massen, als Dimensionierungshilfe herangezogen werden.

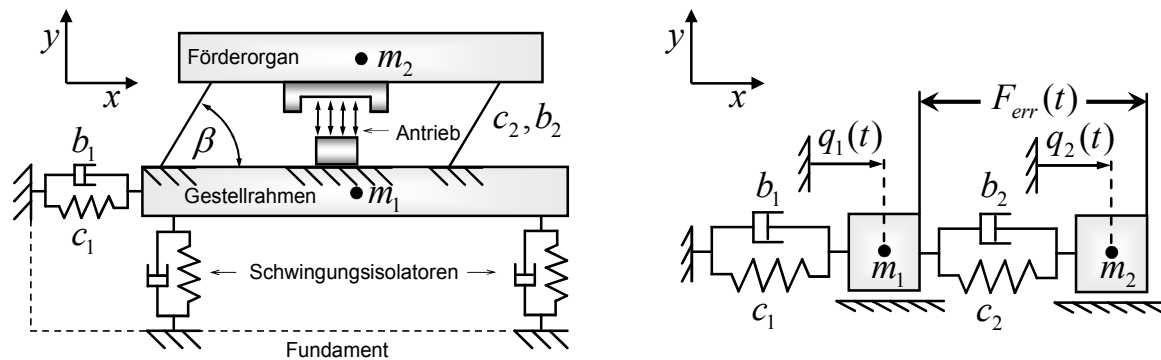


Abb. 24: Schwingungsisolierter Ein-Massen-Schwingförderer (links); stark vereinfachtes Modell zur Beschreibung der dynamischen Effekte in horizontaler Richtung (rechts)

Von besonderem Interesse ist die Lage der Resonanzstellen eines solchen Systems. Für die Dimensionierung ist entscheidend, welche Steifigkeiten die Federelemente aufweisen müssen, um bei einem bestimmten Betriebspunkt den gewünschten Schwingungszustand einzustellen. Unter Vernachlässigung der Dämpfung lässt sich für dieses Modell eines Zwei-Massen-Schwingers eine einfache analytische Lösung zur Bestimmung der Resonanzstellen angeben, die auf die Lösung von Differentialgleichungen im Zeitbereich verzichtet.

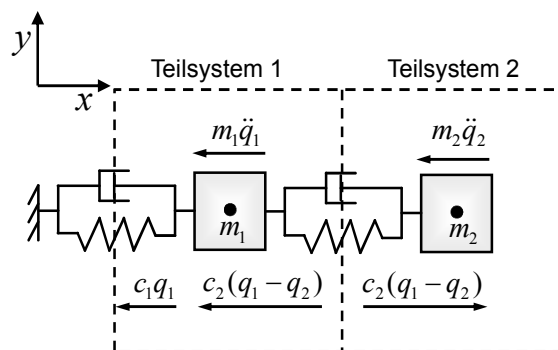


Abb. 25: Zerlegung des Zwei-Massen-Schwingers in zwei Systeme von Ein-Massen-Schwingern, Freischneiden der bewegten Massen

Über das Prinzip des Freischneidens kann das Gesamtsystem in zwei Teilsysteme von Ein-Massen-Schwingern mit einem Freiheitsgrad zerlegt werden. Die an den Schnittstellen auftretenden Kraftgrößen sorgen für ein Kräftegleichgewicht jedes einzelnen Teilsystems.

Für jedes Teilsystem und damit für jeden Freiheitsgrad q_n entsteht eine Bewegungsdifferentialgleichung, die den Zustand des Kräftegleichgewichts beschreibt.

Für das *Teilsystem 1* mit der Masse m_1 gilt:

$$m_1 \ddot{q}_1 + (c_1 + c_2) q_1 - c_2 q_2 = 0 \quad (3.44)$$

Für das *Teilsystem 2* mit der Masse m_2 gilt:

$$m_2 \ddot{q}_2 - c_2 q_1 + c_2 q_2 = 0 \quad (3.45)$$

In Matrixschreibweise dargestellt ergibt sich:

$$\begin{vmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & +c_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} q_1 \\ q_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (3.46)$$

oder kurz:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (3.47)$$

Hier ist $\mathbf{M}$ die Massenmatrix und $\mathbf{C}$ die Steifigkeitsmatrix. Beide fassen die schwingungsrelevanten Parameter des gesamten dynamischen Systems zusammen. Der Vektor $\mathbf{q}$ besteht aus den voneinander unabhängigen generalisierten Koordinaten, deren zweite Ableitung nach der Zeit dem Vektor $\ddot{\mathbf{q}}$ entspricht. Die Anzahl der generalisierten Koordinaten richtet sich dabei nach den Bewegungsfreiheitsgraden des Systems.

Bei konservativen Schwingern (es treten keine Energieverluste auf z. B. durch Reibung) sind die Matrizen $\mathbf{M}$ und $\mathbf{C}$ stets symmetrisch zu ihrer jeweiligen Hauptdiagonalen. Die Massenmatrix $\mathbf{M}$ ist zudem noch positiv definit, d. h. ihre Eigenwerte sind in jedem Fall positiv und reell.

Die generalisierte und zeitabhängige Koordinate $q(t)$ kann nach *BERNOULLI* in einen zeitunabhängigen Term $\tilde{q}$ und einen zeitabhängigen Term $e^{i(\omega t + \varphi)}$ zerlegt werden.

$$\mathbf{q}(t) = \tilde{\mathbf{q}} \cdot e^{i(\omega t + \varphi)} \quad (3.48)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\omega^2 \mathbf{q}(t) \quad (3.49)$$

Durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung erhält man:

$$(\mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.50)$$

Die Eigenwerte ω_i der Matrix $(\mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{M})$ entsprechen den Eigenkreisfrequenzen des Systems und die Vektoren $\tilde{\mathbf{q}}_i$ können als zugehörige Eigenschwingformen, bzw. als Schwingungsamplituden interpretiert werden.

Um allgemeingültige Aussagen über das Feder-Masse-System nach Abb. 25 zu erhalten, ist es sinnvoll, die Massenmatrix $\mathbf{M}$ und die Steifigkeitsmatrix $\mathbf{C}$ dimensionslos als $\mathbf{M}^*$ und $\mathbf{C}^*$ anzugeben. Auf diese Weise kann das Modell allein über Massen- und Steifigkeitsverhältnisse der Teilschwingsysteme zueinander beschrieben werden und ist nicht mehr von dimensionsbehafteten Parametern abhängig.

$$m = \frac{m_1}{m_2} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{M} = m_2 \cdot \begin{vmatrix} \frac{m_1}{m_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = m_2 \cdot \begin{vmatrix} m & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = m_2 \cdot \mathbf{M}^* \quad (3.52)$$

$$c = \frac{c_1}{c_2} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{C} = c_2 \cdot \begin{vmatrix} \frac{c_1 + c_2}{c_2} & -1 \\ c_2 & 1 \end{vmatrix} = c_2 \cdot \begin{vmatrix} c+1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = c_2 \cdot \mathbf{C}^* \quad (3.54)$$

Um die dimensionslosen Größen wieder auf konkrete Parameter zurückzuführen, werden die Masse des Förderorgans m_2 und die Gesamtsteifigkeit der Arbeitsfedern c_2 verwendet. Dies ist sinnvoll, da bei der Dimensionierung eines Vibrationsförderers das Förderorgan als Ausgangspunkt dient und bedingt durch seine Arbeitsaufgabe konstruktiv meist nur eingeschränkt verändert werden kann.

$$(c_2 \cdot \mathbf{C}^* - m_2 \omega^2 \cdot \mathbf{M}^*) \cdot \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.55)$$

$$\lambda_i = \frac{m_2}{c_2} \cdot \omega_i^2 \quad (3.56)$$

Das Eigenwertproblem wird damit durch die dimensionslosen Werte λ_i bestimmt mit:

$$\det |\mathbf{C}^* - \lambda_i \cdot \mathbf{M}^*| = 0 \quad (3.57)$$

Aus der charakteristischen Gleichung können die dimensionslosen Eigenwerte λ_i und die daraus resultierenden Eigenkreisfrequenzen ω_i bestimmt werden.

$$\lambda_i = \frac{1}{2m} (m + c + 1) \pm \sqrt{\frac{1}{4m^2} (m + c + 1)^2 - \frac{c}{m}} \quad (3.58)$$

$$0 < \lambda_1 < \lambda_2 \quad (3.59)$$

Die Lage der dimensionslosen Eigenwerte (Eigenkreisfrequenzen) in Abhängigkeit der Steifigkeits- und Massenverhältnisse sind in Abb. 27 dreidimensional dargestellt.

Der Konstrukteur muss bei der Auslegung eines Zwei-Massen-Schwingsystems oft Kenntnis über die Lage der Resonanzstellen besitzen. Ein möglicher Grund dafür wäre, dass der Betriebspunkt in der Nähe einer der beiden Eigenfrequenzen liegen soll. Die andere Eigenfrequenz sollte dabei einen Wert annehmen, der die Betriebsstabilität nicht beeinflusst oder nicht durch Störeinflüsse (z. B. benachbarte Maschinenanlagen) kritisch erregt werden kann.

Um die Lage der Eigenfrequenzen zueinander zu beschreiben, bietet sich die Betrachtung ihres quadratischen Verhältnisses Λ an.

$$\Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \quad (3.60)$$

Die in Abb. 26 abgebildete Fläche schneidet eine Ebene, die beispielhaft durch den Wert $\Lambda = 0,25$ bestimmt wird. Die dabei entstehende Schnittkurve beschreibt alle zugehörigen Massen- und Steifigkeitsverhältnisse.

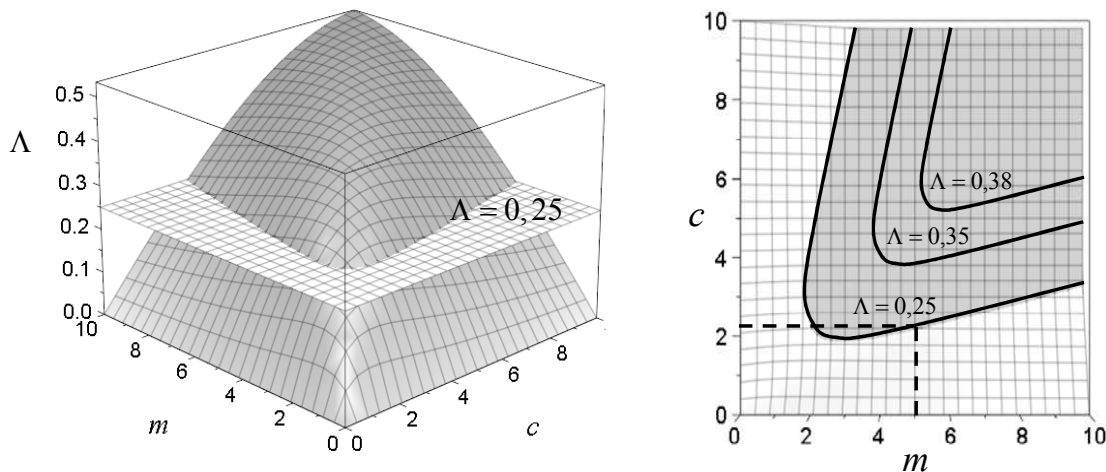


Abb. 26: 3D-Darstellung der Lage der Eigenfrequenzen beim Zwei-Massen-Schwinger; Schnitt mit der Ebene der gekennzeichneten quadratischen Verhältnisse der Eigenfrequenzen (links)

Aus der Lösung des Eigenwertproblems lassen sich nicht nur die Eigenfrequenzen eines Mehr-Massen-Schwingers ableiten, sondern gleichzeitig auch die zugehörigen Eigenschwingformen. Diese werden durch die Eigenvektoren $\mathbf{v}_i$ bestimmt. Eine Eigenschwingform des Gesamtsystems beschreibt dabei das Schwingungsverhalten der Einzelmassen, wenn das System in genau dieser Eigenfrequenz angeregt wird. Dadurch erhält man sowohl Informationen über den Betrag der Amplituden (Amplitudenverhältnis) als auch Informationen über die relative Phasenlage der Teilschwingungen. Da die Dämpfung der Federelemente bei diesen Betrachtungen vernachlässigt wurde, kann die Bewegung der Teilmassen nur entweder gleichphasig ($\phi = 0$) oder gegenphasig ($\phi = \pi$) auftreten.

$$(\mathbf{C}^* - \lambda_i \cdot \mathbf{M}^*) \cdot \mathbf{v}_i = \mathbf{0} \quad (3.61)$$

Die Matrixmultiplikation ergibt i Gleichungen für die Komponenten der Eigenvektoren. Für das hier betrachtete Modell eines Zwei-Massen-Schwingers ist $i = 2$. Um die Bestimmung der Eigenvektoren sinnvoll auf einen Vibrationsförderer zu beziehen, werden die Komponenten v_{1i} normiert. Diese entsprechen den Schwingungsamplituden der Gestellmasse. Daraus ergeben sich wiederum die Komponenten v_{2i} , die den Schwingungsamplituden des Förderorgans entsprechen.

$$\mathbf{v}_i = \begin{pmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

$$v_{1i} = 1 \quad (3.63)$$

$$v_{2i} = 1 + c - m \cdot \lambda_i \quad (3.64)$$

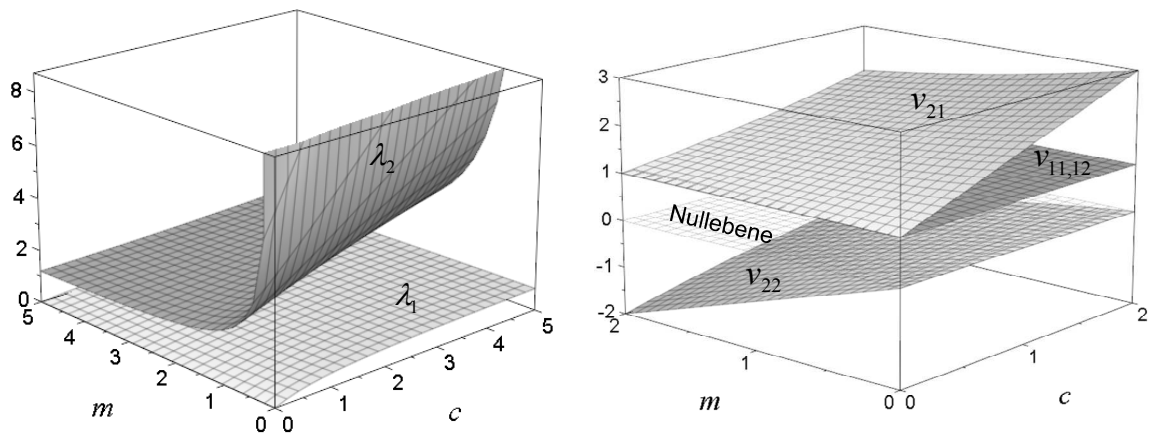


Abb. 27: Darstellung der dimensionslosen Eigenwerte des Zwei-Massen-Schwingers; Lage der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von c (Steifigkeitsverhältnis) und m (Massenverhältnis) (links); normierte Eigenschwingformen bei bestimmten Massen- und Steifigkeitsverhältnissen (rechts)

Besitzt ein Vibrationsfördersystem einen Aufbau, der sich in Analogie zu den hier durchgeführten Betrachtungen modellieren lässt, ist es nun möglich, dessen Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Eigenschwingformen zu berechnen. Aussagen über die Gestalt der Schwingformen außerhalb der Eigenfrequenzen, sollen hier nicht getroffen werden. Es ist zu erwähnen, dass die Vernachlässigung der Dämpfung dazu führt, dass ein solches Schwingssystem nur gleich- oder gegenphasige Bewegungen der Teilmassen (vgl. 3.3.1) als Reaktion auf eine erregende Kraftgröße vollführt. In der Realität treten jedoch immer Energieverluste auf, die als Dämpfung aufgefasst werden können und die gerade hinsichtlich der Ausbildung des Schwingbildes (oder der Bewegungsform) eines Mehr-Massen-Schwingsystems erhebliche Auswirkungen haben können.

3.4 Zweidimensionale Bewegungsformen bei Vibrationsförderern

Im vorangegangenen Abschnitt wurde eine typische Bauform für Vibrationsförderergeräte als Modell eines einfachen ungedämpften Zwei-Massen-Schwingers interpretiert. Dabei wurde den Teilmassen lediglich ein Freiheitsgrad in x-Richtung bzw. in Förderrichtung zugeordnet. In diesem Abschnitt soll eine Erweiterung des Modells vorgenommen werden, die einen praktisch relevanten Aspekt zur Entstehung zweidimensionaler Bewegungsformen erläutert.

Zusätzlich zur Bewegungsfreiheit in x-Richtung, besitzen die Teilmassen vertikale Freiheitsgrade. Diese resultieren aus der Federlagerung des Gestellrahmens in y-Richtung, die bisher als Schwingungsisolatoren betrachtet wurden. In der Praxis wird dieser Freiheitsgrad der Bewegung meist vernachlässigt, da die Schwingungen des Gestellrahmens in vertikaler Richtung oft wesentlich geringer ausgeprägt sind als jene in Förderrichtung. Aber gerade dieser scheinbar unbedeutende vertikale Freiheitsgrad ist die Ursache für das Entstehen *zweidimensionaler Bewegungsformen* und kann den Vibrationsfördervorgang enorm beeinflussen.

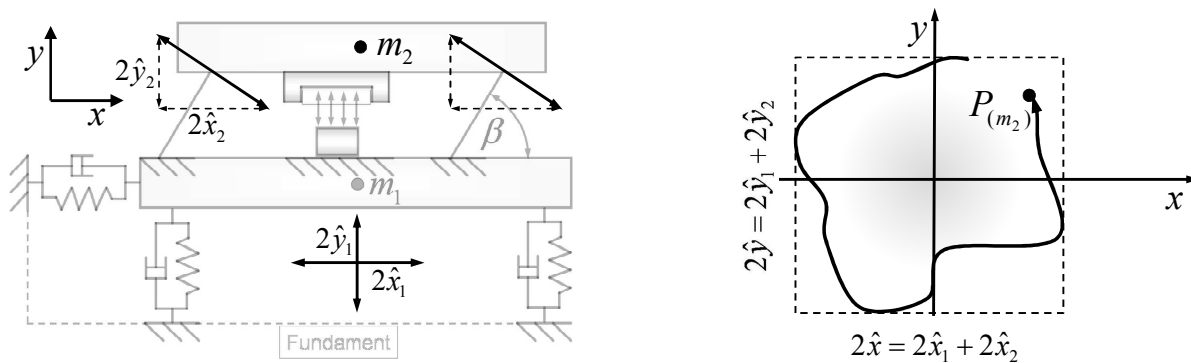


Abb. 28: Schwingungsisolierter Ein-Massen-Schwinger als Modell eines Vibrationsförderers (links); stark vereinfachtes Modell zur Beschreibung der dynamischen Effekte in horizontaler Richtung (rechts)

Der Anstellwinkel der skizzierten Blattfederelemente ruft nach dem betrachteten Modell keinen zusätzlichen Freiheitsgrad des Schwingensystems hervor, denn eine Auslenkung in x-Richtung bedingt gleichzeitig eine Auslenkung in y-Richtung. Das Deformationsverhalten der Blattfedern wird damit vollständig durch deren Biegelinie beschrieben. Die Position des Förderorgans $P_{(m_2)}$ kann zu jedem Zeitpunkt t mit zwei Koordinaten $x(t)$ und $y(t)$ abgebildet werden. Die Spur von $P_{(m_2)}$ wird nachfolgend allgemein als zweidimensionale Bewegungsform bezeichnet.

In Abb. 28 ist eine beliebige zweidimensionale Bewegungsform dargestellt. Prinzipiell kann sie jede mögliche Geometrie annehmen, muss jedoch immer geschlossen sein. Bei Schwingensystemen entspricht die Bewegungsform der Schwingungsantwort des Gesamtsystems und lässt sich nach dem *Superpositionsprinzip* als Überlagerung der Teilschwingungskomponenten in der jeweiligen Koordinatenrichtung darstellen.

3.4.1 Harmonische Bewegungsformen 1. Ordnung

Aus der Periodizität des Vibrationsförderprozesses folgt, dass die Absolutkoordinaten Wertepaare bilden, die sich mit einer bestimmten Frequenz zeitlich wiederholen. Es bildet sich als Überlagerung beider Bewegungskomponenten in jedem Fall eine geschlossene Bahnkurve $y(x)$ heraus. Bewegt sich das Förderorgan sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung sinusförmig (harmonisch), entsteht bei der Überlagerung eine *harmonische Bewegungsform*, die fortan als *Bewegungsform 1. Ordnung* bezeichnet wird. Erreichen beide Bewegungskomponenten ihr Auslenkungsmaximum bzw. ihr Auslenkungsminimum nicht zeitgleich, spricht man von einer Phasenverschiebung der Teilschwingungskomponenten, die fortan mit ϕ bezeichnet werden soll.

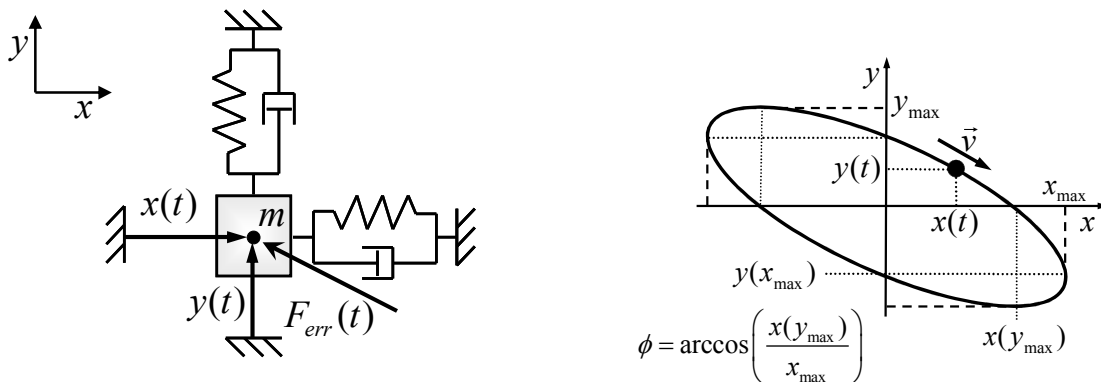


Abb. 29: Harmonische Bewegungsform 1. Ordnung als Resultat der Superposition einer vertikalen und einer horizontalen Teilschwingungskomponente; Phasenverschiebung führt zu einer elliptischen Bewegungsform

Harmonische Bewegungsformen 1. Ordnung lassen sich technisch relativ einfach erzeugen, da sie der Schwingungsantwort linearer Feder-Masse-Systeme entsprechen. Bleibt die Dämpfung der Feder-Dämpferelemente bei der Modellierung vernachlässigt, können als Ergebnis nach Abschnitt 3.3.1 lediglich Phasenverschiebungen von $\phi = 0$ oder $\phi = \pi$ auftreten. Die Masse aus Abb. 29 schwingt in jedem Fall mit der Frequenz der Erregung. Je nachdem ob die skizzierten Federelemente über- oder unterkritisch zur Masse m abgestimmt sind, ist die Schwingungsantwort entweder gleich- oder gegenphasig zur Erregung.

Wird die Dämpfung nicht vernachlässigt, ist nach Abschnitt 3.3.1 jede Phasenverschiebung zwischen $0 < \phi < 2\pi$ möglich und kann durch geeignete Wahl der Steifigkeit des horizontalen und des vertikalen Federelementes generiert werden. Die Amplitude der Schwingungsantwort einer Komponente lässt sich in jedem Fall direkt durch den Anteil der Erregerkraftfunktion in die jeweilige Koordinatenrichtung beeinflussen.

Die folgenden Betrachtungen zeigen die geometrischen Zusammenhänge bei der Entstehung *harmonischer Bewegungsformen 1. Ordnung* (elliptische Bewegungsformen) zwischen der Phasenverschiebung und den jeweiligen Schwingungsamplituden.

Die Bewegung der Teilkomponenten lässt sich bei gemeinsamer Frequenz und unbestimmter Phasenlage ϕ beschreiben mit:

$$x(t) = C_x \cdot \sin(\Omega t) \quad (3.65)$$

$$y(t) = C_y \cdot \sin(\Omega t + \phi) \quad (3.66)$$

Nach den Additionstheoremen ergibt sich:

$$\sin(\Omega t + \phi) = \sin(\Omega t) \cdot \cos(\phi) + \cos(\Omega t) \cdot \sin(\phi) \quad (3.67)$$

$$\cos(\Omega t) = \sqrt{1 - \sin^2(\Omega t)} \quad (3.68)$$

Die Funktion $y(x, \phi)$ beschreibt die geometrische Form einer elliptischen Bahnkurve.

$$y(x, \phi) = \sqrt{\frac{C_y^2}{C_x^2} \cos^2(\phi) x^2 + 2 \frac{C_y^2}{C_x} \cos(\phi) \sin(\phi) \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{C_x^2}} \right) x + C_y^2 \sin^2(\phi) \left(1 - \frac{x^2}{C_x^2} \right)} \quad (3.69)$$

Die Ausdehnung der Bahnkurve wird durch die Werte C_x und C_y bestimmt und entspricht den auf die Achsen projizierten maximalen Auslenkungen. Der Phasenwinkel ϕ beeinflusst den Öffnungswinkel der Ellipse. Ist $\phi = 0$ schließt sich die elliptische Form zu einer linearen Bahnkurve zusammen.

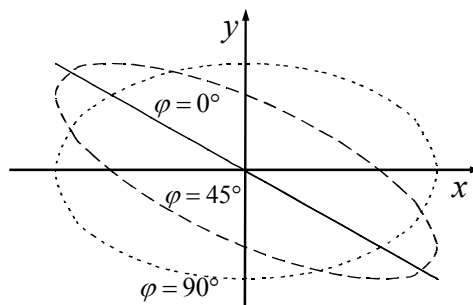


Abb. 30: Darstellung harmonischer Bewegungsformen 1. Ordnung bei variablen Phasenwinkeln

Durch den Einsatz von herkömmlichen Blatt- oder Gummifederelementen, die horizontal und vertikal anzuordnen sind, und herkömmlicher Antriebseinheiten, welche die Teilschwingungen in beide Richtungen anregen, lassen sich zweidimensionale Bewegungsformen gezielt generieren. Die dabei entstehenden Schwingbilder können meist in guter Näherung über elliptische Bewegungsformen beschrieben werden.

Viele Vibrationsförderer weisen ähnliche Bewegungsformen auf. Diese werden jedoch nicht immer beabsichtigt generiert, bleiben dann unerkant und werden bei der Berechnung der Fördergeschwindigkeit einfach vernachlässigt. Dies führt in der Praxis nicht selten zu enormen Abweichungen der erwarteten Fördergeschwindigkeit. In ungünstigen Fällen kann das Auftreten von zweidimensionalen Bewegungsformen sogar zur vollständigen Umkehr der beabsichtigten Förderrichtung führen.

3.4.2 Bewegungsformen höherer Ordnung

In Abschnitt 3.3 wurde ein kurzer Einblick in die Abstraktion von Vibrationsförderern mit Hilfe einfacher linearer Schwingungsmodelle gegeben. Häufig ist diese dynamische Modellierung ausreichend und genügt den praktischen Anforderungen. Es existieren jedoch auch Bauformen, die nicht über diese einfachen Modelle beschrieben werden können. Gerade dann wenn einem Förderorgan bewusst nichtharmonische Bewegungsformen aufgezwungen werden, bzw. wenn ein System stark ausgeprägte Nichtlinearitäten aufweist, ist die Beschreibung der Bewegung mittels harmonischer Bewegungsformen 1. Ordnung nicht mehr sinnvoll.

Das Wirkprinzip solcher speziellen Ausführungen basiert meist entweder auf der Ausnutzung des Unterschiedes zwischen Haft- und Gleitreibung oder der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Gleitreibung selbst (vgl. Abschnitt 3.1.2). Die Vereinfachung der tatsächlichen Bewegung des Förderorgans auf eine harmonische Bewegung 1. Ordnung würde das gesamte Funktionsprinzip ad absurdum führen. Selbst Vibrationsförderer, die auf komplexen Federelementen gelagert sind, können enorme Abweichungen von harmonischen Bewegungsformen aufweisen. Vor allem wenn lineare Federelemente in mehrere Richtungen gleichzeitig deformiert werden, können solche Effekte auftreten.

Die resultierenden Bewegungsformen bleiben zwar periodisch, jedoch nicht mehr in 1. Ordnung harmonisch. In Abschnitt 3.2 wurde erläutert, dass sich jedes periodische Signal als unendliche Reihe harmonischer bzw. trigonometrischer Funktionen darstellen lässt. Genau diese Eigenschaft soll genutzt werden, um zweidimensionale Bewegungsformen von Förderorganen verallgemeinert zu beschreiben. In Abschnitt 3.4.1 genügte zur vollständigen Beschreibung der Bewegungsform vier Parameter C_x , C_y , ϕ und Ω .

Bewegungsformen höherer bzw. k -ter Ordnung lassen sich wie folgt darstellen:

$$x(t) = \sum_{n=0}^k C_{xn} \cdot \cos(n\Omega t + \phi_{xn}) \quad (3.70)$$

$$y(t) = \sum_{n=0}^k C_{yn} \cdot \cos(n\Omega t + \phi_{yn}) \quad (3.71)$$

Die allgemeine Darstellung einer Bewegungsform in Form von trigonometrischen Reihen weist für die nachfolgenden Betrachtungen zahlreiche Vorteile auf. Es lässt sich nahezu jede denkbare Geometrie konstruieren, wobei schon mit einer geringen Anzahl von Reihengliedern ($n \leq 5$) sehr gute Annäherungen an experimentell aufgenommene Schwingbilder erzielt werden können. Außerdem sind die trigonometrischen Funktionen stetig und einfach analytisch differenzierbar, was die problemlose Verwendung der Funktionen in einem numerischen Simulationsprogramm ermöglicht.

$$x(t) = \sum_{n=0}^k C_{xn} \cdot \cos(n\Omega t + \phi_{xn}) \quad (3.72)$$

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \sum_{n=0}^k C_{xn} \cdot n\Omega^n \cdot \cos(n\Omega t + \phi_{xn}) \quad (3.73)$$

In der nachfolgenden Abbildung ist beispielhaft eine zweidimensionale Bewegungsform dargestellt, die sich aus der Überlagerung einer harmonischen Bewegung in x- und einer nichtharmonischen Bewegung in y-Richtung ergibt. Dieser Verlauf wird als Original bezeichnet. Die y-Komponente der Bewegung entspricht quadratischen Parabeln, die sich aus zwei unterschiedlichen konstanten Beschleunigungen in vertikaler Richtung ableiten. Gleichzeitig ist die Näherung dieser Verläufe mittels einer 5-gliedrigen trigonometrischen Reihe abgebildet, welche mittels einer DFT ermittelt wurde.

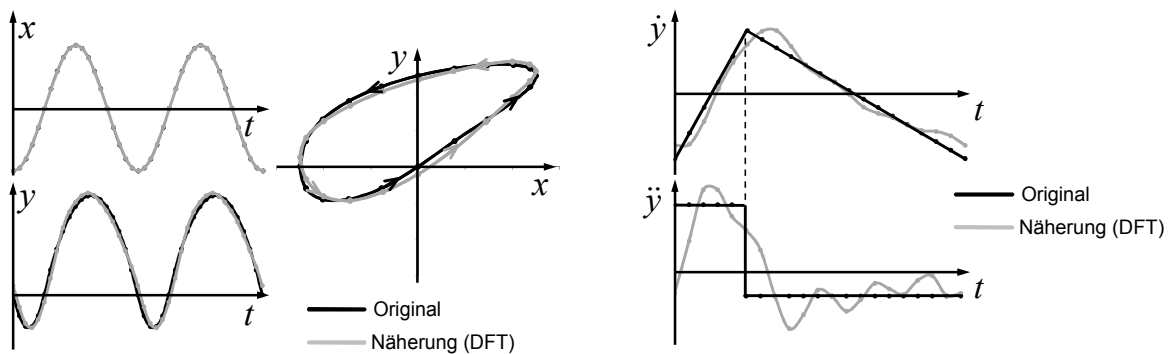


Abb. 31: Beschreibung zweidimensionaler Bewegungsformen höherer Ordnung mit einer trigonometrischen Reihe (links); erste und zweite Ableitung der trigonometrischen Reihe im Vergleich zum Original (rechts)

Diese Darstellungsform weist zusätzlich den Vorteil auf, dass unstetige Verläufe, speziell der Geschwindigkeit oder der Beschleunigung, „verstetigt“ werden. Somit können selbst theoretisch konstruierte Bewegungen in guter Näherung untersucht werden, die auf abschnittsweise definierten Funktionen beruhen.

Auch für die Auswertung experimenteller Untersuchungen ergeben sich daraus zahlreiche Vorzüge. Aufgezeichnete Bewegungsformen können effizient und eindeutig in beliebiger Ordnungstiefe mittels DFT bzw. Fitting (vgl. Abschnitt 3.2.2 und 3.2.3) analysiert werden. Die dabei erhaltenen charakteristischen Koeffizienten repräsentieren, zusammen mit der Abbildungsvorschrift der trigonometrischen Reihe, eine vollständige Messung im Zeitbereich.

Kapitel 4

Modellierung des Förderprozesses

In Abschnitt 2.3.1 erfolgte die Vorstellung der nach dem Stand der Technik geläufigste Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Fördergeschwindigkeit beim Vibrationsförderprozess. Des Weiteren wurde erörtert, welchen Einschränkungen die Anwendbarkeit dieser Vorschrift unterliegt und unter welchen Voraussetzungen die Rechenergebnisse als praxisrelevant betrachtet werden können. In diesem Kapitel wird ein erweitertes Berechnungsmodell entwickelt, mit dem es möglich ist, die Fördergeschwindigkeit eines Gutes bei einer beliebigen zweidimensionalen Bewegungsform eines Förderorgans zu berechnen. Das Modell ist dabei sowohl auf das Gleit- als auch auf das Mikrowurfprinzip anwendbar und soll damit als Berechnungsgrundlage für eine Vielzahl im Einsatz befindlicher Vibrationsfördersysteme genutzt werden können. Gleichzeitig dient dieses Modell als Basis theoretischer Untersuchungen, um für den Vibrationsfördervorgang relevante Gesetzmäßigkeiten abzuleiten, oder gar optimale Bewegungsformen zu finden.

Gültigkeitsbedingungen und Voraussetzungen sind notwendig, um die Aussagekraft eines mathematischen Modells einzuschränken und gegenüber anderen Modellen abzugrenzen. Die Gültigkeitsbedingungen sollten den angestrebten Ergebnissen entsprechend angepasst werden, ohne dabei wesentliche physikalische Sachverhalte des realen Vorgangs zu vernachlässigen. Die dadurch getroffenen idealisierten Annahmen dienen vorrangig dem Zweck, den analytischen oder rechentechnischen Aufwand zu minimieren. Dies gilt insbesondere für aufwendige numerische Lösungsalgorithmen mit hohen zu erwartenden Rechenzeiten.

Innerhalb dieses mathematischen Modells wird das Fördergut als ein idealisierter Körper definiert, dessen Eigenschaften sich allein über eine Punktmasse und das Kontaktverhalten zum Förderorgan beschreiben lassen. Dabei wird vorausgesetzt, dass dieser ideale Körper eine ausreichende Standsicherheit bezüglich der Oberfläche des Förderorgans besitzt und keinerlei Rotationsbewegungen zugelassen werden. Aussagen über die Eignung unterschiedlichster Schütt- und Stückgüter für ein bestimmtes Vibrationsförderprinzip sollen innerhalb dieser Arbeit nicht weiter behandelt werden. Dies könnte ein Gegenstand nachfolgender Untersuchungen sein.

Das Bewegungsverhalten des Massepunktes wird lediglich als ein zweidimensionales Problem abstrahiert, da Bewegungen innerhalb des Förderorganquerschnittes für die beabsichtigten Untersuchungen nicht von Interesse sind. Es sollen vielmehr Aussagen über ein optimales Zusammenwirken der für den Fördervorgang relevanten Kraftkomponenten gefunden werden. Durch die Zuweisung der Koordinaten sollte das Berechnungsmodell sowohl für Linear- als auch für Wendelschwingförderer anwendbar sein.

4.1 Koordinatenzuweisung und Kräfteschaubild

Die Koordinatenzuweisung wurde nach den festgelegten Gültigkeitsbedingungen wie folgt definiert. Das Bewegungsverhalten des Förderorgans wird mit den Koordinaten $x(t)$ und $y(t)$ beschrieben. Koordinaten, die mit q bezeichnet sind, werden in dieser Arbeit nur für Reaktionsbewegungen eines dynamischen Systems verwendet und nicht für direkte Bewegungsvorgaben. Der Winkel γ entspricht dem Neigungswinkel des Förderorgans. Die Position des Fördergutes (Massepunkt) bezüglich des Förderorgans wird durch die Relativkoordinate $\xi(t)$ bestimmt, solange Fördergut und Förderorgan in Kontakt stehen. Auf die Zuweisung einer weiteren vertikalen Relativkoordinate kann zumindest im Kontaktzustand verzichtet werden. $\xi(t)$ dient der späteren Ermittlung der Fördergeschwindigkeit des Fördergutes.

Hebt das Fördergut bei einem Mikrowurf vom Förderorgan ab, wird dessen Position durch die Absolutkoordinaten $p_x(t)$ und $p_y(t)$ abgebildet. Diese Zuweisung ist für den numerischen Berechnungsalgorithmus und die spätere Auswertung der Berechnungsergebnisse sinnvoll, da auf diese Weise auftretende Wurfzustände sofort detektiert werden können.

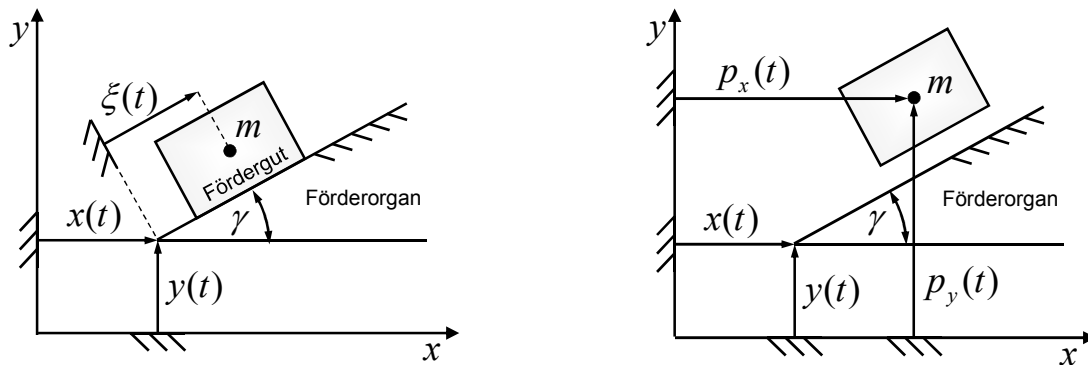


Abb. 32: Koordinatenzuweisung - Fördergut und Förderorgan stehen in Kontakt, Relativkoordinate (links); Fördergut und Förderorgan stehen nicht in Kontakt, Absolutkoordinaten (rechts)

Das Kräfteschaubild aus Abb. 33 veranschaulicht die auf das Fördergut wirkenden Kräfte nach dem Freischneiden, die als Vektoren angetragen sind. Je nachdem ob das Fördergut mit dem Förderorgan in Kontakt steht oder nicht, ergeben sich unterschiedliche Kräfteschaubilder bzw. Kräftegleichgewichte.

In vertikaler Richtung wirkt die Gewichtskraft F_G infolge der Erdbeschleunigung g . Der Betrag der Erdbeschleunigung könnte innerhalb der theoretischen Untersuchungen variiert werden, um zusätzliche Haftkräfte zwischen Fördergut und Förderorgan zu simulieren. Solche zusätzlichen Haftkräfte könnten beispielsweise durch magnetische Felder (bei ferromagnetischen Materialien), oder bei Stückgütern mit geringer Höhe im Vergleich zu deren Auflagefläche, durch elektrostatische oder adhäsive Kraftwirkungen entstehen. Vorerst sollen solche Effekte jedoch unberücksichtigt bleiben.

Die Trägheitskraft des Fördergutes wird horizontal und vertikal zerlegt und durch die Kraftkomponenten $F_T^{(x)}$ und $F_T^{(y)}$ dargestellt. In dem Strömungswiderstand F_w sind alle Widerstandskräfte vereinigt, die sich bei der Bewegung eines Körpers durch ein fluides Medium ergeben (vgl. Abschnitt 3.1.2). F_w wirkt stets entgegen der Bewegungsrichtung des Fördergutes und ist von dessen spezifischen Eigenschaften abhängig. Die dabei auftretenden strömungsmechanischen Effekte können äußerst komplex werden und lassen sich meist mathe-

matisch nur schwer beschreiben. Die Interpretation des Strömungswiderstandes nach Abschnitt 3.1.2 bietet dabei lediglich eine gute Näherung für „massive Stückgüter“. Während der Entwicklung des numerischen Berechnungsmodells hat sich herausgestellt, dass eine Berücksichtigung des Strömungswiderstandes nur unter der Annahme sehr großer c_w -Werte nennenswerte Einflüsse auf den Fördervorgang ausübt. Im Sinne der Minimierung des Rechenaufwandes und der Vereinfachung der Auswertung bleibt der Strömungswiderstand in dieser Arbeit vernachlässigt, obwohl das entwickelte Programm die Möglichkeit der vereinfachten Berücksichtigung direkt bietet.

Die Normalkraft F_N gibt an, wie stark das Fördergut in der Wirkrichtung der Normalen n gegen das Förderorgan gepresst wird. Gleichzeitig bestimmt die Normalkraft den Betrag der wirkenden Reibkraftkomponente F_R , die hier durch das *COULOMBS*sche Reibmodell (vgl. 3.1.2) beschrieben werden soll. Die Reibkraft F_R wirkt in Richtung der Neigung des Förderorgans und ist über die Reibbeiwerte μ_H (Haftreibwert) und μ_G (Gleitreibwert) direkt von der wirkenden Normalkraft abhängig. Sie wirkt stets entgegen der relativen Bewegungsrichtung $\dot{\xi}(t)$ des Fördergutes. Über die Definition der Koordinaten ist es jederzeit möglich, die Anteile der Kraftkomponenten über den Neigungswinkel γ in das ξ, n -Koordinatensystem zu transformieren.

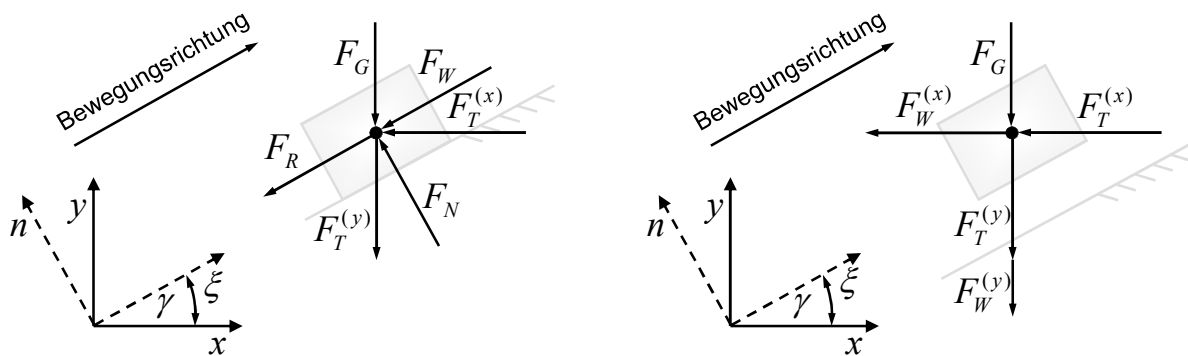


Abb. 33: Kräfteschaubild nach dem Freischneiden - Fördergut und Förderorgan stehen in Kontakt (links); Fördergut und Förderorgan stehen nicht in Kontakt (rechts)

Wenn die Normalkraft $F_N < 0$ wird, hebt das Fördergut ab und es gilt ein neues Kräftegleichgewicht für den kontaktlosen Zustand nach Abb. 33 (rechts). In diesem Zustand existiert keine Festkörperreibung mehr und die Bewegung des Fördergutes in horizontaler Richtung wird lediglich durch eventuelle Strömungswiderstände abgebremst. Bleiben diese Kraftwirkungen unberücksichtigt, wird der Aufschlagzeitpunkt allein durch die wirkende Erdanziehungskraft bestimmt. Der Moment des Aufschlagens stellt einen besonders unscharfen Zustandsübergang dar, der sich physikalisch kaum verallgemeinert beschreiben lässt. Der dabei auf das Fördergut übertragene Impuls ist von zahlreichen Einflussfaktoren abhängig, die neben den Bewegungsparametern auch fördergutspezifische Eigenschaften betreffen. Eine detaillierte Berücksichtigung dieser Impulseffekte ist daher nur in komplexen Mehrkörpersimulationen möglich. Der damit verbundene Rechenaufwand sowie die zahlreichen unbekannten Eingabeparameter würden die angestrebten Ziele dieser Arbeit verfehlen.

4.2 Bewegungsgleichungen und Zustandsbedingungen

Die Bewegung des Fördergutes ergibt sich aus den angreifenden zeitlich abhängigen Kraftkomponenten. Diese Kräfte befinden sich in jedem Zustand und zu jedem Zeitpunkt im Gleichgewicht und sind verantwortlich für die Beschleunigung des Fördergutes. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, muss beim Aufstellen der *Bewegungsgleichungen* für das Fördergut zwischen bestimmten Zuständen unterschieden werden, da sich zustandsabhängige Kräfteschaubilder ergeben. Der Übergang eines Zustandes in einen anderen wird mathematisch in den *Zustandsbedingungen* formuliert. Sie stellen einfache Gleichungen dar, die einen Zustand genau definieren und ständig überprüft werden müssen. Eine der Zustandsbedingungen kann bereits abgeleitet werden.

$$F_N \geq 0 \quad \dots \text{Kontaktbedingung} \dots \quad (4.1)$$

Es wird zwischen den folgenden drei Zuständen unterschieden.

4.2.1 Haftzustand

Im *Haftzustand* müssen neben der Kontaktbedingung zwei weitere Bedingungen erfüllt sein. Das Fördergut muss sich relativ zum Förderorgan in Ruhe befinden und die Summe aus Trägheitskraft und Hangabtriebskraft des Gutes muss betragsmäßig kleiner oder wenigstens gleich der resultierenden Hafttreibkraft sein.

$$\dot{\xi} = 0 \quad \dots 1. \text{ Haftbedingung} \dots \quad (4.2)$$

$$F_H \geq |F_G \cdot \sin \gamma + F_T| \quad \dots 2. \text{ Haftbedingung} \dots \quad (4.3)$$

Die Hafttreibkraft ergibt sich dabei in Abhängigkeit der wirkenden Normalkraft und dem Materialpaarungskennwert μ_H (Haftreibwert) mit:

$$F_H = \mu_H \cdot m \left((\ddot{y} + g) \cdot \cos \gamma - \ddot{x} \cdot \sin \gamma \right) \quad (4.4)$$

Da laut dieser Definition eine negative Haftkraft eine negative Normalkraft voraussetzt, ist die *Kontaktbedingung* auf jeden Fall erfüllt, wenn auch die *2. Haftbedingung* erfüllt ist.

Die Trägheitskraft des Fördergutes resultiert im Haftzustand allein aus der Bewegung des Förderorgans.

$$F_T + F_G \cdot \sin \gamma = m \left((\ddot{y} + g) \cdot \sin \gamma + \ddot{x} \cdot \cos \gamma \right) \quad (4.5)$$

Durch Einsetzen von (4.4) und (4.5) in Gleichung (4.3) erhält man:

$$0 \leq \mu_H \left((\ddot{y} + g) \cdot \cos \gamma - \ddot{x} \cdot \sin \gamma \right) - \left| \left((\ddot{y} + g) \cdot \sin \gamma + \ddot{x} \cdot \cos \gamma \right) \right| \quad (4.6)$$

Da sich das Fördergut im Haftzustand relativ zum Förderorgan in Ruhe befindet, existiert auch keine Relativbeschleunigung. Die Bewegungsgleichung des Fördergutes für den Haftzustand ergibt sich zu:

$$\ddot{\xi} = 0 \quad (4.7)$$

4.2.2 Gleitzustand

Im *Gleitzustand* steht das Fördergut mit dem Förderorgan in Kontakt und bewegt sich relativ zu diesem mit einer bestimmten Geschwindigkeit $\dot{\xi}(t)$. Lediglich die Kontaktbedingung aus (4.1) muss in diesem Zustand erfüllt sein.

$$0 \leq (\ddot{y} + g) \cdot \cos \gamma - \ddot{x} \cdot \sin \gamma \quad (4.8)$$

Der Relativbewegung wirkt die Gleitreibungskraft F_R entgegen, die von der zwischen Gut und Förderorgan wirkenden Normalkraft und dem Materialpaarungskennwert μ_G abhängig ist. Zur Vereinfachung wird der Gleitreibbeiwert nach dem *COULOMBS*chen Reibmodell als geschwindigkeitsunabhängig angenommen.

$$F_R = \text{sign}(\dot{\xi}) \cdot \mu_G \cdot F_N \quad (4.9)$$

$$F_R = \text{sign}(\dot{\xi}) \cdot \mu_G \cdot m \left((g + \ddot{y}) \cdot \cos \gamma - \ddot{x} \cdot \sin \gamma \right) \quad (4.10)$$

Die resultierende Trägheitskraft des Fördergutes in ξ -Richtung wird durch die Beschleunigung des Förderorgans und die Relativbeschleunigung zu diesem bestimmt.

$$F_T = m \left(\ddot{y} \cdot \sin \gamma + \ddot{x} \cdot \cos \gamma + \ddot{\xi} \right) \quad (4.11)$$

Aus dem Kräftegleichgewicht lässt sich die folgende Differentialgleichung ableiten, die den Zustand des Gleitens unter der Kontaktbedingung beschreibt.

$$F_T + F_R + F_G \cdot \sin \gamma = 0 \quad (4.12)$$

$$\ddot{\xi} = -\mu_G \cdot ((g + \ddot{y}) \cdot \cos \gamma - \ddot{x} \cdot \sin \gamma) \cdot \text{sign}(\dot{\xi}) - ((g + \ddot{y}) \cdot \sin \gamma + \ddot{x} \cdot \cos \gamma) \quad (4.13)$$

Bei dieser Bewegungsdifferentialgleichung kommt es aufgrund der enthaltenen Signum-Funktion zu Unstetigkeiten, wenn das Fördergut seine relative Bewegungsrichtung ändert. Die Ursache dafür liegt in der modellierten Gleitreibungskraft nach *COULOMB*, die stets entgegen der Bewegungsrichtung wirkt. Für die numerische Integration kann diese Unstetigkeitsstelle in Abhängigkeit des verwendeten Solvers zu Problemen bei der Auswertung führen. Aus diesem Grund wird die Signum-Funktion durch eine Arkustangens-Funktion approximiert und somit die Unstetigkeitsstelle beim Nulldurchgang durch einen stetigen Funktionsverlauf mit einem sehr starken Anstieg ersetzt. Diese Approximation ermöglicht die problemlose Verwendung eines Solvers mit automatischer Schrittweitensteuerung und verringert damit die notwendige Rechenzeit.

$$\text{sign}(\dot{\xi}) \approx \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(10^{10} \cdot \dot{\xi}) \quad (4.14)$$

4.2.3 Wurfzustand

Der *Wurfzustand* tritt ein, sobald die *Kontaktbedingung* nicht mehr erfüllt ist. Der *Abwurfzeitpunkt* wird mit t_{abw} bezeichnet. Ab diesem Zeitpunkt ist es zur Beschreibung der Fördergutbewegung zweckmäßig, von den Relativ- zu den Absolutkoordinaten zu wechseln, da sich das Förderorgan unabhängig vom Fördergut weiter bewegt.

$$p_x(t = t_{abw}) = x(t = t_{abw}) + \xi(t = t_{abw}) \cdot \cos \gamma = p_{x_0} \quad (4.15)$$

$$p_y(t = t_{abw}) = y(t = t_{abw}) + \xi(t = t_{abw}) \cdot \sin \gamma = p_{y_0} \quad (4.16)$$

Dem Fördergut kann im Augenblick des Abhebens ebenfalls eine bestimmte Absolutgeschwindigkeit zugeordnet werden, die sich aus der Bewegung des Förderorgans und aus der Relativgeschwindigkeit bestimmen lässt.

$$\dot{p}_x(t = t_{abw}) = \dot{x}(t = t_{abw}) + \dot{\xi}(t = t_{abw}) \cdot \cos \gamma = \dot{p}_{x_0} \quad (4.17)$$

$$\dot{p}_y(t = t_{abw}) = \dot{y}(t = t_{abw}) + \dot{\xi}(t = t_{abw}) \cdot \sin \gamma = \dot{p}_{y_0} \quad (4.18)$$

Betrag und Richtung dieser Startgeschwindigkeit bestimmen den weiteren Bewegungsverlauf des Fördergutes bis zum erneuten Auftreffen auf das Förderorgan. Unter Vernachlässigung des Strömungswiderstandes kann diese Bewegung mittels einer Wurfparabel beschrieben werden.

Für die Horizontalbewegung ergibt sich:

$$\ddot{p}_x(t) = 0 \quad (4.19)$$

$$\dot{p}_x(t) = \dot{p}_{x_0} \quad (4.20)$$

$$p_x(t) = p_{x_0} + \dot{p}_{x_0}(t - t_{abw}) \quad (4.21)$$

Für die Vertikalbewegung ergibt sich:

$$\ddot{p}_y(t) = -g \quad (4.22)$$

$$\dot{p}_y(t) = \dot{p}_{y_0} - g(t - t_{abw}) \quad (4.23)$$

$$p_y(t) = p_{y_0} + \dot{p}_{y_0}(t - t_{abw}) - \frac{g}{2}(t^2 - t_{abw}^2 - 2t \cdot t_{abw}) \quad (4.24)$$

Der *Wurfzustand* wird zum *Auftreffzeitpunkt* $t = t_{auf}$ verlassen, wenn sich der Abstand zwischen der Wurfparabel des Gutes und der Bewegungsbahn des Förderorgans zu Null ergibt. Bei geneigtem Förderorgan ist zu beachten, dass sich eine horizontale Gutbewegung aufgrund des Steigungswinkels γ ebenfalls auf diesen Abstand auswirkt.

Der *Auftreffzeitpunkt* $t = t_{auf}$ berechnet sich damit unter Vernachlässigung von Strömungskräften aus der Gleichung:

$$p_y(t - t_{abw}) - y(t) + (x(t) - x(t_{abw}) - \dot{p}_{x_0} \cdot (t - t_{abw})) \cdot \tan \gamma = 0 \quad (4.25)$$

Mit dem Auftreffen des Fördergutes müssen neue Anfangsbedingungen für den nachfolgenden Bewegungszustand definiert werden.

Die Geschwindigkeit des Fördergutes in ξ -Richtung wird als Startwert (Anfangsbedingung) an die Bewegungsgleichungen für den neuen Zustand übergeben und wieder in die Relativkoordinate ξ transformiert. Die ξ -Richtung wird dabei durch den Neigungswinkel γ bestimmt. Der Betrag von $\dot{\xi}_0$ setzt sich aus der Geschwindigkeit des Wurfanteils $\dot{p}(t_{auf})$ und aus der Bewegung des Förderorgans $\dot{x}(t_{auf})$ und $\dot{y}(t_{auf})$ zum Auftreffzeitpunkt zusammen.

$$\dot{\xi}_0 = \dot{\xi}(\dot{p}) + \dot{\xi}(\dot{x}, \dot{y}) \quad (4.26)$$

In der nachfolgenden Abbildung sind die Geschwindigkeiten als vektorielle Größen angetragen und zur Veranschaulichung anteilmäßig zerlegt dargestellt. Die Auswirkung des Wurfan-

teils auf die Relativgeschwindigkeit ist links und der Anteil der überlagerten Bewegung des Förderorgans ist rechts abgebildet.

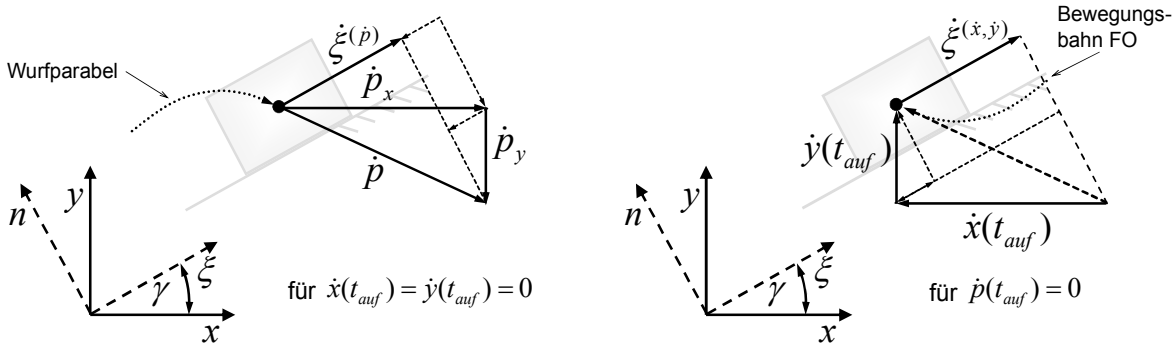


Abb. 34: Skizze zur Modellierung des Auftreffens (Ende des Wurfzustandes), Zusammensetzung der Relativgeschwindigkeit als Übergangsbedingung des nachfolgenden Zustandes

Diese Modellierung des Auftreffens basiert auf der Annahme, dass der Geschwindigkeitsanteil in Richtung der Normalen zur Förderebene keinen Einfluss auf die Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ hat. Gerade mit steigender Betriebsfrequenz sinkt der wurfbedingte Anteil des Fördergutimpulses beim Stoßprozess, was augenscheinlich in Form einer zunehmenden Laufruhe des Fördergutes beobachtbar ist. Aus diesem Grund soll zur Vereinfachung der beim Auftreffen des Fördergutes übertragene Impuls unberücksichtigt bleiben und ein Nachspringen des Gutes ausgeschlossen werden. Diese Annahmen werden unter der zusätzlichen Bedingung getroffen, dass die Masse des Fördergutes deutlich geringer als die Masse des Förderorgans ist.

Damit ergibt sich nach Abb. 34 die Übergangsbedingung für die Relativgeschwindigkeit mit:

$$\dot{\xi}(t_{\text{auf}}) = (\dot{p}_x(t_{\text{auf}}) - \dot{x}(t_{\text{auf}})) \cdot \cos \gamma + (\dot{p}_y(t_{\text{auf}}) - \dot{y}(t_{\text{auf}})) \cdot \sin \gamma = \dot{\xi}_0 \quad (4.27)$$

Wird davon ausgegangen, dass das Fördergut beim Aufschlag einen Teil seiner kinetischen Energie aufgrund energetisch dissipativer Prozesse verliert, so verändert sich die Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ als Startwert des Folgezustandes. Die Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ lässt sich dann nicht mehr allein mittels Vektorprojektion in der Förderebene ermitteln. Solche Stoßprozesse lassen sich beispielsweise über Feder-Dämpfermodelle beschreiben, bei denen das Gut beim Aufschlag eine endliche Beschleunigung erfährt, aus welcher schließlich eine erhöhte Reibkraft resultiert. Mit der Anwendung solcher Modellierungen erhöht sich jedoch der numerische Rechenaufwand um ein Vielfaches und zusätzliche fördergutspezifische Eingabeparameter werden notwendig. Wie bereits erwähnt, ist eine detaillierte Berücksichtigung komplexer Stoßvorgänge nur mittels aufwendiger Mehrkörpersimulationen möglich, die auch dann lediglich fördergutspezifische Aussagen liefern.

Um energetisch dissipative Prozesse wenigstens näherungsweise berücksichtigen zu können, wird der Pralldämpfungsfaktor $\mathcal{D}_p$ eingeführt. Dieser Faktor bezeichnet den Anteil der Relativgeschwindigkeit, der nach einem Aufprall von der durch Vektorprojektion erhaltenen Relativgeschwindigkeit verloren geht. Wird also ein Pralldämpfungsfaktor mit $\mathcal{D}_p = 0,1$ an-

genommen, geht man davon aus, dass die Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ als Übergangsbedingung nach dem Aufprall um 10% geringer ist, als die durch Vektorprojektion erhaltene Geschwindigkeit nach Abb. 34.

Unter Einbeziehung des Pralldämpfungsfaktors ergibt sich die Übergangsbedingung der Relativgeschwindigkeit mit:

$$\dot{\xi}(t_{auf}) = \left((\dot{p}_x(t_{auf}) - \dot{x}(t_{auf})) \cos \gamma + (\dot{p}_y(t_{auf}) - \dot{y}(t_{auf})) \sin \gamma \right) \cdot (1 - \mathcal{G}_p) = \dot{\xi}_0 \quad (4.28)$$

Diese Modellierung stellt eine wesentliche Vereinfachung eines komplexen Vibrationsfördervorgangs dar. Diese Arbeit soll sich jedoch in erster Linie auf prinzipielle Abhängigkeiten zwischen der Bewegungsform eines Förderorgans und der resultierenden Fördergutbewegung in Form einer mittleren Fördergeschwindigkeit konzentrieren und nicht auf die mikroskopische Modellierung komplexer Stoßvorgänge. In [Ha81a] und [Che74] wird erläutert welche vielfältigen Probleme sich bei der praktischen Anwendung durch die Pralleffekte bei Vibrationsfördergeräten ergeben können. In [Wol99] wird diesbezüglich ein mathematisches Modell vorgestellt.

4.3 Mittlere Fördergeschwindigkeit

Die *mittlere Fördergeschwindigkeit* v_F eines Fördergutes ist ein Maß für dessen Transportgeschwindigkeit. Sie ist eine wichtige Kenngröße, die zur Planung und Dimensionierung von Vibrationsfördersystemen und deren Peripheriegeräten notwendig ist. Der Begriff „mittlere“ Fördergeschwindigkeit wird in dieser Arbeit bewusst verwendet, um zu verdeutlichen, dass die tatsächliche Gutgeschwindigkeit periodischen Schwankungen unterliegt. Für den Anwender sind diese mit der Betriebsfrequenz eines Vibrationsförderers periodischen Schwankungen meist nicht von Bedeutung, da lediglich interessiert, in welcher Zeit ein Fördergut von Ort A nach Ort B gefördert wird. Genau dies entspricht der durchschnittlichen bzw. resultierenden mittleren Fördergeschwindigkeit.

Die in Abschnitt 4.2 beschriebenen Zustandsgleichungen zur Modellierung des Vibrationsfördervorgangs liefern als Ergebnis den zeitlich periodischen Verlauf der Wegkoordinaten des Fördergutes. Die Position des Fördergutes kann also entweder durch die Relativkoordinate $\xi(t)$ oder durch die Absolutkoordinate $p_x(t)$ und γ beschrieben werden, wobei deren Ableitungen den gesuchten Geschwindigkeitsverläufen entsprechen. Diese Verläufe sind einerseits von der Bewegungsvorgabe des Förderorgans $x(t)$, $y(t)$ und andererseits von den gewählten Anfangsbedingungen (Startposition und Startgeschwindigkeit) des Fördergutes abhängig. Da sich die Bewegung des Förderorgans mittels periodischer Funktionen beschreiben lässt, liefern die Bewegungsdifferentialgleichungen als Lösung ebenfalls periodische Funktionen mit der Periodendauer T .

$$T = \frac{1}{f_B} \quad (4.29)$$

Nach einer endlichen Zeit t_{stat} stellt sich unabhängig von den gewählten Anfangsbedingungen ein *stationärer Zustand* ein, der dadurch gekennzeichnet ist, dass sich der Verlauf von $\dot{\xi}(t)$ periodisch wiederholt bzw. nur noch geringfügig ändert. Zur numerischen Auswertung ist es sinnvoll, dieser Änderung einen Schrankenwert ε_{stat} zuzuordnen, der das Erreichen des stationären Zustandes definiert.

$$\int_{nT}^{(n+1)T} \dot{\xi}(t) \cdot dt - \int_{(n+1)T}^{(n+2)T} \dot{\xi}(t) \cdot dt \leq \varepsilon_{stat} \quad \text{für } n = 1, 2, 3 \dots \quad (4.30)$$

In Abb. 35 sind beispielhaft zwei Verläufe von $\dot{\xi}(t)$ dargestellt, die als Lösungen der Bewegungsgleichungen aus Abschnitt 4.2 für bestimmte Förderorganbewegungen und Anfangsbedingungen numerisch ermittelt wurden. Die Abbildung zeigt linksseitig den Zustand der reinen Gleitförderung eines Gutes. Dieses Gut besitzt zu Beginn des Fördervorganges eine Anfangsgeschwindigkeit, die größer als die aus der Förderorganbewegung resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit ist. Die *Hüllkurve* kennzeichnet den Bereich des Abklingens der partikulären Lösung der Differentialgleichungen (in diesem speziellen Fall den Abbau der Anfangsbedingungen). Im stationären Zustand lässt sich schließlich die resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit bestimmen.

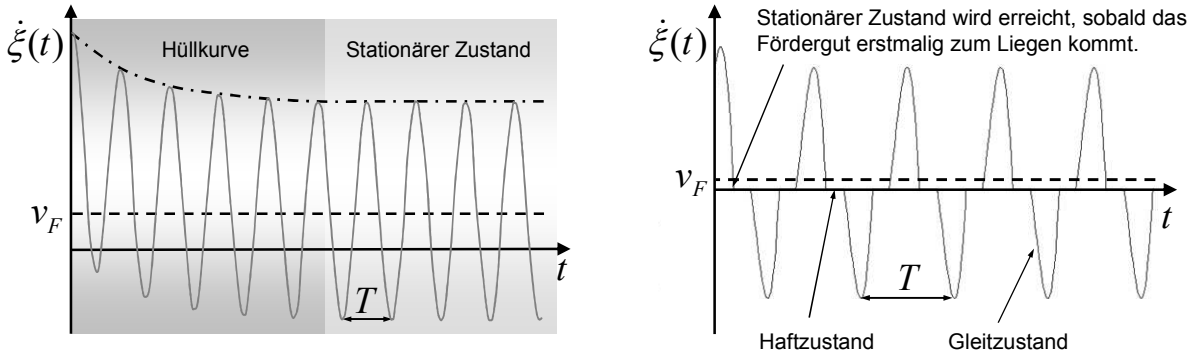


Abb. 35: Beispielhafter Verlauf der Relativgeschwindigkeit und Kennzeichnung relevanter Größen zur Berechnung der mittleren Fördergeschwindigkeit (links); abwechselnde Haft- und Gleitzustände des Fördergutes (rechts)

Die rechtsseitige Abbildung veranschaulicht einen Förderprozess, bei dem das Gut zwischen Haft- und Gleitzustand wechselt. Das Abklingen der Anfangsbedingungen ist hier bereits erreicht, sobald das Gut erstmalig zum Liegen kommt. Die resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit lässt sich dadurch in wesentlich weniger Bewegungszyklen bestimmen.

Beim Erreichen des stationären Zustandes kann die mittlere Fördergeschwindigkeit v_F allein durch die Betrachtung einer Bewegungsperiode angegeben werden mit:

$$v_F = f_B \cdot \int_T \dot{\xi}(t) \cdot dt = \frac{f_B}{\cos \gamma} \cdot \int_T \dot{p}_x(t) \cdot dt \quad \text{für } t > t_{stat} \quad (4.31)$$

Da die gesuchten Verläufe $\dot{\xi}(t)$ numerisch ermittelt werden, ist es notwendig, dem Berechnungsalgorithmus ein bestimmtes Intervall mit den Grenzen t_0 und t_E bzw. eine Simulationszeit vorzugeben, in dem eine Lösung berechnet werden soll. Wird innerhalb dieses Intervalls der durch ε_{stat} definierte stationäre Zustand nicht erreicht, muss entweder das Intervall vergrößert oder eine Näherungslösung für die mittlere Fördergeschwindigkeit angegeben werden. Praktisch kann davon ausgegangen werden, dass ein Fördergut immer einen bestimmten Weg in einer bestimmten Zeit zurücklegt und dass eine Näherungslösung meist völlig ausreichend ist. Um in solchen kritischen Fällen ebenfalls zu einer aussagekräftigen Lösung zu gelangen, soll die mittlere Fördergeschwindigkeit als Mittelwert über mehreren Bewegungsperioden angegeben werden.

$$v_F \approx \frac{f_B}{n} \cdot \int_{nT} \dot{\xi}(t) \cdot dt = \frac{f_B}{\cos \gamma} \cdot \int_{nT} \dot{p}_x(t) \cdot dt \quad \text{für } t \rightarrow t_E \quad (4.32)$$

Mit Hilfe der dargestellten Vorschriften ist es nun möglich, aus den numerisch berechneten Verläufen $\dot{\xi}(t)$ bzw. $\dot{p}_x(t)$ wenigstens eine gute Näherung für die mittlere Fördergeschwindigkeit anzugeben. Damit lässt sich jeder beliebigen Bewegungsform eines Förderorgans, die über eine trigonometrische Reihe in ausreichender Näherung dargestellt werden kann, eine bestimmte resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit zuordnen.

4.4 Wahl der Anfangsbedingungen

Eine geeignete Wahl der Anfangsbedingungen kann bei numerischen Berechnungen zu einer wesentlichen Verkürzung der bis zum Erreichen des stationären Zustands notwendigen Rechenzeiten führen. Gerade umfangreiche Serienrechnungen lassen sich dahingehend zeitlich minimieren. Bewegt sich das Fördergut beim Eintritt in den Berechnungszyklus absolut mit der gleichen Geschwindigkeit wie das Förderorgan, d. h. relativ zu diesem mit der Geschwindigkeit $\dot{\xi} = 0$, entspricht dieser Bewegungszustand mindestens einer zeitdiskreten Lösung des stationären Zustands, da sich das Fördergut resultierend und absolut niemals schneller bewegen kann als das Förderorgan.

Prinzipiell lassen sich in die numerische Berechnung jedoch alle erdenklichen Anfangsbedingungen integrieren, die letztendlich zu identischen Berechnungsergebnissen im stationären Zustand führen. In Einzelrechnungen kann damit beispielsweise eine Fördergutaufgabe simuliert werden.

4.5 Definition der Effizienz von Vibrationsförderern

Ein technisches Gerät arbeitet effektiv, wenn die ihm gestellte Aufgabe bewältigt wird, d. h., wenn es möglichst störungsfrei funktioniert. Ein Vibrationsförderer ist also effektiv, sobald das Fördergut zuverlässig gefördert wird. Die *Effizienz* eines Gerätes, also eine Aussage darüber, wie gut ein Gerät funktioniert, lässt sich somit nicht allein über die Bewältigung der Arbeitsaufgabe beurteilen, setzt diese allerdings voraus.

Eine allgemeine Definition der *Effizienz* nach [Dru67] besagt sinngemäß, dass Effizienz sowohl ein quantitatives als auch ein qualitatives Bewertungskriterium einer Zielerreichung darstellt. Diese allgemeine Formulierung des Effizienzbegriffes lässt sich auf unterschiedliche Bereiche der Technik anwenden. Je nachdem welche Aufwandskriterien festgelegt werden, lassen sich zu jeder Zielerreichung bestimmte Effizienzen angeben. Im Gegensatz zum Wirkungsgrad eines technischen Gerätes können damit nicht nur Leistungsangaben ins Verhältnis gesetzt werden, sondern auch beliebige Größen.

Speziell in der Fördertechnik lassen sich mit dieser Definition beispielsweise unterschiedliche Förderer miteinander vergleichen. Wird als zu erreichendes Ziel definiert, ein Fördergut von Ort A zu Ort B zu transportieren und als Aufwandskriterium der dafür notwendige Energieeinsatz betrachtet, lässt sich ein Gurtförderer mit einem Vibrationsförderer vergleichen. Sicherlich müssen hinsichtlich der Eignung eines Fördersystems noch weitere Kriterien betrachtet werden, aber ein Vergleich unterschiedlichster Systeme ist damit prinzipiell möglich.

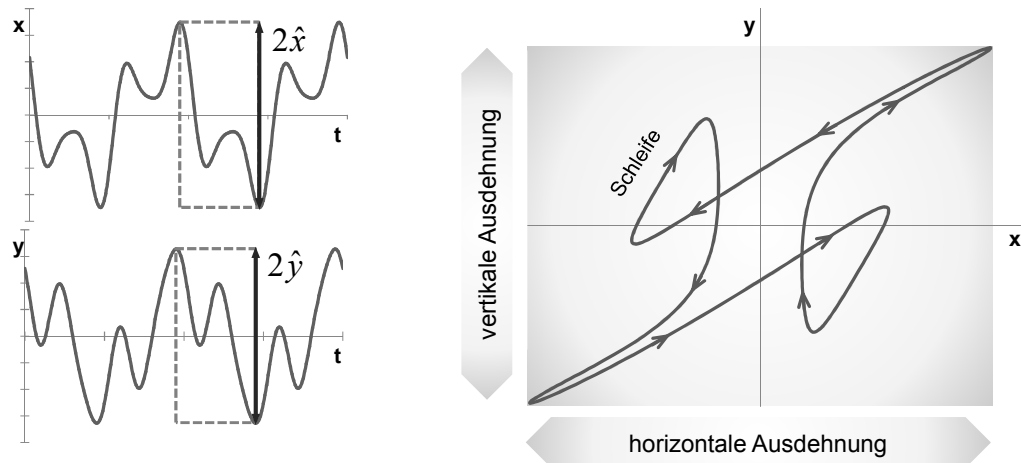
In dieser Arbeit soll die Definition der *Effizienz* E dazu dienen, unterschiedliche Betriebspunkte bzw. Bewegungsformen von Vibrationsförderern miteinander zu vergleichen, wobei das zu erreichende Ziel als maximale mittlere Fördergeschwindigkeit definiert werden soll.

Vibrationsförderer benötigen zur Ausbildung einer Fördergutbewegung einen gewissen Bewegungsfreiraum. Die Ausdehnung dieses Raumes in Förderrichtung wird oft als Schwingweite bezeichnet und sollte für die häufigsten praktische Anwendungen möglichst kleine Werte annehmen, da für die Spaltbreiten an den Übergabestellen oft nur geringe Werte zulässig sind. Die Ausdehnung des Bewegungsraumes ist aber maßgeblich für den Betrag der erreichbaren Fördergeschwindigkeit verantwortlich, die ja gleichzeitig einen maximalen Wert annehmen soll.

Ein Vibrationsförderer kann also als effizient bezeichnet werden, wenn die Ausdehnung der Bewegungsform des Förderorgans im Betriebspunkt möglichst klein im Vergleich zur resultierenden Fördergeschwindigkeit ist. Die Bewegungsform des Förderorgans kann dabei theoretisch jede denkbare geschlossene Geometrie annehmen, die mit der Betriebsfrequenz f_B periodisch abgefahren wird. Die von der Bahnkurve umschlossene Fläche entspricht genau dem Platzbedarf, der für den Fördervorgang benötigt wird. Für die meisten technischen Anwendungen ist allerdings weniger der Betrag des Flächeninhaltes von Bedeutung, als vielmehr die Ausdehnung der Fläche in horizontaler und vertikaler Richtung. Es wird deutlich, dass je nachdem welche Einbaukriterien sich beim Einsatz eines Vibrationsförderers ergeben, unterschiedliche Effizienzdefinitionen sinnvoll erscheinen.

In dieser Arbeit werden drei Effizienzdefinitionen erarbeitet, die dazu dienen sollen, optimale Bewegungsgesetze für ein Förderorgan abzuleiten, bzw. unterschiedliche Vibrationsfördergeräte und deren Vibrationsförderprinzipien miteinander zu vergleichen. Die Ausdeh-

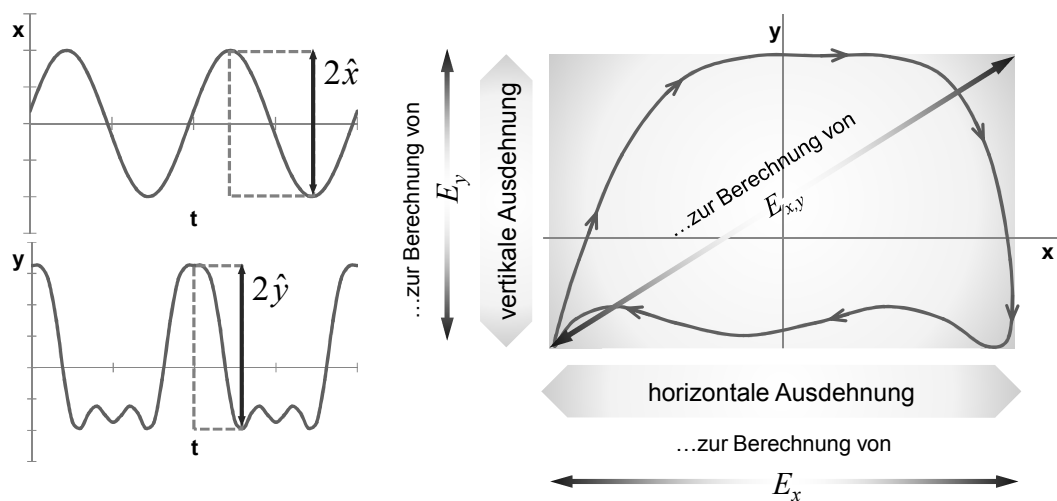
nung einer beliebigen zweidimensionalen Bewegungsform in horizontaler Richtung wird mit $2\hat{x}$ und in vertikaler Richtung mit $2\hat{y}$ bezeichnet.



$$x(t) = \cos(\Omega t) + 0,8 \cdot \cos(3\Omega t + 1,48) + 0,2 \cdot \cos(5\Omega t)$$

$$y(t) = \cos(\Omega t + 1) + 0,8 \cdot \cos(3\Omega t + 1) + 0,2 \cdot \cos(5\Omega t + 1)$$

Abb. 36: Mögliche Bewegungsfunktionen eines Förderorgans als Resultat einer *FOURIER*-Reihenentwicklung und die zweidimensionale Überlagerung der Bewegungsfunktionen; Bewegungsform mit Schleifen



$$x(t) = \cos(\Omega t - 1,4)$$

$$y(t) = 0,5 \cdot \cos(\Omega t) + 0,25 \cdot \cos(2\Omega t) - 0,1 \cdot \cos(4\Omega t)$$

Abb. 37: Mögliche Bewegungsfunktionen eines Förderorgans als Resultat einer *FOURIER*-Reihenentwicklung und die zweidimensionale Überlagerung der Bewegungsfunktionen – schleifenlose Bewegungsform, Kennzeichnung der zur Effizienzberechnung relevanten Ausdehnungen

Unterliegt lediglich die Ausdehnung der Bewegungsform in horizontaler Richtung bestimmten Grenzwerten, wird die x-Effizienz definiert werden mit:

$$E_x = \frac{|v_F|}{4f_B \hat{x}} \quad (4.33)$$

Die Effizienzangabe ist sinnvoll für Vibrationsfördergeräte, bei denen einsatzbedingt nur geringe Schwingweiten in horizontaler Richtung zulässig sind z. B. bei Linearförderern mit offenen Übergabestellen.

Ist lediglich die vertikale Bewegungsfreiheit eingeschränkt (z. B. bei Linearförderern mit abgedeckten Übergabestellen), wird die y-Effizienz definiert werden mit:

$$E_y = \frac{|v_F|}{4f_B \hat{y}} \quad (4.34)$$

Soll sowohl die vertikale als auch die horizontale Ausdehnung der Bewegungsform eines Förderorgans Berücksichtigung finden, wird die 2D-Effizienz im Betriebspunkt definiert mit:

$$E_{x/y} = \frac{|v_F|}{4f_B \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}} \quad (4.35)$$

Die im Nenner befindlichen Terme der Gleichungen (4.33), (4.34) und (4.35) entsprechen der durchschnittlichen Geschwindigkeit, die das Förderorgan benötigt, um eine vollständige Hubbewegung auf direktem Wege auszuführen. Diese Formulierung weist den Vorteil auf, dass Schleifenbildungen in der Bewegungsbahn unberücksichtigt bleiben und somit lediglich die Ausdehnung in die Effizienzbetrachtungen eingeht. Jede der definierten Effizienzgrößen stellt damit das Verhältnis der mittleren Fördergutgeschwindigkeit zur durchschnittlichen und richtungsunabhängigen Geschwindigkeit des Förderorgans dar.

Betrachtet man beispielsweise einen horizontalen Bandförderer, so entspricht die Fördergeschwindigkeit des Gutes genau der Geschwindigkeit des Förderorgans, also des Förderbandes. Der Effizienzwert E_x des Bandförderers ist nach dieser Definition $E_x = 1$. Wie sich in den nachfolgenden Ausführungen dieser Arbeit noch zeigen wird, existieren Bewegungsformen eines Förderorgans, bei denen sich Effizienzwerte von $E_x > 1$ einstellen, die sogar nach dem Prinzip der Gleitförderung erreicht werden können.

In [Hab84] wird eine ähnliche Methodik zur Einschätzung der Effizienz eines Vibrationsförderers vorgestellt. Der Autor bezeichnet den herausgestellten Wert zur Beurteilung allerdings nicht als Effizienz sondern als „pro Hub remanent zurückgelegten Weg“ des Fördergutes, der sich auch als dimensionslose Größe darstellen lässt.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Effizienzwerte E_x , E_y und $E_{x,y}$ sind universell auf alle Vibrationsfördersysteme anwendbar und ermöglichen Vergleiche unterschiedlicher Geräte mit unterschiedlichen Förderprinzipien bei unterschiedlichen Betriebspunkten. Die Effizienzwerte lassen sich für jeden Vibrationsförderer als charakteristische Größen angeben und können dem Anwender somit als zusätzliches Auswahlkriterium eines geeigneten Systems dienen. Außerdem lassen sich theoretische Grenzwerte der Effizienzdefinitionen formulieren, mit deren Hilfe sich verschiedene Berechnungsmodelle untereinander vergleichen lassen.

4.6 Effizienzbetrachtungen am Modell nach VDI 2333

Die eingeführten Effizienzdefinitionen aus dem vorherigen Abschnitt sollen auf das in der Praxis weit verbreitete Berechnungsmodell nach der VDI 2333 angewendet werden. Diese theoretischen Untersuchungen dienen dem Zweck, auf Grundlage des Modellaufbaus einen optimalen Betriebspunkt für Vibrationsförderer abzuleiten und Vergleiche mit anderen Berechnungsmodellen zu ermöglichen. Eine detaillierte Beschreibung des Berechnungsmodells wurde bereits in Abschnitt 2.3.1 gegeben. Die in Abschnitt 2.3.2 vorgestellten Korrekturfaktoren zur Überführung der „theoretischen“ in die „reale“ Fördergeschwindigkeit sollen hier vernachlässigt bleiben, da diese lediglich gutspezifische Effizienzwerte liefern würden.

Aus den Gleichungen (2.6) für die theoretische Fördergeschwindigkeit und der eingeführten Effizienzdefinition nach (4.35) ergibt sich:

$$E_{x,y} = \frac{v_{th}}{4f_b \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}} = \frac{g \cdot \bar{n}^2}{8f_b^2 \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}} \cdot \cot \beta \quad (4.36)$$

Die horizontalen und vertikalen Anteile der Schwingungsbewegung $\hat{x}$ und $\hat{y}$ lassen sich als Amplitudenwerte in Richtung der Schwingebene unter dem Wurfwinkel β in $\hat{q}$ zusammenfassen.

$$\hat{q} = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2} \quad (4.37)$$

Die Schwingungsbewegung des Förderorgans wird durch die Betriebsfrequenz f_b , den Wurfwinkel β und die Schwingungsamplitude $\hat{q}$ bestimmt. Diese Größen werden in der Wurfkennzahl Γ zusammengefasst:

$$\Gamma = \frac{4\pi^2 \cdot f_b^2 \cdot \hat{q} \cdot \sin \beta}{g} \quad (4.38)$$

Nach Gleichung (2.5) besteht zusätzlich ein funktioneller Zusammenhang zwischen der relativen Wurfzeit und der Wurfkennzahl.

Durch Einsetzen von (4.37) in (4.36) und Ersetzen der Restterme durch (4.38) erhält man:

$$E_{x,y} = \frac{\pi^2 \bar{n}^2}{2\Gamma(\bar{n})} \cdot \cos \beta \quad (4.39)$$

bzw.

$$E_x = \frac{\pi^2 \bar{n}^2}{2\Gamma(\bar{n})} \quad (4.40)$$

In dieser Form lässt sich die eingeführte Effizienz als Funktion $E_{x,y}(\bar{n}, \beta)$ angeben.

Die relative Wurfzeit ist allerdings abhängig von dem Betriebspunkt eines Vibrationsförderers, der durch die Größen f_B , $\hat{q}$ und β gekennzeichnet wird und somit keine frei wählbare Größe darstellt. Diese Art der Darstellung weist dennoch den Vorteil auf, dass sich die Effizienz als dreidimensionale Fläche grafisch abbilden lässt, wobei durch das von β abhängige Funktionsargument $\bar{n}$ Polstellen vermieden werden.

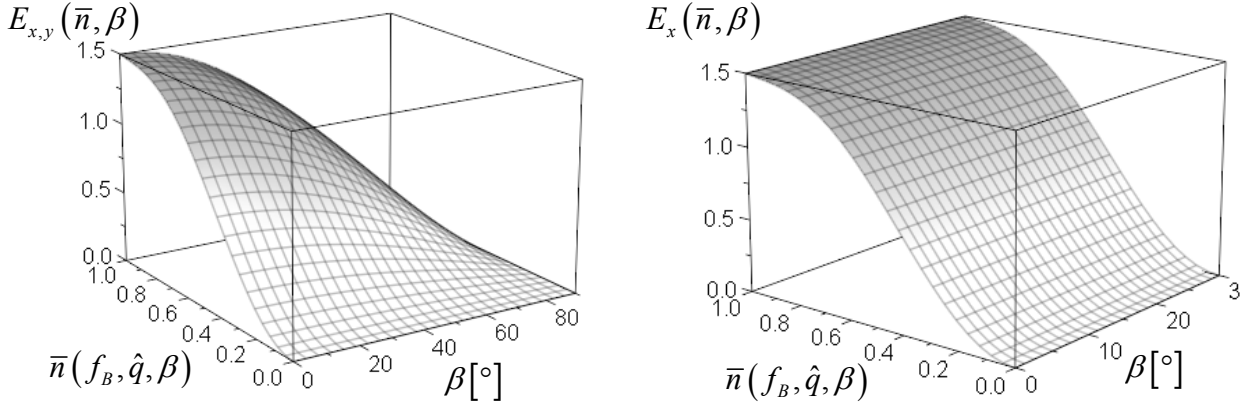


Abb. 38: 3D-Darstellung der Effizienz als Funktion der relativen Wurfzeit und des Wurfwinkels nach dem Berechnungsmodell der VDI 2333, Korrekturfaktoren bleiben unberücksichtigt

In Abb. 38 ist zu erkennen, dass die Funktionen $E_x(\bar{n}, \beta)$ und $E_{x,y}(\bar{n}, \beta)$ ihr Maximum bei $\bar{n} = 1$ erreichen und folgende Maximalwerte annehmen:

$$\left| E_{x,y} \right|_{\max} = \left| E_x \right|_{\max} = \frac{\pi^2}{2\sqrt{\pi^2 + 1}} \approx 1,50 \quad (4.41)$$

In der Praxis hat sich die Aussagekraft des Berechnungsmodells nach VDI 2333 in einen Bereich der relativen Wurfzeit von $0,4 \leq \bar{n} \leq 0,9$ und einem Wurfwinkel von $10^\circ < \beta < 30^\circ$ bewährt und als Berechnungsvorschrift etabliert. Als nahezu optimale Betriebsparameter haben sich die Werte $\bar{n} \approx 0,85$ und $\beta \approx 20^\circ$ herausgestellt. Dies entspricht den Effizienzwerten von:

$$E_{x,y}(\bar{n} = 0,85 ; \beta = 20^\circ) \approx 1,36 \quad E_x(\bar{n} = 0,85 ; \beta = 20^\circ) \approx 1,45 \quad (4.42)$$

Über diese Effizienzgrenzwerte lassen sich nun Vibrationsförderer miteinander vergleichen, die bei unterschiedlichen Betriebspunkten arbeiten. Je größer der errechnete Wert $E_{x,y}$ ist, desto effizienter arbeitet ein Vibrationsförderer, bzw. umso günstiger ist dessen Betriebspunkt gewählt worden.

Die in diesem Abschnitt ermittelten Effizienzgrenzwerte stützen sich auf das der VDI-Richtlinie 2333 zugrundeliegende Berechnungsmodell der theoretischen Fördergeschwindigkeit. Dieses Modell ist nur für das Prinzip der Mikrowurfförderung unter eindimensionalen harmonischen Bewegungsformen gültig (vgl. Abschnitt 2.3.3). Die Auswirkungen zweidimensionaler Bewegungsformen auf die Effizienz von Vibrationsförderern soll an späterer Stelle untersucht werden, um die Verständlichkeit zu wahren und die Argumentationskette nicht zu unterbrechen.

Kapitel 5

Experimentelle Untersuchungen

Experimentelle Untersuchungen gehören nach wie vor zu den Basiselementen der Natur- und Ingenieurwissenschaften. Sie dienen sowohl der Beobachtung und Entdeckung von Phänomenen als auch der Verifizierung entwickelter mathematischer Simulationsmodelle. Ein theoretisches Berechnungsmodell wird stets unter idealisierten Bedingungen und auf Basis zahlreicher vereinfachender Annahmen formuliert. Experimentelle Untersuchungen unterliegen hingegen immer einer gewissen Unschärfe der Versuchsparameter, beispielsweise bedingt durch die Qualität der Sensorik oder unbekannte und komplex verflochtene Umgebungsbedingungen und deren Auswirkungen auf das Untersuchungsergebnis. Dies führt zwangsläufig zu Abweichungen zwischen theoretischen und experimentell ermittelten Resultaten. Dennoch lässt sich die Güte eines theoretischen Modells anhand experimenteller Untersuchungen einschätzen und bewerten.

5.1 Versuchsaufbau und Versuchsplanung

Um die Auswirkungen zweidimensionaler Bewegungsformen auf den Vibrationsfördervorgang experimentell zu untersuchen, wurde folgender Versuchsaufbau konzipiert.

Unterschiedliche Vibrationsförderer bei denen zweidimensionale Bewegungsformen am Förderorgan entstehen, wurden mittels Lasertriangulationssensoren im Betriebszustand vermessen. Durch dieses berührungslose Messverfahren wird die Bewegung eines Förderorgans nicht beeinflusst und kann mit Frequenzen im kHz-Bereich abgetastet werden.

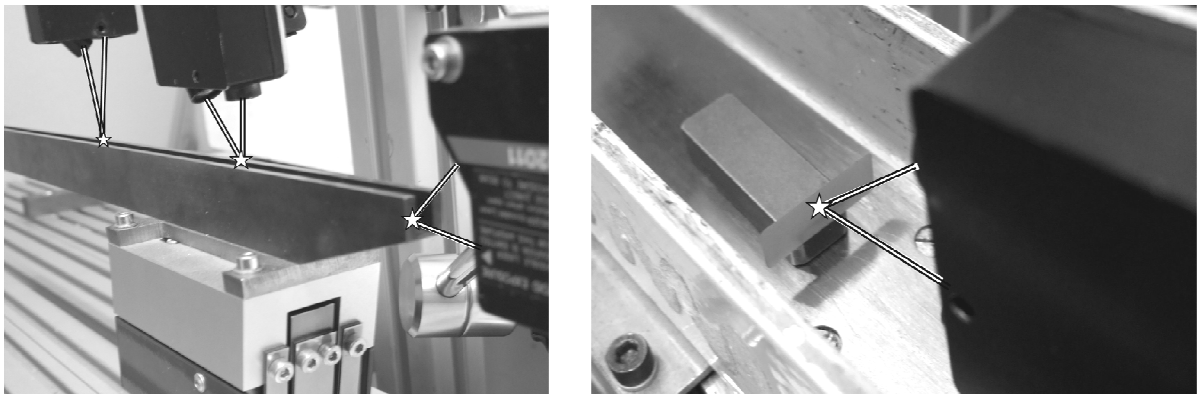


Abb. 39: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Bewegungsform mittels Lasertriangulation (links); Aufzeichnung der Reaktion des Fördergutes (rechts)

Es wurde zeitgleich das horizontale und vertikale Weg-Zeit-Verhalten des Förderorgans $x(t)$ und $y(t)$ sowie die Bewegung des Fördergutes $p(t)$ in Förderrichtung aufgezeichnet. Durch die gemeinsame zeitliche Basis der Sensorsignale ist es möglich, die Reaktion des Fördergutes auf eine bestimmte Bewegungsform zu analysieren. Die Vertikalbewegung des Förderorgans wurde an zwei Punkten (links- und rechtsseitig) aufgezeichnet, um die Stabilität der Bewegungsform über die gesamte Länge des Förderorgans einzuschätzen. Durch diese Methodik lassen sich zusätzlich Taumel- oder Kippbewegungen des Förderorgans detektieren und Rückschlüsse auf geeignete Messstellen bzw. Korrekturen der Feineinstellungen am Vibrationsförderer ziehen.

Die Messstellen (Reflexionsflächen) an den Förderorganen und an den Probekörpern wurden mit Weißlack und silbermatten Reflexionsklebern präpariert, um die bestmögliche Qualität der Sensordaten zu gewährleisten. Dadurch können Oberflächenunebenheiten ausgeglichen und mikroskopische Verschmutzungen eliminiert werden, die neben Streulichteinflüssen für ein erhöhtes Grundrauschen der Lasertriangulationssensoren verantwortlich sind. Anhand dieser Versuchsanordnung können alle relevanten Informationen gewonnen werden, um das in Kapitel 4 vorgestellte Berechnungsmodell zu verifizieren.

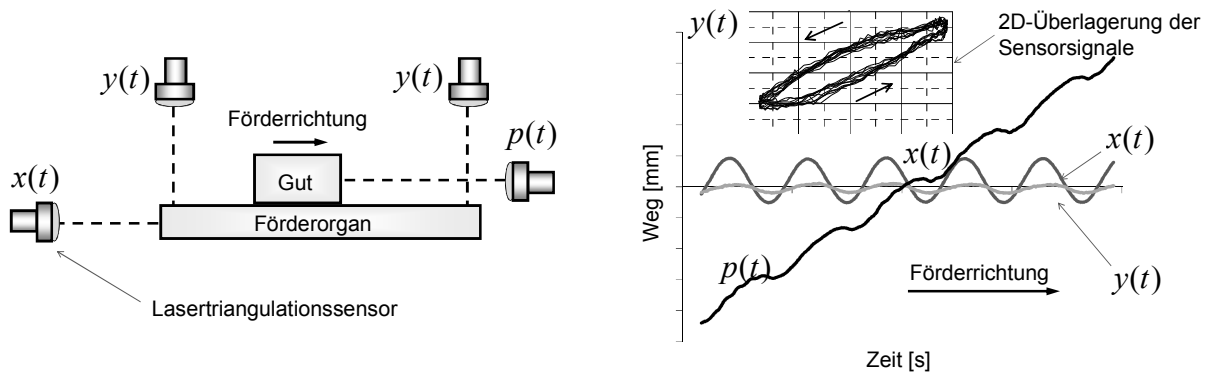


Abb. 40: Versuchsaufbau und Anordnung der Sensorik, Kennzeichnung der Sensoren (links) Beispielmessung: ausgewählte Sensorsignale vom Förderorgan, Überlagerung der Sensorsignale auf zeitlich gleicher Basis, Kennzeichnung relevanter Größen (rechts)

Die aufgezeichneten Sensordaten wurden mittels DFT (vgl. Abschnitt 3.2.2) und der Methode des Fittings (vgl. Abschnitt 3.2.3) über eigens entwickelte Makroprogramme analysiert und in Form von Koeffizientenmatrizen dokumentiert. Dadurch lassen sich zahlreiche Einzelmessungen mit intensivem Datenvolumen auf einfache Zahlentupel reduzieren und statistisch absichern. Die so erhaltenen Koeffiziententupel dienen gleichzeitig als Eingabe- und Vergleichsparameter des entwickelten Berechnungsmodells.

Zusätzlich zur messtechnischen Untersuchung mittels Lasertriangulation wurden High-Speed-Aufnahmen der Fördergutbewegung angefertigt, die einerseits zur visuellen Unterstützung der Sensorsignale und andererseits als Modellierungshilfe geeigneter Algorithmen zur Beschreibung des Förderprozesses dienen. Auf die sensorische Aufzeichnung der Gutbewegung in vertikaler Richtung ist verzichtet worden. In zahlreichen Voruntersuchungen der analysierten Vibrationsförderer konnten keine brauchbaren Sensorsignale (Wegsignale) aufgenommen werden, die zur erweiterten Auswertung der Wurfparabeln geeignet wären. Die Ursachen dafür liegen sowohl messtechnisch als auch in der Instabilität des Wurfvorgangs begründet.

5.2 Verwendete Probekörper

Als Fördergüter wurden quader- oder zylinderförmige Probekörper gewählt. Die ebenen Stirnflächen der Probekörper dienten als Reflexionsflächen der Lasersensoren zur Aufzeichnung der Gutbewegung in Förderrichtung. Nach Abschnitt 4.1 entspricht dies der ξ -Richtung des entwickelten Berechnungsmodells. Die vertikale Ausdehnung der reflektierenden Stirnflächen muss mindestens so gewählt werden, dass trotz der Vertikalbewegung des Probekörpers die Reflexionsebene des Laserstrahls gewahrt wird.

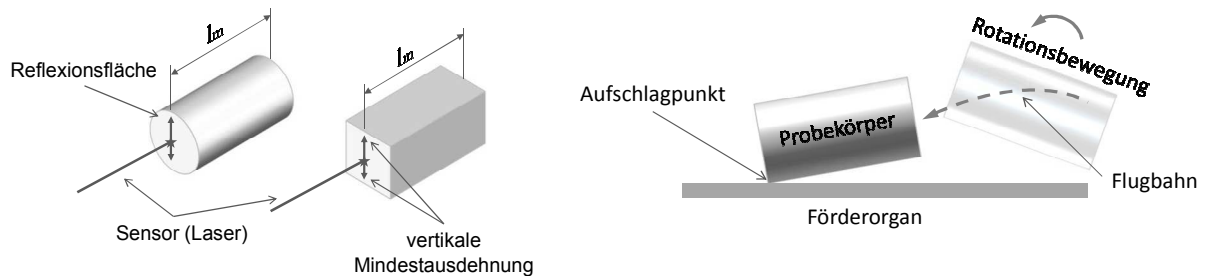


Abb. 41: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Bewegungsform mittels Lasertriangulation (links); Aufzeichnung der Reaktion des Fördergutes (rechts)

Um eine gewisse Standsicherheit zu gewährleisten und Rotationsbewegungen um die y -Achse (vertikale Achse) zu verhindern, wurde eine Mindestlänge gewählt, die ca. dem 15-fachen der horizontalen Ausdehnung der Bewegungsform entspricht. Dadurch können gleichzeitig fertigungsbedingte Unebenheiten und Rauheitsspitzen des Förderorgans und des Probekörpers ausgeglichen werden. Die Haftreibwerte wurden anhand der Grenzneigungswinkel bestimmt, bei denen die Probekörper zu gleiten beginnen. Die Gleitreibwerte konnten anhand einfacher Zugkraftmessungen bei definierter Kontaktkraft ermittelt werden.

In [Gra09] untersucht Gravenkötter die Auswirkungen verschiedenster Kraftwirkungen auf den Vibrationsfördervorgang bei Mikroteilen. Unter anderem zeigt er, dass die Mikrowurfbewegung räumlich ausgedehnter Körper aufgrund dieser Kraftwirkungen instabil ist. Bereits beim Abheben des Gutes vom Förderorgan verursacht der sich bildende Luftspalt ein instabiles Kräftegleichgewicht, was sich schließlich in einer Kipp- bzw. Rotationsbewegung des Gutes äußert. Das anschließende Auftreffen, speziell in Eck- und Kantenbereichen des Probekörpers auf dem Förderorgan, führt in Folge der Impulserhaltung ebenfalls zu chaotischen Bewegungen. Diese chaotischen Kippbewegungen werden während einer Messung von den Wegsensoren aufgezeichnet und überlagern damit die zu visualisierende vertikale Wurfbewegung. Eine zusätzliche Verlängerung der Probekörper kann das chaotische Verhalten zwar mindern, allerdings gewinnen dadurch gleichzeitig die durch den Luftspalt bedingten Kraftwirkungen und die fertigungsbedingten Unregelmäßigkeiten zwischen Förderorgan und Gut wesentlich an Einfluss, wodurch es zu einer erheblichen Verfälschung der gemessenen Gutgeschwindigkeiten in Förderrichtung kommen kann. Die Aussage: „Verfälschung der Messergebnisse“ bezieht sich dabei direkt auf die in Kapitel 4 erläuterten Gültigkeitsbedingungen des entwickelten Berechnungsmodells. Das Modell soll lediglich punktförmige Fördergüter beschreiben und schließlich Aufschluss darüber geben, welche Bewegungsparameter eines Förderorgans zu größtmöglichen Effizienzwerten beim Vibrationsförderprozess führen. Gutspezifische Einflüsse sollen dabei möglichst ausgeschlossen werden.

5.3 Untersuchte Vibrationsförderer / Labormuster

An der Professur für Fördertechnik der Technischen Universität Chemnitz sind im Zuge der Forschungsarbeiten auf dem Gebiet Vibrationsfördertechnik zahlreiche Funktionsmuster unterschiedlicher Wirkprinzipien und technischer Aufbauten entstanden. Aus diesen Labormustern wurden einige Vertreter als Kernstücke der experimentellen Untersuchungen ausgewählt, die besonders auffällig ausgeformte zweidimensionale Bewegungsformen ihres Förderorgans in den jeweiligen Betriebspunkten aufweisen. Dies betrifft sowohl harmonische Bewegungsüberlagerungen innerhalb von Mehr-Massen-Schwingsystemen als auch stark nichtharmonische Bewegungsformen, die vornehmlich durch asynchrone Krafterregung in Mechanismen generiert werden.

Als Schwingsysteme ausgebildete Vibrationsförderer wurden teilweise mit speziellen Erregerkrafteinheiten ausgestattet. Die Ansteuerung der Antriebseinheiten erfolgt über einen Funktionsgenerator und einen nachgeschalteten elektrischen Verstärker. Diese Anordnung ermöglicht es, unterschiedliche elektrische Erregerströme (Sinus, Dreieck, Sägezahn und Rechteck) bei beliebigen Frequenzen zu generieren und in die Antriebseinheiten einzuspeisen. Dadurch lassen sich die resultierenden Bewegungsformen zusätzlich verzerren und ein noch breiteres Spektrum möglicher Bewegungszustände untersuchen.

Neben eigens entwickelten Labormustern wurden auch industriell eingesetzte Geräte in die Untersuchungen einbezogen. Durch gezielte mechanische Manipulationen konnten bei diesen Geräten ebenfalls bereits teilweise ausgeprägte zweidimensionale Bewegungsformen erzeugt werden.

Zur Kennzeichnung der Untersuchungsobjekte wurden kombinierte Typen- und Betriebsbezeichnungen nach folgendem Schema vergeben.

Bezeichnung	VLF	-	E / 1	-	28
Bedeutung	Vibrations-Linear-Förderer		Elektromagnetischer Antrieb / laufende Nummer		Betriebsfrequenz 28 Hz
Bezeichnung	VLF	-	PM		
Bedeutung	Vibrations-Linear-Förderer		Pneumatischer Muskelantrieb		

Abb. 42: Typen- und Betriebsbezeichnungsschema der für die experimentellen Untersuchungen ausgewählten Vibrationsförderer

Im Folgenden werden die ausgewählten Vibrationsförderer in Klassen unterteilt und hinsichtlich ihres Aufbaus und ihres Funktionsprinzips näher vorgestellt.

5.3.1 Vibrationsfördererklasse VLF-E

Die ausgewählten Vibrationsförderer der Klasse VLF-E besitzen alle einen prinzipiell ähnlichen Aufbau. Das lineare Förderorgan m_2 ist über jeweils zwei Blattfederelemente schwingfähig gegenüber einer Gestellplatte m_1 gelagert. Bei den Modellen VLF-E/1-28 und VLF-E/2-38 sind anstatt einfacher Blattfedern sogenannte Hybridfederelemente verbaut, da diese Förderer für den direkten Resonanzbetrieb ausgelegt sind.

Bei Hybridfederelementen handelt es sich um gedämpfte Blattfederelemente, die einen sandwichartigen Aufbau aufweisen. Zwei Federstahlbleche begrenzen einen Kunststoffkern, der wesentlich für die Dämpfungseigenschaften dieser Baugruppe verantwortlich ist. Auf der Gestellplatte befindet sich eine elektromagnetische Antriebseinheit (vgl. Abschnitt 2.1.2) deren Gegenanker direkt am Förderorgan angekoppelt ist. Das Förderorgan wird somit relativ zur Gestellplatte durch elektromagnetische Feldkraftwirkungen angeregt. Die Gestellplatte ist auf zylindrischen Gummifederelementen gelagert und dient damit zum teilweisen Schwingkräfteausgleich (vgl. Abschnitt 3.3.2). Die zylindrischen Gummifederelemente weisen bedingt durch ihre Bauart sowohl horizontale als auch vertikale Verformungsfreiheitsgrade auf, wodurch es dem Gesamtsystem schließlich möglich ist, 2D-Bewegungsformen am Förderorgan auszubilden (vgl. Abb. 28).

Bei dem Modell mit der Bezeichnung VLF-E/3-100 handelt es sich um einen industriell eingesetzten Vibrationsförderer. Zusätzlich zum bereits erläuterten Aufbau besitzt dieser einen erweiterten Schwingkräfteausgleich auf Basis frei schwingender Zusatzmassen (vgl. Abschnitt 3.3.2) und ist damit für den Einsatz in vibrationsempfindlichen Anlagen geeignet. Eine optimale Betriebsfrequenz von 100 Hz ermöglicht einen Geräteeinsatz ohne vorgeschalteten Funktionsgenerator bei normaler Netzfrequenz. Die Bewegungsamplituden dieses Vibrationsförderers werden mittels eines einfachen Potentiometers ohne Thyristorschaltung eingestellt. Die folgenden Abbildungen zeigen die für die experimentellen Untersuchungen verwendeten Vibrationsförderer der VLF-E Klasse mit jeweils typischen zweidimensionalen Bewegungsformen, die im Betriebszustand (wie in Abschnitt 5.1 beschrieben) aufgenommen wurden.

VLF-E/1-28

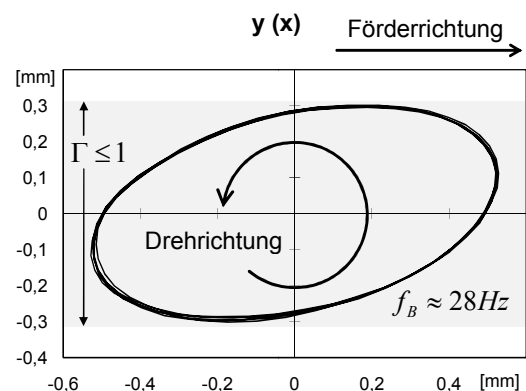
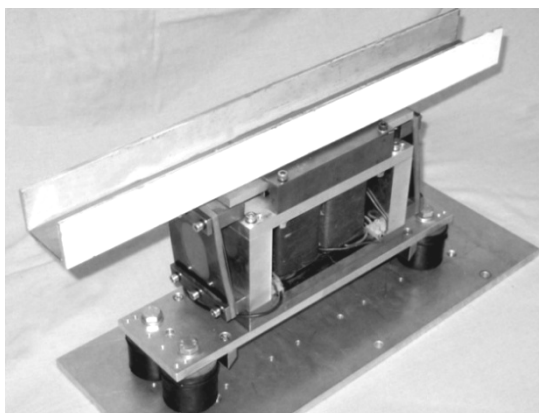


Abb. 43: VLF-E/1-28 (links); 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigen Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 27,5 \text{ Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)

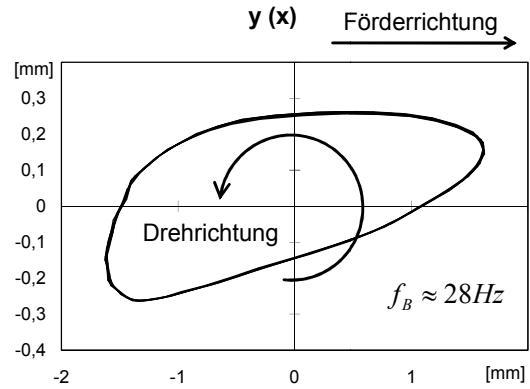
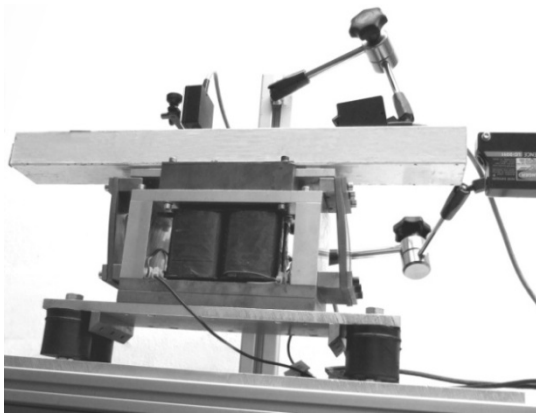


Abb. 44: VLF-E/1-28 mit Lasertriangulationssensoren (links); 2D-Bewegungsform höherer Ordnung bei rechteckförmigem Erregerstrom, knapp überkritischer Betrieb $f_B = 28,5\text{ Hz}$, Gleitförderung (rechts)

VLF-E/2-38

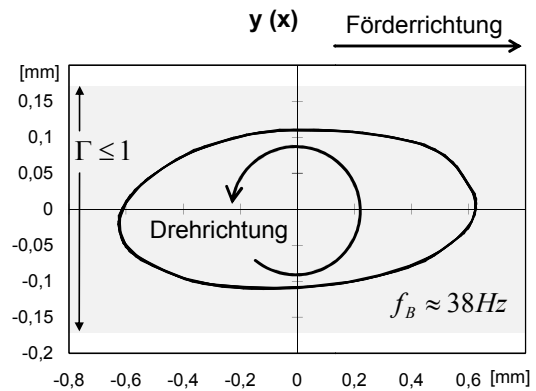
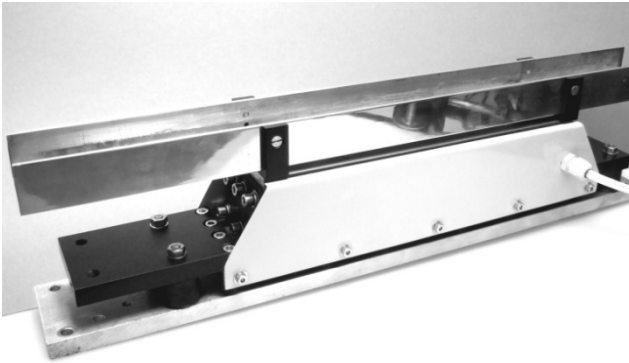


Abb. 45: VLF-E/2-38; 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigem Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 37,5\text{ Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)

VLF-E/3-100

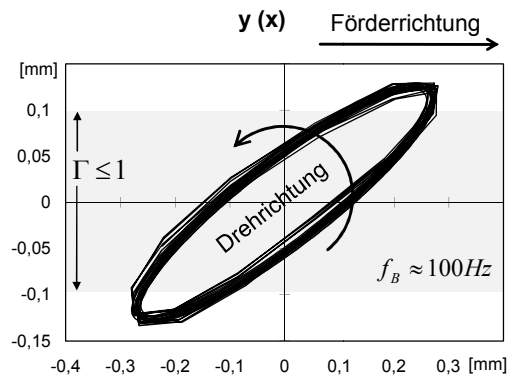
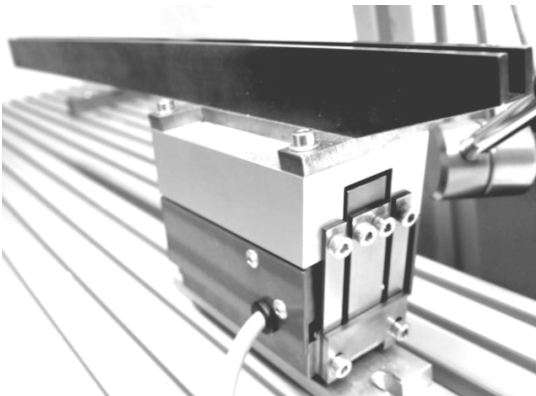


Abb. 46: VLF-E/3-100; 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigem Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 100\text{ Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)

5.3.2 Vibrationsförderer VLF-PM

Der Vibrationsförderer VLF-PM stellt einen Mechanismus dar (vgl. Abschnitt 2.1.3) und wurde aufgrund der zahlreich generierbaren Betriebszustände für die experimentellen Untersuchungen ausgewählt. Ein lineares Förderorgan ist mittels einer pendelfähigen Lagerung, in diesem Fall handelt es sich speziell um Kipphebel, mit dem Fundament verbunden. Die Antriebseinheit bilden zwei beidseitig am Förderorgan angebrachte pneumatische Muskeln, die sich ebenfalls am Fundament abstützen. Ein pneumatischer Muskel besteht aus einem faserverstärkten Kunststoffschlauch, der sich infolge eines anliegenden Luftdrucks aufbläht und verkürzt. Dadurch können sehr große Zugkräfte erzeugt werden, die das Förderorgan direkt beschleunigen.

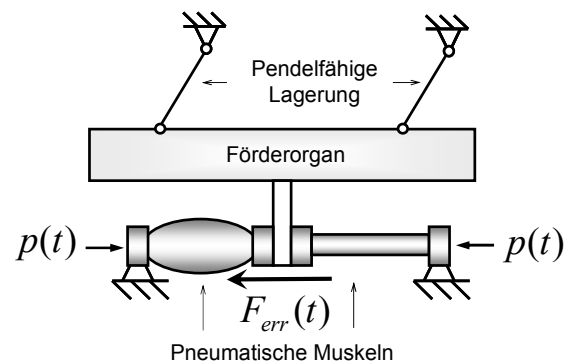
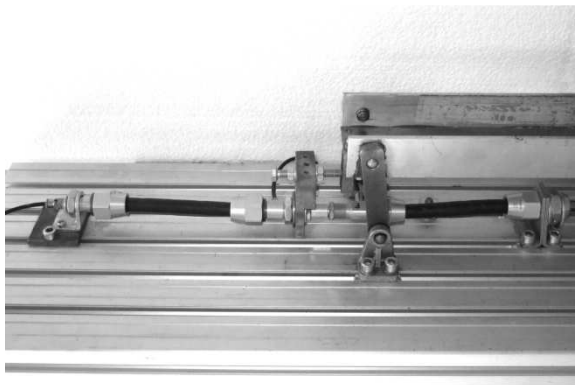


Abb. 47: Untersuchungsobjekt VLF-PM; Vibrationsförderer mit pneumatischem Linearantrieb, speziell pneumatische Muskeln (links); Prinzipskizze zum Aufbau und zur Wirkungsweise (rechts)

Über vorgeschaltete elektrisch steuerbare Schnellschaltventile lassen sich mittels eines Funktionsgenerators zusätzlich die Lufteinlass- und Luftauslasszeiten der pneumatischen Muskeln variieren. Dadurch ist es möglich, das Förderorgan stark asynchron zu beschleunigen und ihm damit nichtharmonische Bewegungsformen aufzuzwingen.

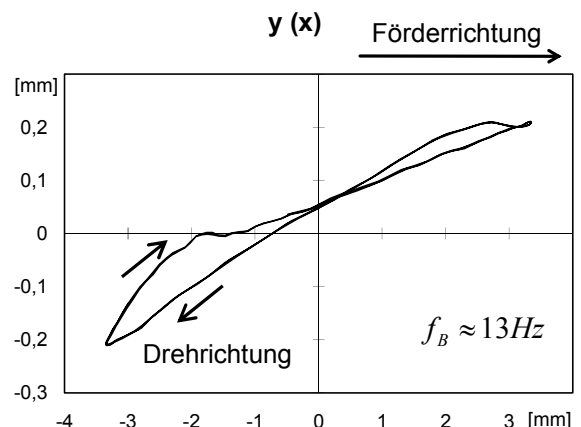


Abb. 48: Untersuchungsobjekt VLF-PM; asynchroner arbeitender Förderer (links); 2D-Bewegungsform höherer Ordnung wird erst durch Betrachtung der einzelnen Bewegungskomponenten sichtbar (rechts)

Betrachtet man das Weg-Zeit-Verhalten der horizontalen und vertikalen Bewegungskomponenten getrennt, so wird ersichtlich, dass sich das Förderorgan nichtharmonisch bewegt.

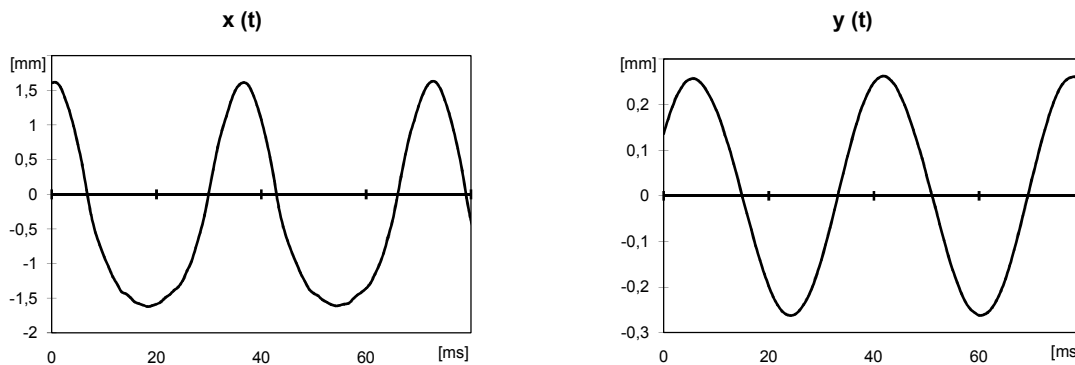


Abb. 49: Beispielhaft ausgewähltes Weg-Zeit-Verhalten des VLF-PM, nichtharmonische Bewegung des Förderorgans führt zu einer gerichteten Bewegung des Fördergutes

Da dieser Vibrationsförderer als Mechanismus ausgebildet ist, besitzt er keine direkte Eigenfrequenz. Durch Variation der Parameter angelegter Luftdruck, Nullpunktstellung der Kipphebel, Hub der pneumatischen Muskeln, Betriebsfrequenz und Lufteinlass- bzw. Luftauslasszeiten, lassen sich zahlreiche Bewegungsformen des Förderorgans generieren und deren Auswirkungen auf ein Fördergut experimentell untersuchen.

5.4 Vorbereitung der Messdaten / Parameteräquivalenz

Aus dem in Abschnitt 5.1 erläuterten Versuchsaufbau wurden die beschriebenen Vibrationsförderer als Untersuchungsobjekte ausgewählt, um das in Kapitel 4 entwickelte Berechnungsmodell für zweidimensionale Bewegungsformen zu verifizieren.

Die von den Lasertriangulationssensoren gewonnenen Signaldaten (elektrische Spannung als Abbild der Zeit) wurden mittels eines Messdaten-Interpreters und der zugehörigen Software *Spider Beam*® in physikalische Weg-Zeit-Signale transferiert. Die Daten wurden in Form von ASCII-Tabellen archiviert. Dabei entspricht jede Einzelmessung einem ASCII-File, welches in *MS Excel*® über speziell entwickelte Makroprogramme für die weitere Auswertung präpariert wurde. Diese Vorbereitungen dienen folgenden Zwecken:

- Schnelle Visualisierung der durchgeführten Messungen
- Überprüfung der Qualität der Sensorsignale (Detektieren von Störsignalen)
- Filterung der Messsignale und Ableitung der ungefähren mittleren Fördergeschwindigkeit des Probekörpers
- Eignung der Messung zur weiteren Auswertung / Minimierung der statistischen Streuung der Messwerte

Zur Wahrung der statistischen Sicherheit wurden jeweils mindestens 5 als störungsfrei erkannte Messungen durchgeführt und aufgezeichnet. Diese Datensätze wurden jeweils mit einem weiteren Makroprogramm zur DFT-Analyse (vgl. Abschnitt 3.2.2) analysiert und auf eine gemeinsame zeitliche Basis mittels Phasenverschiebung gebracht.

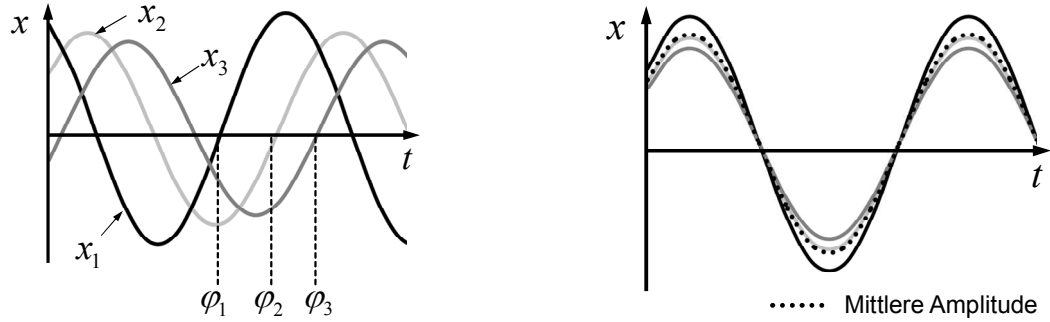


Abb. 50: Messsignale x_1 , x_2 , x_3 mit individueller Phasenlage (links); Messsignale mit gleicher Phasenlage, Mittelwertbildung der Amplitudenkoeffizienten C_i (rechts)

In der Software *Mathcad*[®] (Version R13) wurde ein Algorithmus bzw. ein Worksheet entwickelt, mit welchem die vorbereiteten *MS Excel*[®] Dateien eingelesen und weiterführend vorbereitet werden können. Die Auswertung auf Basis des Fittings (vgl. Abschnitt 3.2.3) liefert schließlich je Einzelmessung m (m Nummer der Einzelmessungen, M Anzahl der Einzelmessungen) die relevanten Parameter $C_{x_n}^{(m)}$, $C_{y_n}^{(m)}$, $\phi_{x_n}^{(m)}$ und $\phi_{y_n}^{(m)}$ zur mathematischen Beschreibung der zweidimensionalen Bewegungsform des Förderorgans und der daraus resultierenden mittleren Fördergeschwindigkeit $v_F^{(m)}$ des Fördergutes.

Aus den pro Messung m ermittelten Parametern und der gleichzeitig bestimmten, resultierenden mittleren Fördergeschwindigkeit wurden arithmetische Mittelwerte gebildet.

$$C_{x_n} = \frac{\sum_{m=1}^M C_{x_n}^{(m)}}{M}, \quad C_{y_n} = \frac{\sum_{m=1}^M C_{y_n}^{(m)}}{M}, \quad \phi_{x_n} = \frac{\sum_{m=1}^M \phi_{x_n}^{(m)}}{M}, \quad \phi_{y_n} = \frac{\sum_{m=1}^M \phi_{y_n}^{(m)}}{M}, \quad v_{F_{\text{exp}}} = \frac{\sum_{m=1}^M v_F^{(m)}}{M} \quad (5.1)$$

Die dadurch erhaltenen Daten bilden die Grundlage zur Verifizierung des entwickelten numerischen Berechnungsmodells. Die Bewegungsparameter des Förderorgans dienen dabei als Eingabeparameter, um schließlich die experimentell ermittelten Fördergeschwindigkeiten mit den berechneten Werten vergleichen zu können. Da die Versuchsanordnung die Aufzeichnung der Fördergutbewegung in Form von zeitlichen Verläufen hervorbringt, können diese direkt mit den zeitdiskreten Simulationsergebnissen verglichen werden.

Aus den ermittelten Bewegungskoeffizienten des Förderorgans lassen sich die in der VDI-Richtlinie 2333 verwendeten physikalischen Größen ableiten (vgl. Abschnitt 2.3.1). Dies ermöglicht Vergleichsrechnungen zwischen den Modellen und es kann gezeigt werden, welche Abweichungen der berechneten Fördergeschwindigkeit sich bei der Vernachlässigung der zweidimensionalen Geometrie von Bewegungsformen ergeben können.

$$\hat{q} = \frac{1}{2} \sqrt{(y_{\max} - y_{\min})^2 + (x_{\max} - x_{\min})^2} \quad (5.2)$$

$$\beta = \arctan \left(\frac{(y_{\max} - y_{\min})}{(x_{\max} - x_{\min})} \right) \quad (5.3)$$

5.5 Auswertung der experimentellen Untersuchungen

5.5.1 VLF-E/1-28

In der nachfolgenden Abbildung sind die zur Ausbildung der Bewegungsform relevanten Koeffizienten sowie die zugehörigen Phasenlagen (nach Abschnitt 3.4.2) einer ausgewählten Messung am VLF-E/1-28 anteilig dargestellt. Die Koeffizienten der 1. Ordnung C_{x_1} und C_{y_1} sind dominant ausgeprägt, wodurch näherungsweise eine harmonische Bewegungsform 1. Ordnung angenommen werden kann.

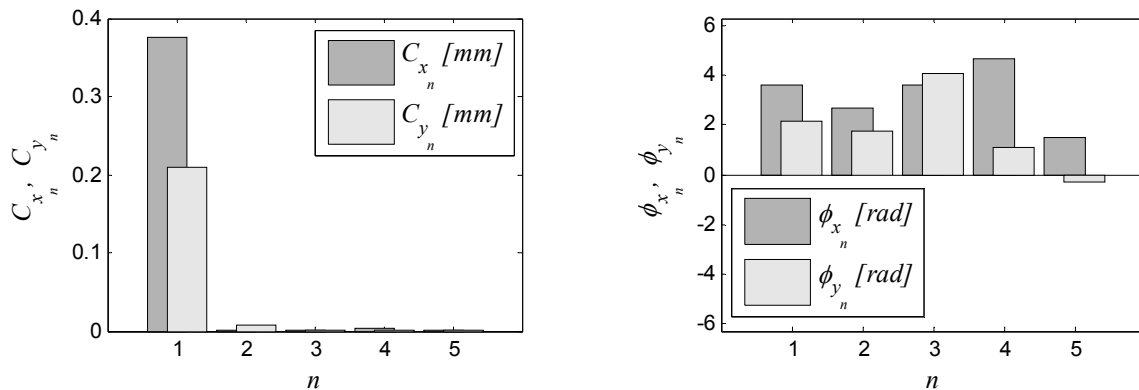


Abb. 51: Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)

In den nachfolgenden Tabellen werden weitere relevante Eingangsparameter sowie die Ergebnisse der Simulation dieses Betriebszustandes im Vergleich zu den experimentell ermittelten Daten dargestellt. Außerdem wird gezeigt, welchen Wert die Berechnung des Betriebszustandes nach dem Stand der Technik (VDI-Richtlinie 2333 nach Abschnitt 2.3.1) vergleichsweise liefern würde. Die Reibwerte wurden in Vorversuchen experimentell ermittelt.

In Abschnitt 4.5 wurde die Effizienz eines Betriebszustandes bzw. eines Vibrationsförderers diskutiert. Die für den praktischen Einsatz relevanten Effizienzwerte werden vom Simulationsprogramm ebenfalls berechnet und sind ergänzend in der nachfolgenden Tabelle mit aufgeführt.

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
f_B	= 28,2 Hz	Betriebsfrequenz
μ_H	= 0,34	Haftreibwert
μ_G	= 0,28	Gleitreibwert
γ	= 0 °	Neigungswinkel
ξ_0	= 0,05 m/s	rel. Startgeschw.
g	= 9,81 m/s ²	Erdbeschleunigung

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
v_{exp}	= 1,62 m/min	FG experimentell
v_{sim}	= 1,90 m/min	FG simuliert
v_{VDI}	= 0 m/min	FG nach VDI 2333
$E_{x/y}$	= 0,65	2D-Effizienz
E_x	= 0,75	x-Effizienz
E_y	= 1,34	y-Effizienz

Abb. 52: Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)

Abb. 53 zeigt ergänzend das Ergebnis dieser zeitdiskreten Simulationsrechnung in Form einer kombinierten Weg-Zeit- und Geschwindigkeits-Zeit-Darstellung. Visualisiert werden die Relativ- und die Absolutgeschwindigkeit des Fördergutes $\dot{\xi}(t)$ und $\dot{p}(t)$ sowie die Bewegung des Förderorgans $x(t)$ und $y(t)$ über der Simulationszeit.

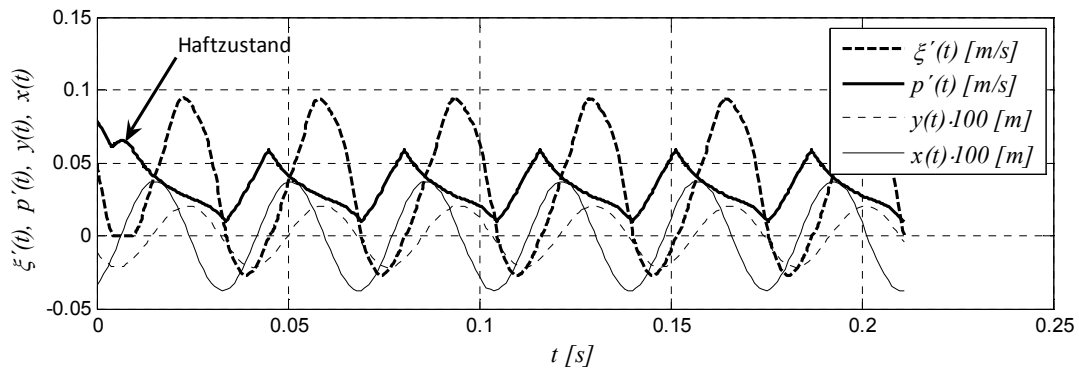


Abb. 53: Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes

Das fiktive Fördergut tritt mit der Relativgeschwindigkeit $\dot{\xi}_0$ in die Startphase der Simulationsrechnung ein. Die periodische Bewegungsvorgabe des Förderorgans zwingt dem Fördergut allmählich eine periodische Bewegung auf, welche der stationären Lösung des Differentialgleichungssystems entspricht. Wird zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bewegungszyklen keine Abweichung mehr festgestellt, die den vordefinierten Fehlergrenzwert ε_{stat} überschreitet, bricht die Simulationsrechnung automatisch ab und gibt die mittlere Fördergeschwindigkeit als Ergebnis zurück (vgl. Abschnitt 4.3). Die dargestellte Grafik liefert schließlich alle wesentlichen Informationen über das Verhalten des Fördergutes während des Vibrationsförderprozesses. Der Vergleich zwischen der experimentell aufgenommenen und der berechneten Gutbewegung ist in Abb. 54 dargestellt. Da diese beiden Datensätze aufgrund des ausgewählten Ausschnittes aus den Messdaten keine zeitlich gleiche Basis besitzen und eine additive Absolutwertverschiebung zueinander aufweisen, wurden sie zur Visualisierung auf einen gemeinsamen Startpunkt gebracht.

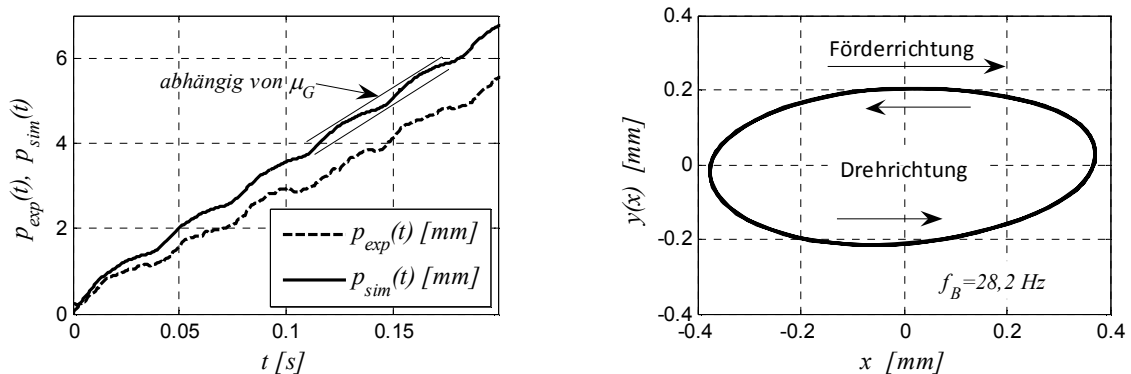


Abb. 54: Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)

Die berechneten und messtechnisch aufgezeichneten Weg-Zeit-Verläufe der Fördergutbewegung lassen sich im stationären Zustand näherungsweise durch eine Funktion $f(t, \mu_G)$ in folgender Form darstellen:

$$f(t, \mu_G) = v_F \cdot t + f(\mu_G) \cdot \sin(2\pi f_B t + \phi) \quad (5.4)$$

Der mittlere Anstieg der Weg-Zeit-Signale entspricht der resultierenden mittleren Fördergeschwindigkeit v_F des Gutes. Die Amplituden der periodischen Ausschläge um diesen mittleren Anstieg sind abhängig vom Gleitreibwert. Je größer der Gleitreibwert wird, desto größer werden die Ausschläge im Verlauf der Absolutkoordinate $p(t)$ des Fördergutes. Als Maximalwert kann jedoch höchstens die Bewegungsamplitude des Förderorgans in ξ -Richtung erreicht werden, wenn sich das Fördergut dauerhaft im Haftzustand befindet.

Subjektive Beobachtungen

Der aufgezeichnete Betriebspunkt des VLF-E/1-28 führt zu einer Gutförderung nach dem Gleitprinzip auf einem nichtgeneigten Förderorgan. In diesem Betriebspunkt ist der Fördervorgang sehr gutschonend und nahezu geräuschlos. Die Untersuchung unterschiedlichster stückiger Fördergüter ergab, dass alle Probekörper zuverlässig gefördert wurden, wobei gleichzeitig geringe Abweichungen in den Fördergeschwindigkeiten beobachtet werden konnten. Speziell Probekörper mit höheren Reibwerten zum Förderorgan wurden vergleichsweise langsamer gefördert.

5.5.2 VLF-E/2-38

Der untersuchte Betriebspunkt des VLF-E/2-38 kann näherungsweise ebenfalls als harmonische Bewegungsform 1. Ordnung betrachtet werden, da die Koeffizienten C_{x_1} und C_{y_1} übermäßig dominant ausgebildet sind. Die relative Phasenlage der ersten Reihenglieder zueinander ist geringer als die des beim VLF-E/1-28 aufgezeichneten Betriebszustandes. Dadurch erlangt die entstehende elliptische Bahnkurve eine stärkere Neigung. Das Förderorgan wurde zusätzlich unter einem leichten Steigungswinkel montiert.

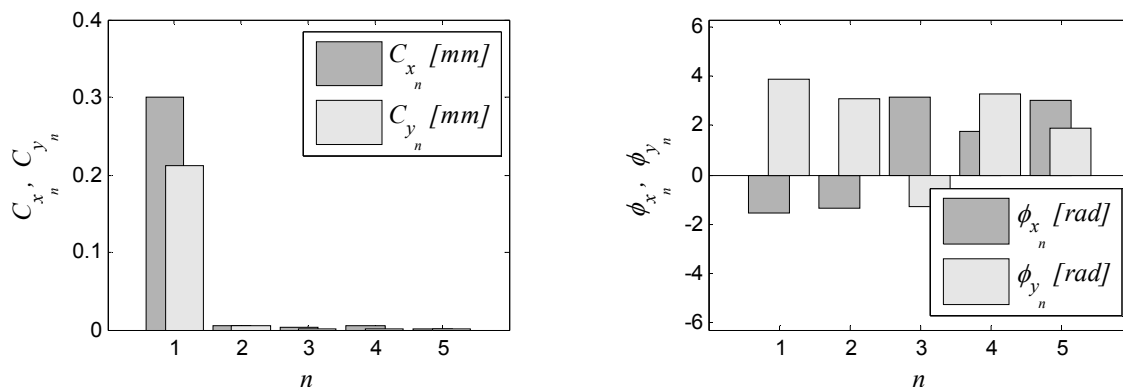


Abb. 55: Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
f_B	= 33,9 Hz	Betriebsfrequenz
μ_H	= 0,34	Haftreibwert
μ_G	= 0,28	Gleitreibwert
γ	= 2,06 °	Neigungswinkel
ξ_0	= 0 m/s	rel. Startgeschw.
g	= 9,81 m/s ²	Erdbeschleunigung

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
v_{exp}	= 1,50 m/min	FG experimentell
v_{sim}	= 2,45 m/min	FG simuliert
v_{VDI}	= 0 m/min	FG nach VDI 2333
$E_{x/y}$	= 0,82	2D-Effizienz
E_x	= 1,00	x-Effizienz
E_y	= 1,42	y-Effizienz

Abb. 56: Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)

Das für die Vertikalbewegung verantwortliche Glied C_{y_1} weist im gewählten Betriebspunkt einen Wert auf, bei dem eine Gutförderung im Grenzbereich zwischen dem Gleit- und dem Mikrowurfprinzip (GW als Grenzwert für C_{y_1}) beobachtet werden kann. Dabei kommt es lediglich stellenweise zum Abheben des Gutes vom Förderorgan und damit zu einer leichten Geräuscentwicklung, die auf den Aufprall des Gutes zurückzuführen ist.

$$GW = \frac{g}{4\pi^2 f_B^2} = 0,216 \text{ mm} \quad (5.5)$$

$$C_{y_1} \approx 0,216 \text{ mm} \quad (5.6)$$

Bei der Simulationsrechnung treten die Wurfzustände hingegen kontinuierlich auf. Die Ursachen dafür liegen in den vereinfachten Modellannahmen begründet. Das reale Gut unterliegt jedoch zusätzlichen Wechselwirkungskräften zum Förderorgan (z. B. Adhäsion und Strömungskräfte), welche die Stabilität des Fördervorgangs gerade im Übergang zum Wurfzustand beeinflussen.

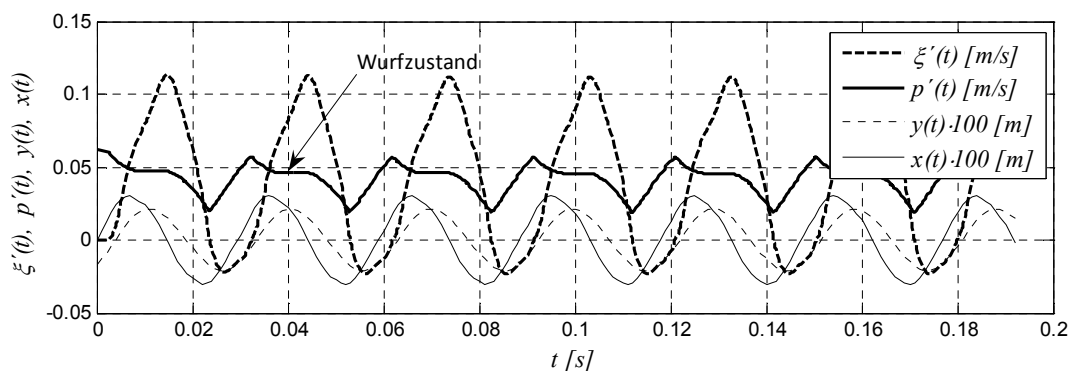


Abb. 57: Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes

Die Abweichungen zwischen den experimentellen und den berechneten Werten sind unter anderem auf die Instabilität des Förderverhaltens zwischen Gleit- und Mikrowurfförderung zurückzuführen. Die Ausschläge der berechneten Gutbewegung sind dabei deutlich geringer.

Daraus ergibt sich die Vermutung, dass die tatsächlichen Reibwerte deutlich von den angenommenen Reibwerten abweichen. Dennoch stimmen beide Weg-Zeit-Verläufe gut überein und können zur Verifizierung der Simulationsrechnung herangezogen werden.

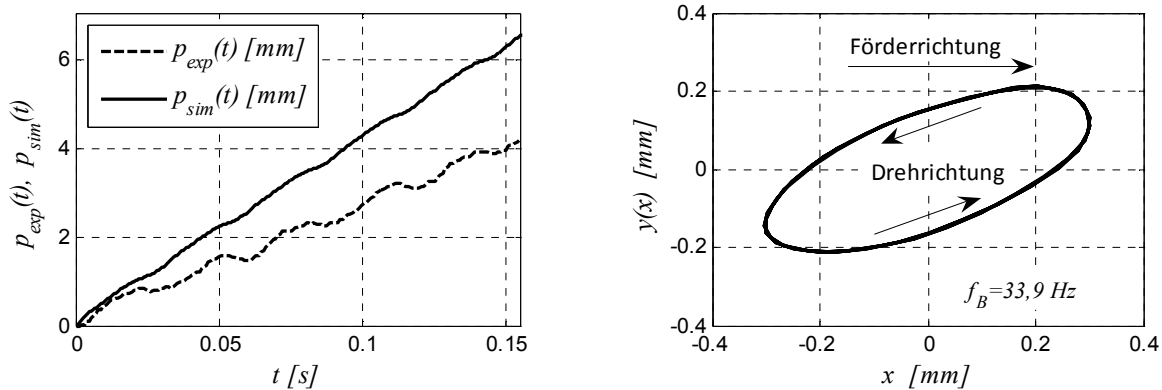


Abb. 58: Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)

Subjektive Beobachtungen

Der aufgezeichnete Betriebspunkt des VLF-E/2-38 führt zu einer Gutförderung zwischen dem Gleit- und dem Wurfprinzip auf einem leicht ansteigenden Förderorgan. In diesem Betriebspunkt ist der Fördervorgang sehr gutschonend und stellenweise nahezu geräuschlos. Der im Vergleich zum VLF-E/1-28 größere vertikale Beschleunigungsanteil des Förderorgans sowie die verschobene relative Phasenlage der Teilschwingungskomponenten zueinander führen trotz Steigung des Förderorgans zu höheren Effizienzwerten. Die Oberfläche des Förderorgans wies bereits auffällige Verschleißerscheinungen auf, die zusätzlich als Ursache der vergleichsweise hohen Abweichungen der simulierten und experimentell ermittelten Fördergeschwindigkeit in Frage kommen.

5.5.3 VLF-E/3-100

Auch der VLF-E/3-100 bildet bei einer Betriebsfrequenz von $f_B = 100 \text{ Hz}$ in guter Näherung eine 2D-Bewegungsform 1. Ordnung aus. Bei dieser hohen Betriebsfrequenz bewegt sich das Förderorgan mit sehr kleinen Amplituden, was die optische Abtastung mittels Lasertriangulation erschwert. Durch Unebenheiten und Verunreinigungen der Oberfläche gewinnt die Unschärfe des Messsignals an Bedeutung, wodurch eine besonders sorgfältige Vorbereitung der Messstellen (vgl. Abschnitt 5.2) notwendig ist.

Der VLF-E/3-100 arbeitet nach dem Mikrowurfprinzip und ist speziell für den Einsatz in der Zuführ- und Montagetechnik konzipiert worden. Die Ansteuerung wird bei fester Frequenz mittels eines Potentiometers realisiert, was einer stufenlosen Regelung der Erregerkraftamplitude entspricht.

Die nachfolgenden Darstellungen spiegeln eine experimentelle Aufnahme wieder, bei dem das Förderorgan in einem Steigungswinkel von $\gamma = 3,2^\circ$ montiert wurde.

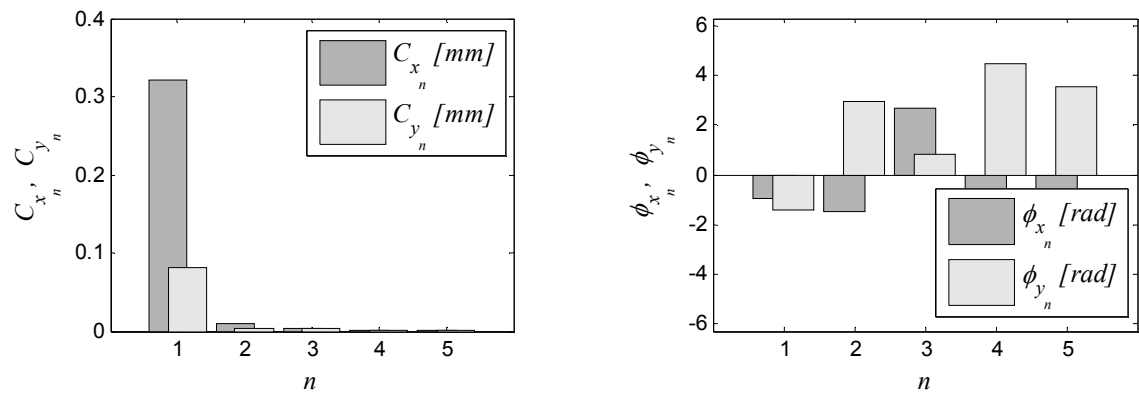


Abb. 59: Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
f_B	= 100 Hz	Betriebsfrequenz
μ_H	= 0,34	Haftreibwert
μ_G	= 0,28	Gleitreibwert
γ	= 3,20 °	Neigungswinkel
ξ_0	= 0 m/s	rel. Startgeschw.
g	= 9,81 m/s ²	Erdbeschleunigung

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
v_{exp}	= 7,93 m/min	FG experimentell
v_{sim}	= 10,44 m/min	FG simuliert
v_{VDI}	= 11,62 m/min	FG nach VDI 2333
$E_{x/y}$	= 1,30	2D-Effizienz
E_x	= 1,35	x-Effizienz
E_y	= 5,25	y-Effizienz

Abb. 60: weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)

Der VLF-E/3-100 weist im Betriebspunkt und trotz Steigung des Förderorgans hohe Effizienzwerte, also hohe Fördergeschwindigkeiten bei geringen Bewegungsamplituden, auf.

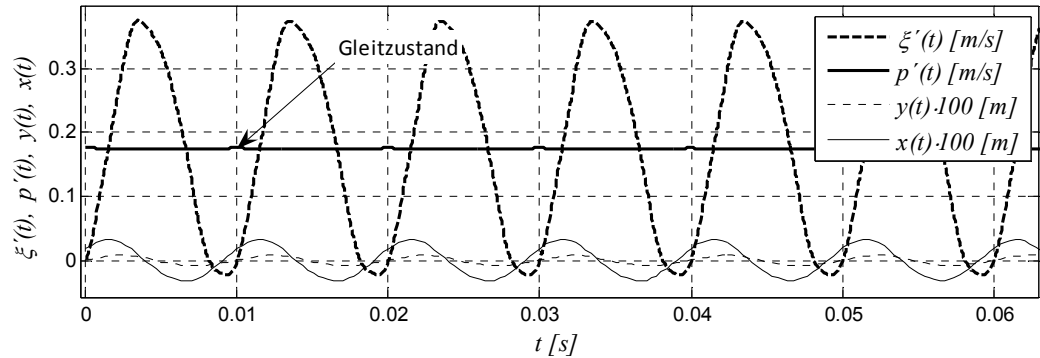


Abb. 61: Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes

Die Simulationsrechnung zeigt, dass sich das Gut während des Förderprozesses vorwiegend im Wurfzustand befindet. Somit existieren nur vergleichsweise kurze Zeiträume, in denen das Gut kontaktbedingt beschleunigt werden kann. Für die Simulationsrechnung bedeutet

dies, dass bezogen auf die Betriebsfrequenz längere Simulationszeiten bis zum Erreichen des stationären Zustandes benötigt werden.

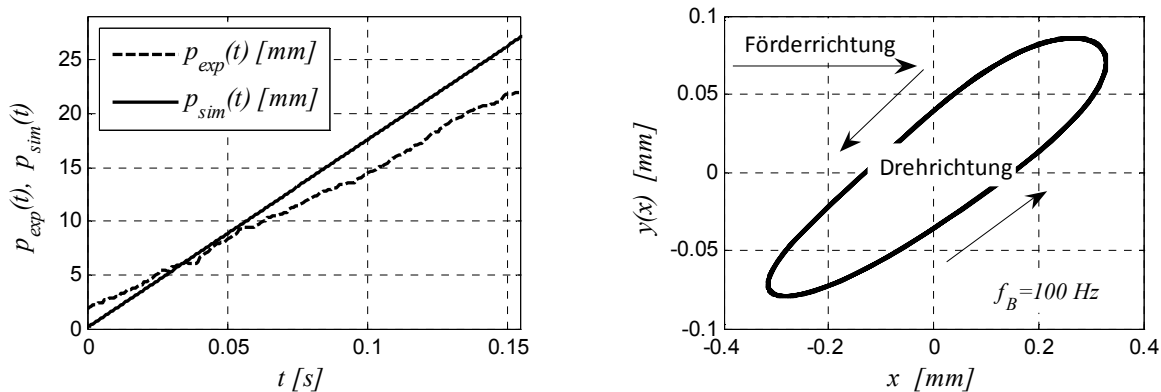


Abb. 62: Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)

Subjektive Beobachtungen

Der VLF-E/3-100 arbeitet im ausgewählten Betriebspunkt nach dem Prinzip der Wurfförderung. Das Gut befindet sich dabei vorwiegend im Wurfbestand und erfährt im Vergleich zu den Betriebspunkten der anderen Vibrationsförderer der VLF-E-Klasse die effizienteste Förderung, obwohl das Förderorgan den größten Anstieg aufweist. Bedingt durch die vergleichsweise hohe Betriebsfrequenz konnte eine Gutförderung mit günstigen Laufeigenschaften bei unterschiedlichen stückigen Fördergütern beobachtet werden. Unterschiedliche Reibpaarungen zwischen Gut und Förderorgan führten dabei zu keinen nennenswerten Unterschieden der gemessenen Fördergeschwindigkeiten. Erst bei Steigungswinkeln von über 6° konnten bei größeren Reibwerten deutlich höhere Fördergeschwindigkeiten beobachtet werden.

Trotz Zunahme der Störgrößeneinflüsse bei hohen Betriebsfrequenzen und kleinen Bewegungsamplituden bezüglich der experimentellen Datenaufzeichnung können gute Übereinstimmungen zu den Simulationsdaten festgestellt werden.

5.5.4 VLF-PM

Die Bewegungsform des VLF-PM kann im ausgewählten Betriebspunkt nicht mehr in ausreichender Näherung durch die Reihenglieder 1. Ordnung beschrieben werden. Die nachfolgende Abbildung zeigt, dass die x-Koeffizienten 2. und 3. Ordnung ebenfalls einen wesentlichen Anteil zur Gesamtbewegung des Förderorgans beitragen. Die y-Koeffizienten hingegen spielen anteilig eher eine untergeordnete Rolle. Somit bewegt sich das Förderorgan nicht-harmonisch und fast ausschließlich in der horizontalen Ebene. Die Funktionsweise in diesem Betriebspunkt basiert also vollständig auf dem Gleitprinzip, wodurch eine Berechnung der zu erwartenden Fördergeschwindigkeit nach VDI 2333 nicht mehr möglich ist.

Das Förderorgan des VLF-PM ist mit einer geschliffenen Edelstahleinlage ausgekleidet, was im Vergleich zu den VLF-E-Modellen zu geringeren Reibwerten zum Probekörper führt.

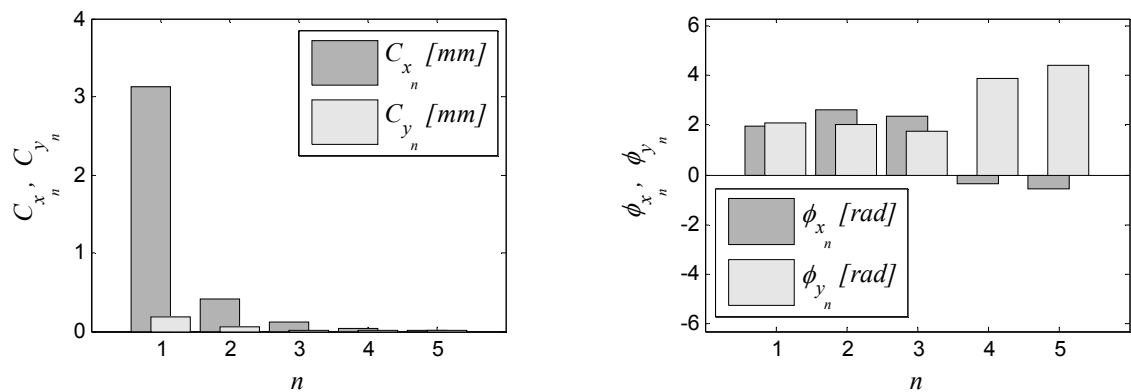


Abb. 63: Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
f_B	= 13,84 Hz	Betriebsfrequenz
μ_H	= 0,25	Haftreibwert
μ_G	= 0,20	Gleitreibwert
γ	= 0 °	Neigungswinkel
ξ_0	= 0,4 m/s	rel. Startgeschw.
g	= 9,81 m/s ²	Erdbeschleunigung

Parameter	Wert / Einheit	Beschreibung
v_{exp}	= 4,09 m/min	FG experimentell
v_{sim}	= 4,37 m/min	FG simuliert
v_{VDI}	= 0 m/min	FG nach VDI 2333
$E_{x/y}$	= 0,41	2D-Effizienz
E_x	= 0,41	x-Effizienz
E_y	= 6,76	y-Effizienz

Abb. 64: Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)

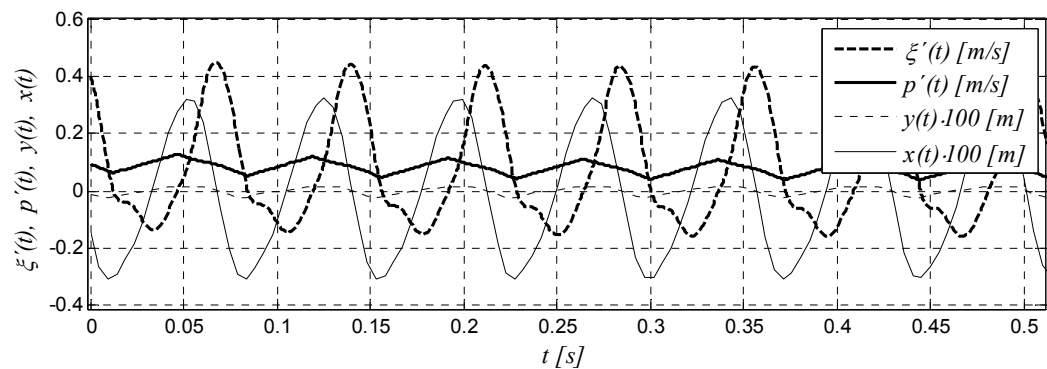


Abb. 65: Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes

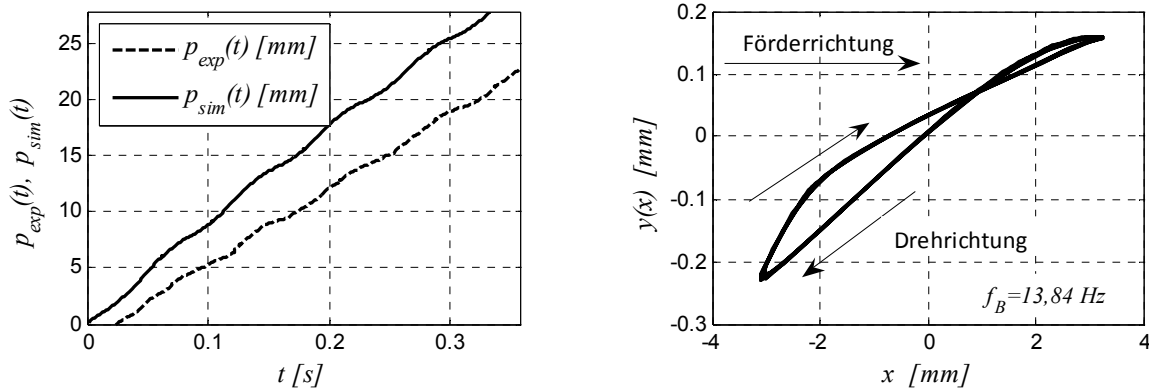


Abb. 66: Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)

Subjektive Beobachtungen:

Der Vergleich zwischen experimentell ermittelter und berechneter Fördergutbewegung zeigt, dass das entwickelte Berechnungsmodell auch auf zweidimensionale Bewegungsformen höherer Ordnungen angewendet werden kann. Der hier betrachtete Betriebszustand des VLF-PM führt mit Ausnahme von E_y zu vergleichsweise geringen Effizienzwerten.

5.6 Zusammenfassung und Fehlerbetrachtung

In diesem Kapitel wurde anhand beispielhaft ausgewählter Einzelmessung die Vorgehensweise bei der experimentellen Untersuchung des Fördergutverhaltens als Reaktion auf 2D-Bewegungsformen des Förderorgans erläutert. Die untersuchten Vibrationsförderer wurden hinsichtlich ihres Aufbaus und ihrer Funktionsweise vorgestellt und betriebspunktspezifisch charakterisiert. Auf Basis der Grundlagen aus Kapitel 3 konnten die experimentell aufgenommenen Messdaten zur Auswertung aufbereitet und mittels charakteristischer Parametersätze als Eingabeparameter für die Simulationsrechnung (Kapitel 4) bereitgestellt werden.

Dies ermöglicht einen zeitdiskreten Vergleich zwischen dem experimentell aufgezeichneten und dem simulierten Fördergutverhalten und dient schließlich zur Verifizierung des entwickelten Berechnungsmodells. Die Ursachen der dabei beobachteten Abweichungen wurden bereits teilweise angesprochen und lassen sich im Wesentlichen folgendermaßen zusammenfassen:

- Die Rauheit der Oberflächen des Gutes und des Förderorgans verursachen eine Unschärfe der Sensorsignale und der Wechselwirkung beim Fördervorgang an sich.
- Für das Berechnungsmodell wurden vereinfachte Annahmen getroffen (z. B. punktförmige Masse, *COULOMBS*ches Reibmodell, Impulsübertragung unberücksichtigt).
- Strömungskräfte und sonstige Wechselwirkungen bleiben unberücksichtigt.

Die berechneten Werte liegen bei nahezu allen durchgeführten Untersuchungen durchschnittlich ca. 30% über den experimentell ermittelten Ergebnissen.

Kapitel 6

Theoretische Untersuchungen

In Kapitel 5 wurde das entwickelte Berechnungsmodell zur Beschreibung des Fördergutverhaltens beim Vibrationsförderprozess für beliebige zweidimensionale Bewegungsformen experimentell verifiziert. Die Untersuchungen zeigen, dass die bei der Modellierung (siehe Kapitel 4) getroffenen Annahmen und Vereinfachungen der komplexen physikalischen Zusammenhänge geeignet sind, um die Reaktionen des Fördergutes in guter Näherung beschreiben zu können. Die Struktur des Modells ermöglicht es weiterführend, zusätzliche Einflussfaktoren wie z. B. Strömungswiderstände oder alternative Reibmodelle zu berücksichtigen und damit noch realitätsnähere Simulationsergebnisse zu erzielen. Dies führt jedoch zwangsweise zu deutlich größeren Rechenzeiten und erhöht die Anzahl der notwendigen Eingabeparameter. Gleichzeitig bedingt die Einbeziehung gutspezifischer Kenngrößen den Verlust allgemeingültiger Aussagen und erschwert die Darstellung prinzipieller Parameterabhängigkeiten.

Theoretische Untersuchungen dienen vorrangig der Ableitung und Vorhersage eines Systemverhaltens. Anhand eines theoretischen Modells lassen sich die Abhängigkeiten zwischen den relevanten Parametern in nahezu beliebiger Tiefe ausführlich analysieren, ohne dass aufwendige experimentelle Versuchsreihen durchgeführt werden müssen. Begleitende Optimierungsrechnungen bieten die Möglichkeit, optimale Parameterkonfigurationen abzuleiten, deren Umsetzung schließlich in realen technischen Systemen anzustreben ist. Außerdem bilden theoretische Modelle in allen technischen Bereichen die Grundlage zur Entwicklung von Dimensionierungsvorschriften und dem damit eng verbundenen effizienten Einsatz der Technik.

6.1 Vergleich zum Berechnungsmodell nach VDI 2333

Das in Abschnitt 2.3.1 vorgestellte Berechnungsmodell der VDI-Richtlinie 2333 stellt nach wie vor den praxisrelevanten Stand der Technik zur Berechnung zu erwartender Fördergeschwindigkeiten bei Vibrationsfördersystemen dar. Bis auf wenige Ausnahmen wird sich heute noch an diesen Standards hinsichtlich der Entwicklung und Dimensionierung neuer Systeme orientiert. Die technischen Neuerungen fokussieren sich somit im Wesentlichen auf neue Antriebskonzepte und auf ein höchstes Maß an Schwingkräfteausgleich.

In Abschnitt 2.3.3 wurde bereits auf einige Einschränkungen bezüglich der Anwendbarkeit des VDI-Modells eingegangen. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass dieses Modell lediglich harmonische Bewegungen des Förderorgans auf linearen Bahnen behandelt und dass es dabei zum Wurf des Fördergutes kommen muss.

Für die verwendeten Parameter lässt sich daraus ableiten:

Die relative Wurfzeit $\bar{n}$ nimmt Werte zwischen 0 und 1 an und der Wurfwinkel ist größer 0.

$$0 < \bar{n} < 1, \quad \beta > 0 \quad (6.1)$$

Der durch diese Gültigkeitsbedingungen abgegrenzte Bereich möglicher Bewegungszustände lässt sich ebenfalls über die Koeffizienten einer trigonometrischen Reihe analog zu Abschnitt 3.4.2 darstellen. Dabei werden Bewegungsformen 1. Ordnung beschrieben, deren Horizontal- und Vertikalbewegungen phasengleich sind (lineare Bewegungsbahn).

$$k=1 \quad \cap \quad \phi_{x_1} = \phi_{y_1} \quad (6.2)$$

Die Vertikalbeschleunigung des Förderorgans muss die Erdbeschleunigung überschreiten, damit es zum Wurf kommt und der Wurfzustand soll innerhalb einer Bewegungsperiode abgeschlossen sein.

$$\frac{g}{4\pi^2 f_B^2} < C_{y_1} < \frac{g \cdot \Gamma(\bar{n}=1)}{4\pi^2 f_B^2} \quad (6.3)$$

Der Wurfwinkel ergibt sich aus den Koeffizienten der horizontalen und vertikalen Bewegung.

$$\beta = \arctan\left(\frac{C_{y_1}}{C_{x_1}}\right) \quad (6.4)$$

Diese Verknüpfungen ermöglichen es, die errechneten Fördergeschwindigkeiten beider Modelle direkt miteinander zu vergleichen und die Abweichungen zu visualisieren.

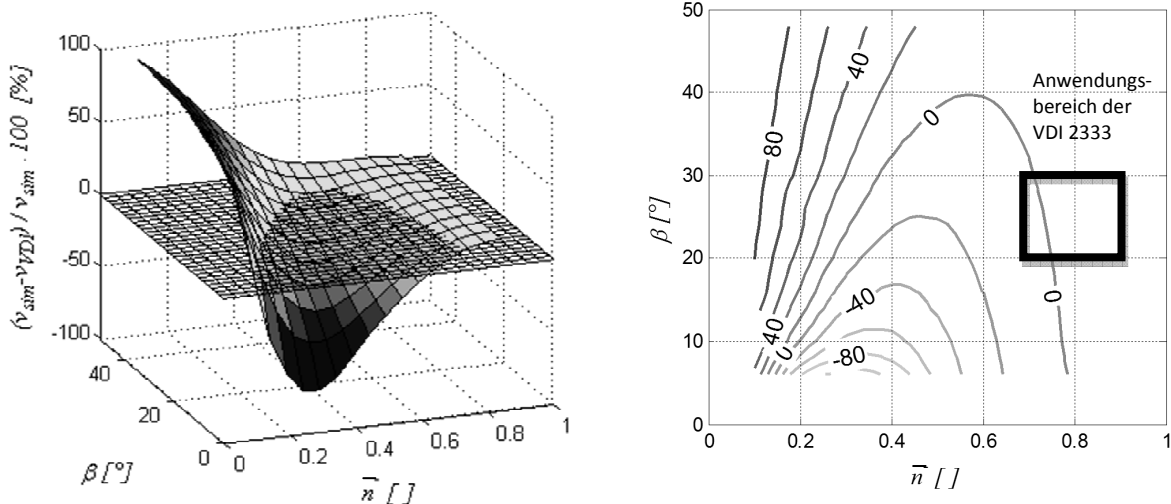


Abb. 67: 3D-Darstellung der prozentualen Abweichungen zwischen den berechneten Fördergeschwindigkeiten nach dem Modell der VDI-Richtlinie 2333 und dem entwickelten Berechnungsmodell (links); 2D-Kontur mit Kennzeichnung der Niveaulinien zur prozentualen Abweichung (rechts)

Abb. 67 zeigt, dass beide Berechnungsmodelle im Anwendungsbereich der VDI nahezu identische Ergebnisse liefern ($0,7 < \bar{n} < 0,9$ und $20^\circ < \beta < 30^\circ$). Anhand der Niveaulinien können die prozentualen Abweichungen abgeschätzt werden, wenn dieser Bereich verlassen wird. Der primäre Grund für diese Abweichungen ist in der Vernachlässigung der Gleitzustände des VDI-Modells zu finden. Hier wird zur Vereinfachung des Sachverhaltes davon ausgegangen, dass sich das Fördergut außerhalb der Wurfphasen genau wie das Förderorgan bewegt. Dadurch entstehen bei zeitdiskreter Betrachtung der Bewegung des Fördergutes Sprünge im Geschwindigkeitsverlauf, wie die folgende Abbildung veranschaulicht.

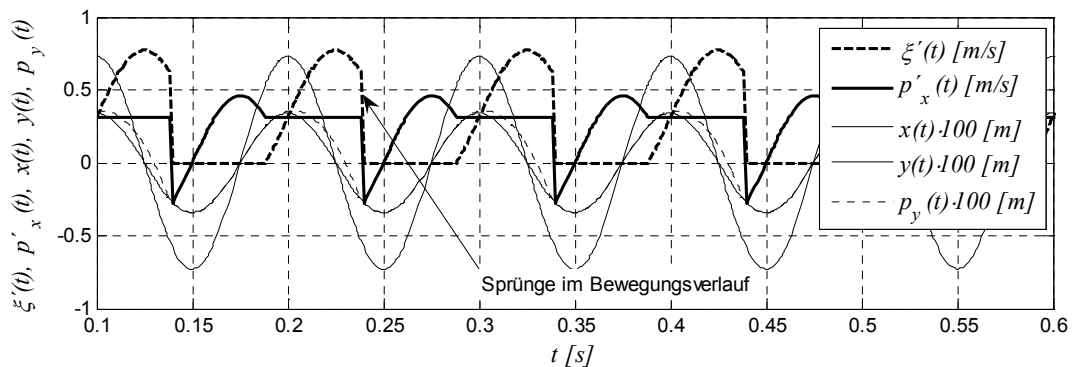


Abb. 68: Zeitdiskreter Bewegungsverlauf nach dem VDI-Modell; sprunghafter Bewegungsverlauf durch Vernachlässigung der Gleitzustände am Modell; berechnete mittlere Fördergeschwindigkeit 15,8 m/min

Das entwickelte Berechnungsmodell berücksichtigt neben den Wurfzuständen sowohl Gleit- als auch Haftzustände, die nicht durch Geschwindigkeits- sondern durch Beschleunigungsänderungen definiert werden. Dies führt zu einer Vermeidung von Geschwindigkeitssprüngen in den Zustandsübergängen.

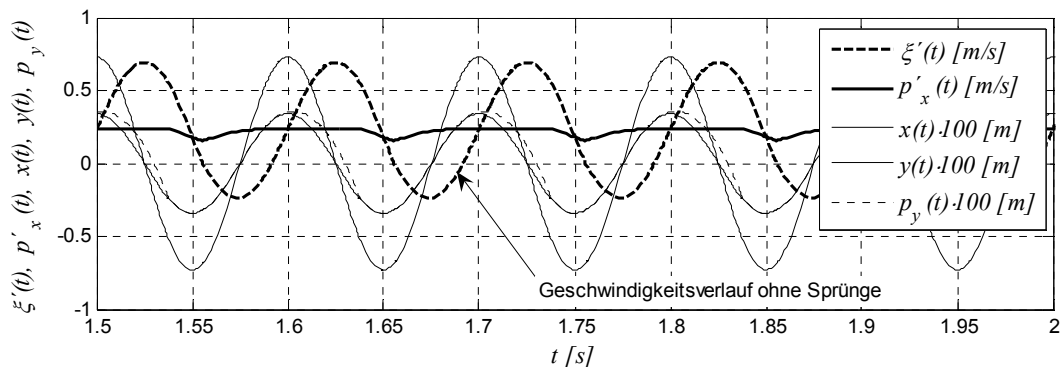


Abb. 69: Zeitdiskreter Bewegungsverlauf des Simulationsmodells; Bewegungsverlauf des Fördergutes ohne sprunghafte Übergänge; berechnete mittlere Fördergeschwindigkeit 13,2 m/min

Wie in Abschnitt 4.3 erläutert wurde, ist die vom Geschwindigkeitsverlauf des Gutes eingeschlossene Fläche zur Abszisse ein Maß für die resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit. Da diese bei beiden Modellen zustandsbedingt voneinander abweicht, kommt es zu unterschiedlichen Berechnungsergebnissen. Das entwickelte Modell deckt dabei jedoch nicht nur einen speziellen Gültigkeitsbereich wie das der VDI 2333 ab, sondern ermöglicht eine Abschätzung der zu erwartenden Fördergeschwindigkeit für alle (nach Abschnitt 3.4.2) trigonometrisch beschreibbaren Bewegungsformen.

6.2 Serienrechnungen – Bereichsdefinitionen / Datenstruktur

In diesem Abschnitt werden stellvertretend an einem Beispiel das prinzipielle Vorgehen, die Definition von Parameterbereichen sowie die Struktur der Datenarchivierung einer von zahlreichen durchgeführten Serienrechnungen erläutert.

Harmonische Bewegungsformen bzw. Bewegungsformen 1. Ordnung lassen sich nach Abschnitt 3.4.1 allgemein mit dem jeweils 1. Glied einer *Kosinus*-Reihe beschreiben. Damit ergeben sich vier zu variierende Parameter C_{x_1} , C_{y_1} , f_B , ϕ_{x_1} bzw. ϕ_{y_1} , um jede mögliche Bewegungsform 1. Ordnung abzubilden. Vibrationsförderung nach dem Gleitprinzip bedeutet, dass ein Abheben des Gutes bezüglich des Förderorgans zu keinem Zeitpunkt zulässig ist (vgl. Abschnitt 2.2). Die geometrische Ausdehnung der Bewegungsform in vertikaler Richtung lässt sich mittels dieser Bedingung in Abhängigkeit der Betriebsfrequenz begrenzen. Für Bewegungsformen 1. Ordnung unter einem Steigungswinkel des Förderorgans von $\gamma = 0^\circ$ ergibt sich durch die Kontaktbedingung ein Wertebereich des Vertikalkoeffizienten C_{y_1} von:

$$0 < C_{y_1} \leq \frac{g}{4\pi^2 f_B^2} \quad (6.5)$$

Nimmt C_{y_1} größere Werte an, kommt es zum Wurf des Fördergutes. Unter der zusätzlichen Bedingung, dass sich das Fördergut lediglich innerhalb einer Bewegungsperiode des Förderorgans im Wurfzustand befinden soll, lässt sich der zu untersuchende Wertebereich von C_{y_1} über die relative Wurfzeit $\bar{n}$ bzw. die Wurfkennzahl Γ einschränken mit:

$$\Gamma(\bar{n} = 1) = \sqrt{\pi^2 + 1} \approx 3,3 \quad (6.6)$$

$$0 < C_{y_1} \leq 3,3 \cdot \frac{g}{4\pi^2 f_B^2} \quad (6.7)$$

Die horizontale Ausdehnung der zu untersuchenden Bewegungsformen unterliegt theoretisch keiner zwingenden Bedingung. Hinsichtlich der praktischen Realisierung lässt sich der zu untersuchende Bereich jedoch auf das ca. 15-Fache der maximal zulässigen Vertikalausdehnung der Bewegungsform zur Gleitförderung begrenzen.

$$0 < C_{x_1} \leq 15 \cdot \frac{g}{4\pi^2 f_B^2} \quad (6.8)$$

Der relevante Untersuchungsbereich der relativen Phasenverschiebung kann vollständig über eine halbe Periode angegeben werden, da für die Auswertung lediglich der Betrag und nicht die Richtung der Fördergutbewegung von Bedeutung ist. Als zu variierender Parameter wird ϕ_{x_1} gewählt, wobei $\phi_{y_1} = 0$ konstant gehalten wird.

$$0 \leq \phi_{x_1} \leq \pi \quad (6.9)$$

Durch diese Datenstruktur lassen sich zahlreiche Simulationsrechnungen in Form einer Parameter- bzw. einer Koeffizientenmatrix archivieren. Dabei gehen zwar die zeitdiskreten Informationen jeder einzelnen Simulationsrechnung verloren, aber diese sind für die Auswertung oder gegebenenfalls für Optimierungsrechnungen von geringerer Bedeutung. Dafür werden große Datenmengen vermieden.

Zur Abschätzung der Zuverlässigkeit der numerischen Berechnungsergebnisse wird zusätzlich für jede Einzelrechnung ein „Fehler“-Wert mit in die Tabelle aufgenommen. Dieser „Fehler“-Wert ist äquivalent zu ε_{stat} (vgl. Abschnitt 4.3) und ermöglicht Aussagen über die Stabilität der berechneten Lösung.

Aus einer solchen Tabelle lassen sich schließlich mittels unterschiedlicher Suchmuster die Einflüsse der Eingabeparameter auf die Berechnungsergebnisse untersuchen und in Form von Diagrammen anschaulich darstellen.

6.3 Effizienz bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung

Einer der Vorteile bei der Verwendung von Effizienzwerten liegt darin, dass diese eine frequenzunabhängige Aussage darüber liefern, bei welchen Parameterkonfigurationen einer 2D-Bewegungsform das bestmögliche Förderergebnis erzielt werden kann. Eine direkte Betrachtung der mittleren resultierenden Fördergeschwindigkeit würde theoretisch zu keinem ausgeprägten Maximum führen, da mit steigender Ausdehnung einer 2D-Bewegungsform in horizontaler Richtung ebenfalls mit einer Zunahme des Betrages der Fördergeschwindigkeit zu rechnen ist.

Die räumliche Ausdehnung einer 2D-Bewegungsform wird in horizontaler Richtung mit C_x^* und in vertikaler Richtung mit C_y^* bezeichnet. Für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung entsprechen diese den dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten $C_{x_1}^*$ und $C_{y_1}^*$ und können äquivalent als dimensionslose Beschleunigungsverhältnisse zur Erdbeschleunigung interpretiert werden.

$$C_x^* = C_{x_1}^* \text{ und } C_y^* = C_{y_1}^* \quad (6.13)$$

Maximale Effizienz einer 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bedeutet, dass der optimale Phasenwinkel ϕ_{x_1} einer $C_{x_1}^* - C_{y_1}^*$ -Konstellation gesucht ist, bei dem das Fördergut die maximale mittlere Fördergeschwindigkeit erreicht. Der durch den optimalen Phasenwinkel $\phi_{x_1} = \phi_{opt}$ bedingte Effizienzwert stellt nach den Modellierungsgrundlagen gleichzeitig einen physikalischen Grenzwert dar, der von realen Vibrationsfördersystemen angestrebt werden sollte.

Die folgende Abbildung zeigt die aus einer Serienrechnung herausgelösten maximalen Effizienzwerte E_x in Abhängigkeit der dimensionslosen Ausdehnungen C_x^* und C_y^* bei einer gewählten Betriebsfrequenz von $f_B = 10 \text{ Hz}$. Bei dieser Serienrechnung wurden praktisch typische Reibwerte ($\mu_H = 0,25$, $\mu_G = 0,20$) und ein Steigungswinkel von $\gamma = 0^\circ$ angenommen. Zum Vergleich werden zusätzlich die zugehörigen Absolutwerte der mittleren Fördergeschwindigkeit dargestellt.

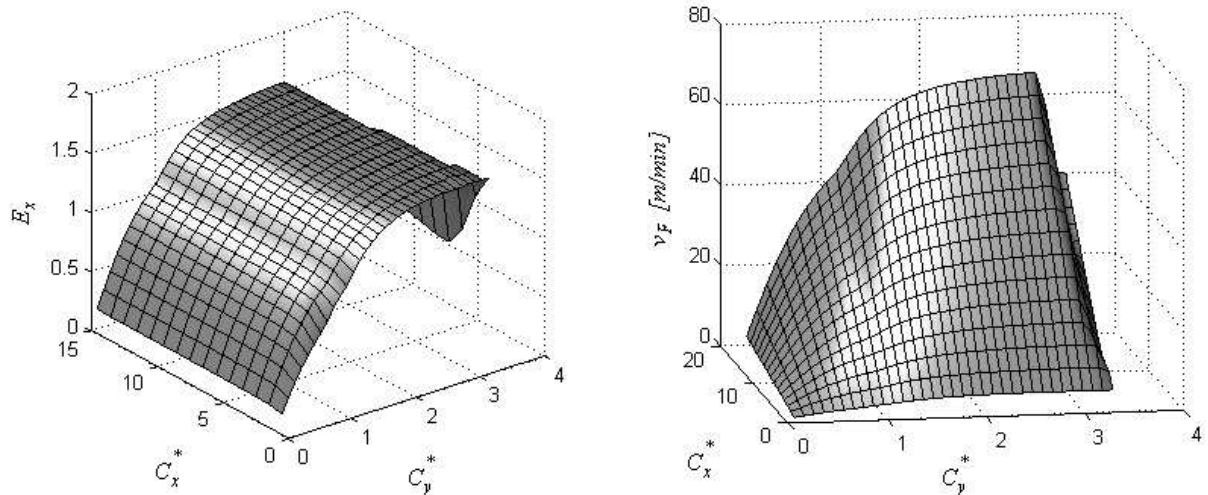


Abb. 70: 3D-Darstellung der numerischen Berechnungsergebnisse – maximale Effizienzwerte in Abhängigkeit der dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten (links); Fördergeschw. und Ausdehnungskoeffizienten (rechts)

Abb. 70 zeigt, dass die Effizienz E_x lediglich im Bereich kleiner C_x^* -Werte Abhängigkeiten zu diesen aufweist. Kleine C_x^* -Werte bedeuten bildlich betrachtet, dass die horizontale und die vertikale Ausdehnung einer 2D-Bewegungsform in etwa die gleichen Ausmaße annehmen. Die meisten praktisch eingesetzten Vibrationsfördersysteme bilden jedoch Bewegungsformen des Förderorgans aus, bei denen die horizontale Ausdehnung wenigstens dominiert.

In Richtung der C_y^* -Werte nehmen die Effizienzwerte einen stetigen aber nicht differenzierbaren Verlauf an. Der bei $C_y^* = 1$ auftretende Knick resultiert aus dem Übergang der Gleitförderung zur Wurfförderung.

Bei $C_{y1}^* \approx 3,2$ kommt es zu einem plötzlichen Abfallen der Effizienzwerte nachdem ein Maximalwert von $\max(E_x) \approx \pi/2$ erreicht wurde. In diesem Bereich nimmt die relative Wurfzeit $\bar{n}$ Werte an, die nahe 1 liegen. Das Fördergut befindet sich dort fast ausschließlich im Wurfzustand und erfährt lediglich in den kurzen Kontaktzeiten eine Beschleunigung in horizontaler Richtung. Für die numerische Berechnung der Gutbewegung nach dem verwendeten Modell hat dies zur Folge, dass während der eingestellten maximalen Simulationszeit noch kein stationärer Zustand erreicht werden konnte. Numerisch kann sich dies durch erhöhte Fehlerwerte bemerkbar machen, die mit den berechneten Effizienzwerten verknüpft sind. Der Fehler-Wert hat in Anlehnung an Abschnitt 4.3 folgende Bedeutung:

Es werden die resultierenden mittleren Fördergeschwindigkeiten jeweils zwei aufeinanderfolgender Bewegungsperioden miteinander verglichen. Dies entspricht dem Integral der relativen Fördergeschwindigkeit $\xi(t)$ über der Periodendauer T . Ist die Abweichung der beiden aufeinanderfolgenden Fördergeschwindigkeiten kleiner als ε_{stat} , erkennt der Berechnungsalgorithmus dies als stationären Zustand der Gutbewegung an und bricht die Simulationsrechnung vorzeitig ab. Wird dieses Abbruchkriterium während der gesamten Simulationszeit nicht erreicht, verbleiben erhöhte Fehlerwerte, die in diesem speziellen Fall sogar als prozentuale Zuwachsraten der Fördergeschwindigkeit gedeutet werden können. Bei den durchgeführten Serienrechnungen wurde für ε_{stat} ein Wert $\varepsilon_{stat} < 0,1\%$ festgelegt.

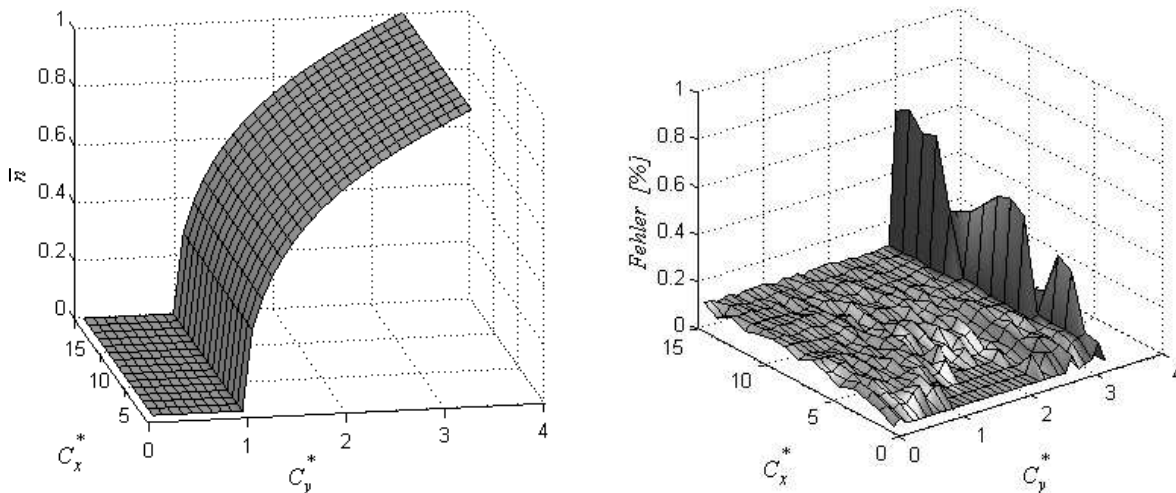


Abb. 71: Relative Wurfzeit über den Ausdehnungskoeffizienten (links); Fehler-Werte über den Ausdehnungskoeffizienten als Stabilitätskriterium der numerisch berechneten Effizienzwerte (rechts)

6.3.1 Optimaler Phasenwinkel

Bereits experimentelle Voruntersuchungen zu Kapitel 5 zeigten, dass die relative zeitliche Phasenlage der horizontalen und vertikalen Bewegungskomponenten zueinander einen wesentlichen Einfluss auf die resultierende Fördergeschwindigkeit ausübt. Die Ergebnisse dieses Abschnitts beziehen sich auf die Reibwerte $\mu_H = 0,25$ und $\mu_G = 0,20$.

In Abb. 72 sind die optimalen Phasenwinkel $\phi_x(E_x = E_{x_{\max}}) = \phi_{opt}$ über den dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten dargestellt. Aufgrund der gewählten Parameterrasterung entstehen für ϕ_{opt} diskrete Werte, die zu Unebenheiten im dargestellten Verlauf führen.

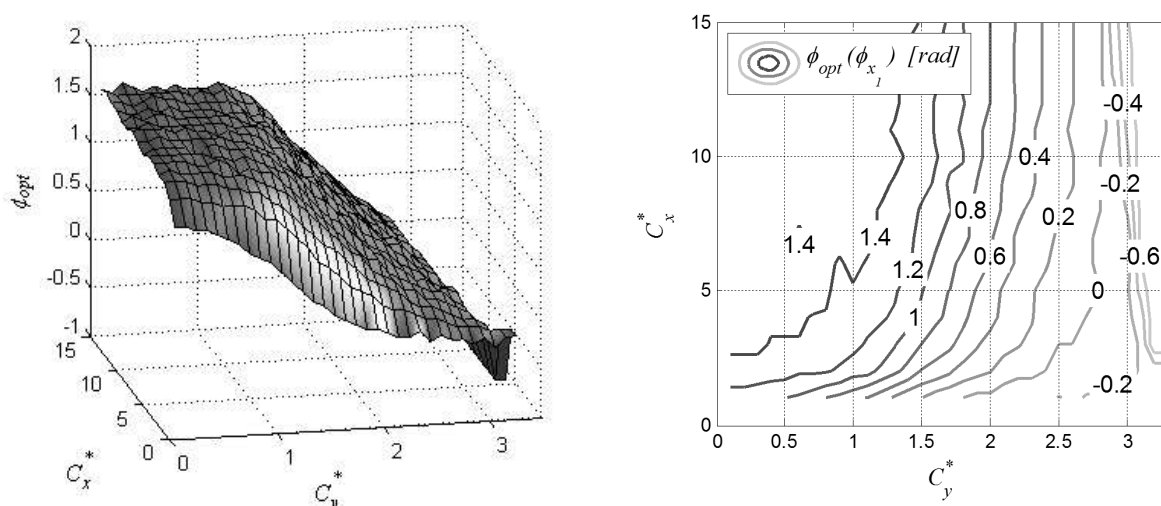


Abb. 72: Optimaler Phasenwinkel über den Ausdehnungskoeffizienten 3D-Darstellung (links); 2D-Ableitung des optimalen Phasenwinkels durch Konturlinien der numerischen Berechnungsergebnisse (rechts)

Die Abbildung zeigt, dass der optimale Phasenwinkel wesentlich von der dimensionslosen Ausdehnung C_y^* , bzw. der damit direkt verbundenen relativen Wurfzeit $\bar{n}$ abhängig ist. Im Bereich der Gleitförderung $C_y^* \leq 1$ nimmt der optimale Phasenwinkel Werte um $\pi/2$ an. Mit Zunahme der Wurfdauer verringert sich der optimale Phasenwinkel bis hin zur Phasengleichheit bei $C_y^* \approx 3,1$.

Anhand dieser Ergebnisse lassen sich bereits qualitative Aussagen darüber treffen, bei welchen 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung die besten Förderergebnisse erzielt werden können. Die folgenden Untersuchungen sollen veranschaulichen, welchen bedeutenden Einfluss die Phasenlage der horizontalen und vertikalen Bewegungskomponente auf die resultierende Fördergeschwindigkeit ausübt. Dazu werden drei praktisch relevante Bewegungszustände eines Förderorgans ausgewählt und deren Ausdehnungen wie folgt festgelegt:

1. Gleitförderung

$$C_y^* = 1,0 ; C_x^* = 6 \cdot C_y^*$$

2. Wurfförderung

$$C_y^* = 1,8 ; C_x^* = 6 \cdot C_y^*$$

3. Wurfförderung

$$C_y^* = 2,8 ; C_x^* = 6 \cdot C_y^*$$

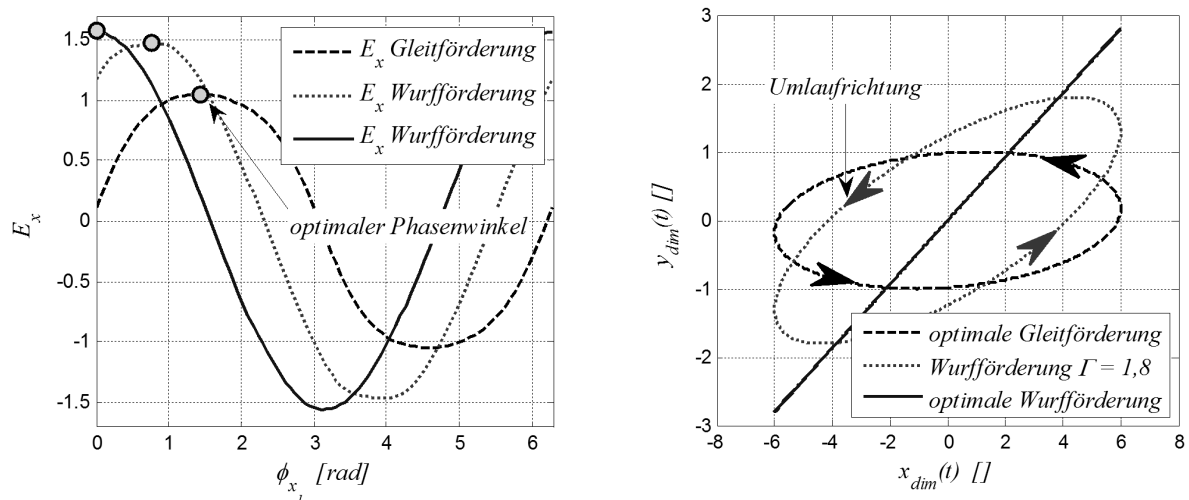


Abb. 73: Abhängigkeit der Effizienz von der Phasenlage an drei ausgewählten Beispielen (links); Visualisierung der zugehörigen 2D-Bewegungsform zum optimalen Phasenwinkel (rechts)

Für alle ausgewählten Bewegungsformen 1. Ordnung existieren eindeutige Maxima der Effizienzwerte bei unterschiedlichen Phasenlagen. Im linken Teil der Abbildung sind die zugehörigen 2D-Bewegungsformen dargestellt, die sich aus den optimalen Phasenwinkeln ergeben. Mit Abnahme der vertikalen Ausdehnung der Bewegungsformen bzw. der daraus resultierenden geringeren relativen Wurfzeit des Gutes gewinnt die Berücksichtigung der Phasenlage für eine effiziente Förderung stark an Bedeutung. Eine praktisch anwendbare Gleitförderung kann daher nur über eine gezielt generierte Phasenlage erreicht werden.

6.3.2 Einfluss der Reibwerte

Die Reibwerte sind im entwickelten Berechnungsmodell dimensionslose Materialpaarungskennzahlen, die das Kontaktverhalten zwischen Fördergut und Förderorgan nach dem *COULOMBS*chen Reibmodell (vgl. Abschnitt 3.1.2) beschreiben. In diesem Abschnitt sollen anhand des Berechnungsmodells die Einflüsse der Reibwerte auf die Effizienz und die damit verbundenen geometrischen Beziehungen von 2D-Bewegungsformen dargestellt werden.

Um die Einflüsse des Gleitreibwertes auf die Effizienz des Förderprozesses zu untersuchen, wurden mehrere Serienrechnungen analog zu Abschnitt 6.3 für unterschiedliche und technisch geläufige Gleitreibwerte durchgeführt. Abb. 74 zeigt die prozentualen Abweichungen ΔE_x der berechneten maximalen Effizienzwerte bei optimaler Phasenlage in Abhängigkeit der dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten für unterschiedliche Gleitreibwerte, wobei gilt:

$$\Delta E_{x_1} = \frac{E_x(\mu_G = 0,3) - E_x(\mu_G = 0,4)}{\max(E_x)} \cdot 100 \quad (6.14)$$

$$\Delta E_{x_2} = \frac{E_x(\mu_G = 0,3) - E_x(\mu_G = 0,2)}{\max(E_x)} \cdot 100 \quad (6.15)$$

$$\text{mit } \max(E_x) = \pi / 2 \quad (6.16)$$

Das Förderorgan besitzt für jede dargestellte Rechenserie einen Steigungswinkel von $\gamma = 0^\circ$.

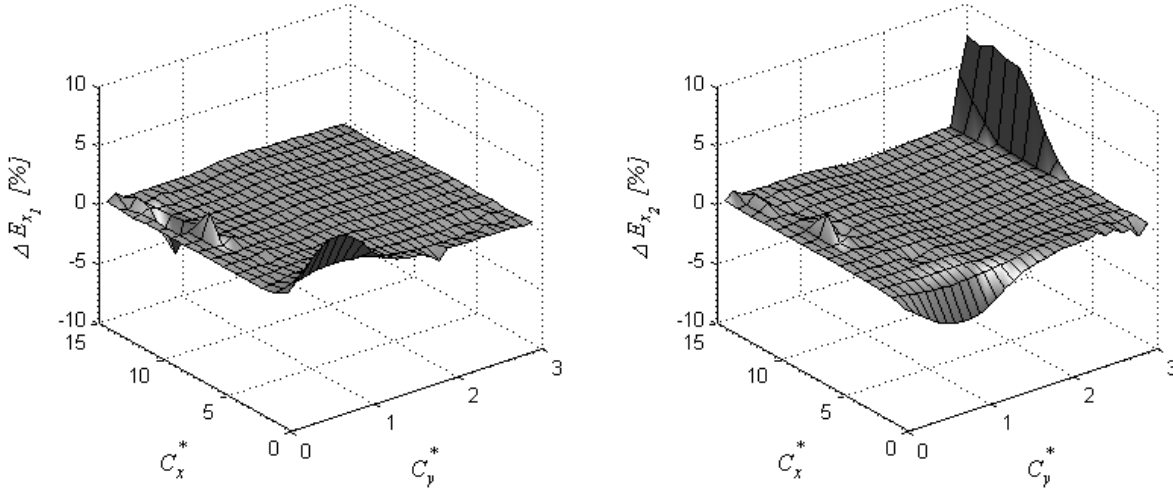


Abb. 74: Darstellung der prozentualen Abweichung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Gleitreibwerten als Ergebnisse der Serienrechnungen

Die Darstellung der Ergebnisse zeigt, dass die erreichten maximalen Effizienzwerte, abgesehen von Randbereichen kleiner C_x^* -Ausdehnungen, nur geringfügige Abweichungen zueinander aufweisen. Höhere Gleitreibwerte verursachen zwar tendenziell höhere maximale

Effizienzwerte, allerdings liegen die sich daraus ergebenden Abweichungen von $0,1 \leq \mu_G \leq 0,4$ bei weniger als 1%.

Die ausgeprägten Abweichungen bei kleinen C_x^* -Werten werden durch das Eintreten der nach Abschnitt 4.2.1 definierten Haftzustände als Teil der stationären Lösung hervorgerufen. Der Haftreibungwert μ_H hat demzufolge nur in diesen praktisch kaum relevanten Bereichen Auswirkungen auf den Förderprozess.

Bei zeitdiskreter Betrachtung der Fördergutbewegung tritt der Einfluss des Gleitreibungwertes deutlicher in Erscheinung. Abb. 75 zeigt die reibungsabhängige Gutreaktion bei identischen Bewegungsformen des Förderorgans.

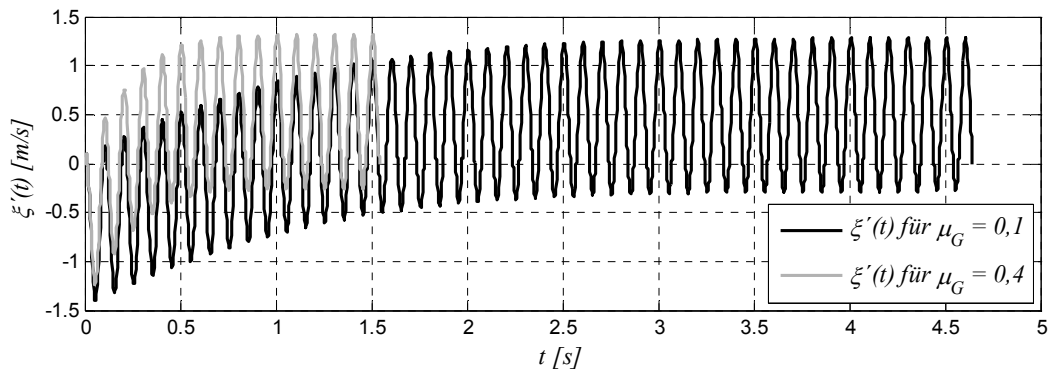


Abb. 75: Zeitdiskreter Vergleich der relativen Gutbewegung bei unterschiedlichen Gleitreibungswerten

Bei höheren Gleitreibungswerten wird der stationäre Bewegungszustand schneller erreicht, da die auf das Gut wirkenden Reibkräfte entsprechend größer sind. Bei näherer Betrachtung der relativen Gutbewegung lassen sich sowohl eine Amplituden- als auch eine Phasenverschiebung der Geschwindigkeits-Zeit-Verläufe feststellen. Diese Unterschiede führen beim Vergleich der Absolutgeschwindigkeiten des Fördergutes zu bedeutenderen Abweichungen, als sich dies durch den Vergleich der maximalen Effizienzwerte ergeben hat.

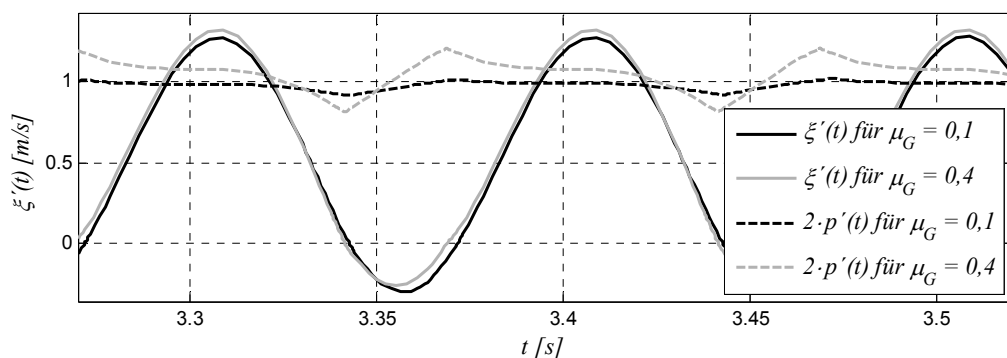


Abb. 76: Darstellung der prozentualen Abweichung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Gleitreibungswerten als Ergebnisse der Serienrechnungen

Bei identischer Bewegungsform ergeben sich für dieses Beispiel reibungsbedingte Abweichungen der mittleren Fördergeschwindigkeit von ca. 10%, obwohl sich die maximalen Effizienzwerte nach Abb. 74 lediglich um ca. 1% unterscheiden. Damit muss ein Zusammenhang zwischen dem optimalen Phasenwinkel ϕ_{opt} und dem Gleitreibungwert μ_G bestehen.

6.3.3 Optimaler Phasenwinkel und Reibwerte

Die Relativbewegung des Fördergutes ist nach dem Berechnungsmodell während der Kontaktphasen abhängig von den vorherrschenden Reibwerten. Damit lässt sich die Effizienz einer bestimmten 2D-Bewegungsform theoretisch nur genau angeben, wenn auch die Reibverhältnisse zum Fördergut bekannt sind. Nach Abschnitt 6.3.2 lassen sich zwar, zumindest mit geringen Abweichungen behaftete, reibungsunabhängige Aussagen über die maximalen Effizienzwerte treffen, allerdings geben diese noch keinen Aufschluss darüber, bei welchen Phasenlagen ϕ_{opt} diese erreicht werden können.

Abb. 77 zeigt in einer Differenzdarstellung die Abweichungen der optimalen Phasenlagen bei zwei unterschiedlichen Reibwertpaarungen (Haft- und Gleitreibwert) $\mu_H = 0,15$; $\mu_G = 0,10$ und $\mu_H = 0,45$; $\mu_G = 0,40$. Diese Darstellung soll vorerst lediglich zur qualitativen Abschätzung der Abweichungen dienen. Während der Serienrechnungen wurde zusätzlich das Auftreten von Haftzuständen in den stationären Lösungen vom Algorithmus detektiert und als weitere Information in den Parametersätzen gespeichert.

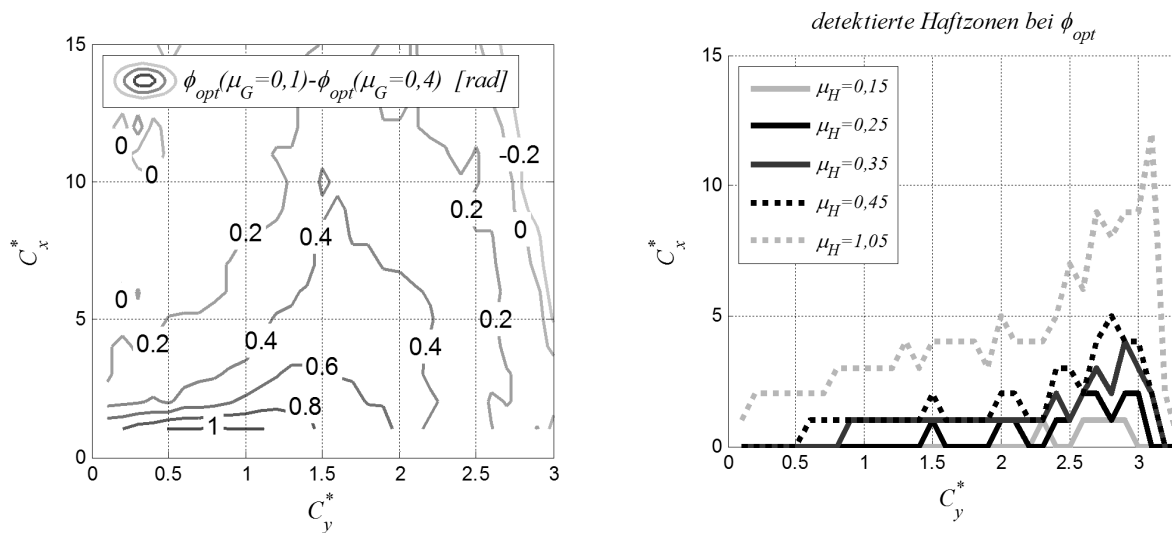


Abb. 77: Differenzdarstellung der optimalen Phasenwinkel bei unterschiedlichen Reibwertpaarungen (links); detektierte Zonen der Haftzustände als Teil der stationären Lösung bei optimalen Phasenlagen (rechts)

Es wird ersichtlich, dass sich die optimale Phasenlage bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung in Abhängigkeit zu den vorherrschenden Reibverhältnissen ändert. Gerade in den Bereichen, in denen Haftzustände als Teil der stationären Lösung auftreten, sind diese Abweichungen besonders ausgeprägt. Jedoch auch in von Haftzuständen freien Zonen können Differenzen der optimalen Phasenlage festgestellt werden, deren Betrag mit steigender C_x^* -Ausdehnung abnimmt.

Die theoretischen Untersuchungen zeigen, dass die Effizienz 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung wesentlich durch die relative Phasenlage der horizontalen und vertikalen Bewegungskomponenten zueinander bestimmt wird. Die optimale Phasenlage ist dabei abhängig von den vorherrschenden Reibverhältnissen und damit nicht allein anhand der Ausdehnungskoeffizienten C_x^* und C_y^* zu bestimmen.

Für die praktische Anwendung der Erkenntnisse aus den Berechnungsergebnissen ist es zweckmäßig, einen funktionellen Zusammenhang zwischen optimaler Phasenlage, den Aus-

dehnungskoeffizienten sowie den Reibwerten herzustellen. Damit wird es bei der Konzipierung von Vibrationsfördersystemen möglich, die optimale Bewegungsform in Abhängigkeit des Fördergutes und der zur Verfügung stehenden Bewegungsfreiheit des Förderorgans bei der gewünschten Betriebsfrequenz zu ermitteln.

Die numerisch berechneten, reibungsbedingt optimalen Phasenlagen analog zu Abb. 72 lassen sich über den Ausdehnungskoeffizienten in guter Näherung mittels einer Arkustangens-Funktion und mehrerer Polynome beschreiben.

$$f(C_x^*) = z_1 \cdot \arctan(z_2 C_x^* + z_3) + z_4 \quad (6.17)$$

$$P^{(u)}(C_y^*) = \sum_{l=0}^u z_{l+5} \cdot C_y^{*(l)} \quad \text{mit } u = 7 \quad (6.18)$$

$$P^{(v)}(C_x^*) = \sum_{m=0}^v z_{m+u+6} \cdot C_x^{*(m)} \quad \text{mit } v = 7 \quad (6.19)$$

$$P^{(w)}(C_y^*) = \sum_{n=1}^w z_{n+u+v+6} \cdot C_y^{*(n)} \quad \text{mit } w = 7 \quad (6.20)$$

Durch eine Kombination der Approximationsfunktionen kann eine zweidimensionale Fläche generiert werden, mit der sich die numerischen Werte angenähert analytisch abbilden lassen. Die folgende Ansatzfunktion lieferte das beste Ergebnis der Summe der Residuen im Vergleich zur Anzahl der freien Koeffizienten.

$$\varphi_{opt}(C_x^*, C_y^*) = f(C_x^*) \cdot P^{(u)}(C_y^*) + P^{(v)}(C_x^*) \cdot P^{(w)}(C_y^*) \quad (6.21)$$

Die 23 freien Koeffizienten z_i können durch eine zweidimensionale Ausgleichsrechnung (vgl. Abschnitt 3.2.3) bestimmt werden. Dadurch ergibt sich für jede Serienrechnung eines Reibwertepaares μ_H und μ_G ein Koeffizientenvektor, bestehend aus den Elementen z_i , welcher die numerischen Simulationsergebnisse mittels der Approximationsfunktionen bei minimaler Abweichung beschreibt. Diese Näherungsfunktion ist lediglich im numerisch untersuchten Bereich gültig (vgl. Abschnitt 6.2), da die verwendeten Polynome außerhalb beliebige Verläufe annehmen können.

Anlage 1 umfasst die Darstellungen der optimalen Phasenlagen für technisch typische Reibwerte, die jeweils zugehörigen Koeffizienten und ebenfalls die Summe der Residuen der Ausgleichsrechnung. Die dargestellten Werte wurden nach dem Berechnungsmodell für nicht geeignete Förderorgane ermittelt.

Mit Hilfe der in Anlage 1 enthaltenen Abbildungen ist es dem Konstrukteur schließlich möglich, anhand der Reibverhältnisse zwischen Gut und Förderorgan die optimale Phasenlage der horizontalen und vertikalen Bewegungskomponenten näherungsweise zu bestimmen. Damit lässt sich bereits während der Entwicklungsphase für jeden denkbaren Betriebspunkt

eines Vibrationsförderers mit 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung ein höchstes Maß an Effizienz erreichen.

Für die Ableitung einer vereinfachten Berechnungsvorschrift ist es zweckmäßig, die optimalen Phasenlagen mit einer möglichst kompakten Funktion zu beschreiben, die auch außerhalb des untersuchten Bereiches gültig ist. Außerdem sollte die Näherungsfunktion keine reibwertspezifischen Koeffizienten beinhalten, sondern vielmehr funktionale Abhängigkeiten zu den Reibwerten aufweisen. Der nach Gleichung (6.21) gewählte Ansatz ist daher, trotz der sehr guten Annäherung zu den numerischen Berechnungsergebnissen, nicht für die Integration in einer Berechnungsvorschrift geeignet.

Aus diesen Gründen wurde folgende Ansatzfunktion entwickelt:

$$\phi_{opt}(C_x^*, C_y^*, \mu_G) \approx (h_1 \arctan(h_2 C_y^* + h_3) + h_4) \cdot (h_5 \arctan(h_6 C_x^* + h_7 C_y^* + h_8 C_x^* C_y^*)) + h_9 \quad (6.22)$$

Diese Näherungsfunktion beschreibt den Verlauf der optimalen Phasenlage über lediglich 9 freie Terme h_i , die im Gegensatz zu den freien Koeffizienten z_i nach Gleichung (6.21) auch funktionale Zusammenhänge enthalten können. Durch ein mehrstufiges Fitting der numerischen Berechnungsergebnisse konnten schließlich geeignete Terme h_i konstruiert werden.

Tab. 3: Ergebnisse des mehrstufigen Fittings der Funktionsterme h_i , Nachbildung der optimalen Phasenlage

$h_1 =$	$h_2 =$	$h_3 =$	$h_4 =$	$h_5 =$	$h_6 =$	$h_7 =$	$h_8 =$	$h_9 =$
-5,50	-2,63	$5 - \mu_G$	$-2,29\mu_G - 10,39$	-0,06	$\frac{1}{3\mu_G}$	-0,31	$-\frac{1}{9\mu_G}$	0

Der optimale Phasenwinkel $\phi_x = \phi_{opt}$ kann damit über die folgende Näherungsfunktion berechnet werden.

$$\phi_{opt} \approx (-5,5 \arctan(5 - \mu_G - 2,63 C_y^*) - 2,29\mu_G - 10,39) \cdot \left(-0,06 \arctan\left((3 - C_y^*) \frac{1}{9\mu_G} C_x^* - 0,31 C_y^* \right) \right) \quad (6.23)$$

Diese Näherungsfunktion ist lediglich für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung bei nicht geeigneten Förderorganen und für Gleitreibwerte von $\mu_G > 0$ gültig. Bei der Konstruktion der Terme h_i wurde ein technisch relevanter Reibwertebereich von $0,1 \leq \mu_G \leq 1$ einbezogen, wobei die numerisch berechneten optimalen Phasenlagen als Referenz des Fittings verwendet wurden. Im Vergleich zu den Approximationen nach Gleichung (6.21) nehmen die Summen der Residuen ca. das 10 bis 15-Fache an. Dennoch liegen die durchschnittlichen Abweichungen zu den numerisch bestimmten optimalen Phasenlagen bei weniger als 10%, bzw. bei $\Delta\phi_x < 0,1 \text{ rad}$. Mit Gleichung (6.23) steht dem Anwender nun eine Möglichkeit bereit, den optimalen Phasenwinkel in guter Näherung zu bestimmen, ohne auf die Diagramme in Anlage 1 oder aufwendige numerische Berechnungen zurückgreifen zu müssen.

6.3.4 Effizienz bei geneigten Förderorganen

Wendelförderer gehören zu den meist eingesetzten Vertretern von Vibrationsfördersystemen mit geneigtem Förderorgan (vgl. Abschnitt 2.1.1). Dabei weisen nahezu alle Bauformen positive Steigungswinkel in Förderrichtung auf und arbeiten nach dem Prinzip der Wurf Förderung. Im Gegensatz zu Linearförderern treten bedingt durch die Rotationsbewegungen des Förderorgans zusätzliche Reibkräfte des Gutes zu den Trogwänden auf, die jedoch im Sinne der Vereinfachung vernachlässigt bleiben sollen.

Mit zunehmendem Steigungswinkel ist mit einer Abnahme der resultierenden Fördergeschwindigkeit in der Förderebene und damit ebenfalls mit geringeren Effizienzwerten zu rechnen. Wird ein bestimmter Grenzwinkel überschritten, kommt der Förderprozess vollständig zum Erliegen. Ein negativer Steigungswinkel hingegen, muss zu einer Erhöhung der maximalen Effizienzwerte beitragen.

Um den Einfluss des Steigungswinkels auf den Förderprozess am Modell zu untersuchen, wurden mehrere Serienrechnungen analog zu Abschnitt 6.2 durchgeführt. Es hat sich herausgestellt, dass die in Abschnitt 4.2.3 getroffenen Annahmen zum Auftreffen des Fördergutes nach der Wurfphase einen signifikanten Einfluss auf die Simulationsergebnisse ausüben, wenn das Förderorgan einen Steigungswinkel aufweist. Der Grund dafür ist in der Modellierung des Stoßprozesses und der damit verbundenen Weiterbewegung des Gutes zu finden. Da die Modellierung des Stoßprozesses (Aufschlag des Fördergutes) gutspezifisch interpretiert werden kann, lassen sich lediglich beschränkt verallgemeinernde Aussagen hinsichtlich zu erwartender Effizienzwerte bei geneigten Förderorganen treffen. Über den in Abschnitt 4.2.3 eingeführten Pralldämpfungsfaktor $\mathcal{G}_p$ lassen sich angenähert unterschiedliche Prallvorgänge sowie deren Auswirkungen auf die maximalen Effizienzwerte untersuchen.

Abb. 78 zeigt ausgewählte Berechnungsergebnisse bei unterschiedlichen Steigungswinkeln des Förderorgans für die Reibwerte $\mu_H = 0,35$ und $\mu_G = 0,30$.

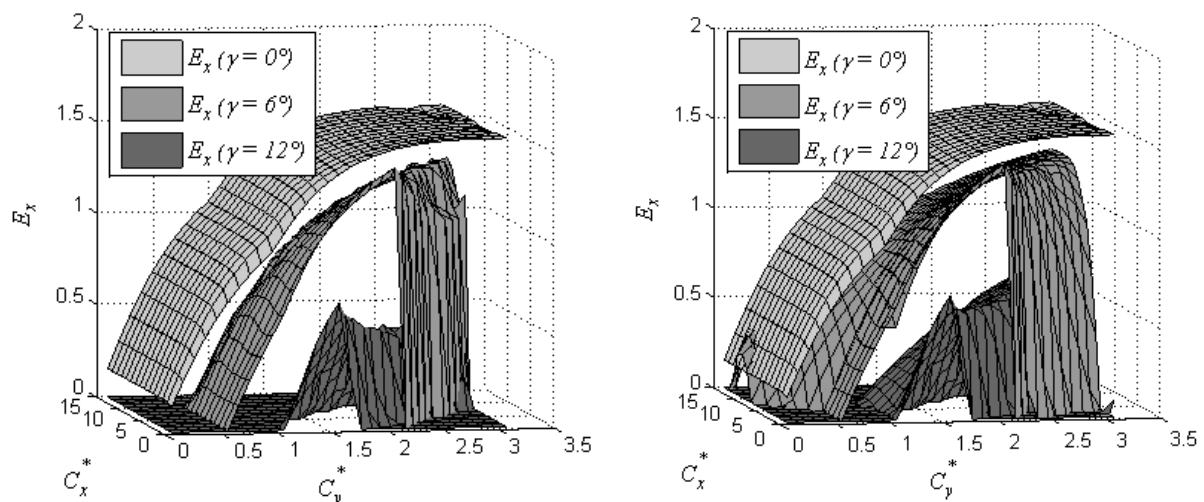


Abb. 78: Darstellung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Steigungswinkeln des Förderorgans, Einfluss des Pralldämpfungsfaktors $\mathcal{G}_p$; $\mathcal{G}_p = 0$ (links); $\mathcal{G}_p = 0,1$ (rechts)

Mit zunehmender Steigung des Förderorgans sinken die maximal erreichbaren Effizienzwerte und eine Gutförderung ist nicht mehr für jede beliebige C_x^* - C_y^* -Konstellation möglich.

In Abb. 78 sind links die Berechnungsergebnisse für $\mathcal{G}_p = 0$ und rechts für $\mathcal{G}_p = 0,1$ dargestellt. Die Einbeziehung des Pralldämpfungsfaktors im Modell führt sichtlich zu einer Vergrößerung der Ausdehnungsbereiche einer 2D-Bewegungsform, bei denen die Förderung gegen eine Steigung möglich ist. Die Lage der Maxima bleibt jedoch bestehen.

Im Gegensatz zur Förderung auf einem nicht geneigten Förderorgan führen größere Reibwerte bei positiven Steigungswinkeln zu tendenziell höheren erreichbaren Effizienzwerten. Je größer die Reibwerte sind, desto größer ist auch der maximale Steigungswinkel, bei dem ein Gut noch gefördert wird. Da der optimale Phasenwinkel sowohl von der Ausdehnung einer 2D-Bewegungsform als auch von den Reibwerten, dem Steigungswinkel und zusätzlich vom gewählten Pralldämpfungsfaktor abhängig ist, lassen sich diesbezüglich keine verallgemeinernden und gutunabhängigen Aussagen treffen. Ausführliche Analysen zu den Abhängigkeiten der relevanten Parameter sind daher nur gutspezifisch sinnvoll und würden den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Allerdings könnten nachfolgende Untersuchungen an dieser Stelle anknüpfen, da diese Problematik durchaus als praktisch relevant eingeschätzt wird.

6.4 Ableitung einer Berechnungsvorschrift

Die theoretischen Untersuchungen der vorangegangenen Abschnitte basieren vollständig auf numerisch ermittelten Ergebnissen des in Kapitel 4 vorgestellten Berechnungsmodells. Dieses Modell spiegelt trotz vereinfachter Annahmen die prinzipiellen physikalischen Zusammenhänge der Fördergutreaktion in den jeweiligen Zuständen wieder. Da die wechselnden Zustände (Haften, Gleiten, Wurf) Teile der stationären Lösung bilden, lässt sich direkt kein praktikabler analytischer Zusammenhang herstellen, der die physikalischen Gesetzmäßigkeiten bis zur Lösung in Einklang bringt.

Um die aus den Untersuchungen hervorgegangenen Erkenntnisse dennoch praktisch anwendbar zu gestalten, ist es zweckmäßig, wenigstens analytische Näherungen abzuleiten, die die Berechnungsergebnisse in einem bestimmten Bereich zufriedenstellend abbilden. Dadurch ist es möglich, das Berechnungsergebnis einer eigentlich notwendigen und komplexen numerischen Einzelfallberechnung, durch einen vergleichsweise einfachen funktionalen Zusammenhang zu ermitteln. Dem Anwender bzw. dem Konstrukteur stünde damit eine Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Fördergutreaktion (Fördergeschwindigkeit) analog zur VDI-Richtlinie 2333 zur Verfügung, die auch für zweidimensionale Bewegungsformen 1. Ordnung anwendbar ist.

Die Auswertung der numerischen Berechnungsergebnisse in Abschnitt 6.3.4 zeigt, dass sich für geneigte Förderorgane nach dem verwendeten Modell keine verlässlichen, gutunabhängigen und verallgemeinernden Aussagen hinsichtlich der optimalen zweidimensionalen Bewegungsform 1. Ordnung ableiten lassen. Für nichtgeneigte Förderorgane ist dies hingegen möglich.

Die maximalen Effizienzwerte $E_{x\max}$ sind nach Abschnitt 6.3 überwiegend von den dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten C_y^* abhängig. Nach Abb. 74 treten lediglich in praktisch und technisch kaum relevanten Bereichen kleiner C_x^* -Werte wesentliche reibwertabhängige Abweichungen auf, die zugunsten der Vereinfachung einer analytischen Näherung vernachlässigt werden sollen.

Für $\gamma = 0^\circ$ lassen sich eindeutig zwei Verlaufsbereiche herausstellen, die sich in guter Näherung über Arkustangens-Funktionen beschreiben lassen. Die Bereichsgrenze $C_y^* = 1$ (Übergang von der Gleitförderung zur Wurfförderung) wird mittels einer modifizierten Signum-Funktion definiert, um eine analytische Fallunterscheidung zu vermeiden. Damit ergeben sich für den Gleitbereich (GB) und den Wurfbereich (WB) folgende Basisfunktionen:

$$E_{x_{\max}}^{(GB)} \approx -\frac{\text{sign}(C_y^* - 1) - 1}{2} \cdot z_1 \cdot \arctan(z_2 \cdot C_y^*) \quad \dots \text{GB} \quad (6.24)$$

$$E_{x_{\max}}^{(WB)} \approx \frac{\text{sign}(C_y^* - 1) + 1}{2} \cdot (z_3 \cdot \arctan(z_4 \cdot C_y^* + z_5) + z_6) \quad \dots \text{WB} \quad (6.25)$$

$$E_{x_{\max}}(C_x^*, C_y^*) \approx E_{x_{\max}}^{(GB)} + E_{x_{\max}}^{(WB)} \quad \dots \text{für beide Bereiche} \quad (6.26)$$

Ein Fitting der freien Parameter z_i für jede vom Gleitreibwert μ_G abhängige Serienrechnung bei $\gamma = 0^\circ$ liefert als Mittelwerte die Ergebnisse:

Tab. 4: Belegung der freien Parameter zur Spezifikation der analytischen Näherungsfunktion; Beschreibung der maximalen Effizienzwerte als Funktion des dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten C_y^*

$z_1 =$	$z_2 =$	$z_3 =$	$z_4 =$	$z_5 =$	$z_6 =$
1,1024	1,4042	0,3267	2,5790	-2,8066	1,1206

Für von Haftzuständen freie Bereiche liegen die Abweichungen der Näherungsfunktion zu den numerischen Berechnungsergebnissen bei weniger als 2%.

In Abschnitt 6.3.1, Abb. 73 ist an 3 Beispielen der Verlauf der Effizienz E_x über den Phasenwinkel ϕ_x dargestellt. Diese Verläufe können in guter Näherung mittels einer Kosinus-Funktion abgebildet werden.

$$E_x \approx E_{x_{\max}} \cdot \cos(\phi_x - \phi_{opt}) \quad (6.27)$$

Die Amplitude der Trägerfunktion ($E_{x_{\max}}$) entspricht dabei dem ermittelten maximalen Effizienzwert bei optimaler Phasenlage in Abhängigkeit der dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten C_x^* und C_y^* aus Abschnitt 6.3, Abb. 70 bzw. der analytischen Näherungsfunktion nach Gleichung (6.26). Die maximale Amplitude der entsprechenden Kosinus-Funktion wird jeweils bei optimaler Phasenlage (ϕ_{opt}) erreicht, welche sich nach Abschnitt 6.3.3 in Abhängigkeit des Gleitreibwertes μ_G ergibt. Mittels Anlage 1 kann der optimale Phasenwinkel für unterschiedliche Reibwerte näherungsweise entweder aus den Diagrammen bestimmt oder mittels der Koeffizienten z_i aus der Abbildungsfunktion (6.21) berechnet werden. Für die vereinfachte Weiterverwendung des Verlaufs der optimalen Phasenlage, wurde bereits in Abschnitt 6.3.3 mit Gleichung (6.23) ein funktionaler Zusammenhang erarbeitet, der an

dieser Stelle genutzt werden soll. Abb. 79 zeigt einen qualitativen Vergleich der Berechnungsergebnisse des Modells nach der VDI-Richtlinie 2333, der entwickelten Näherungsfunktion nach Gleichung (6.27) und den numerischen Werten für $\phi_x = 0$ und $\mu_G = 0,4$.

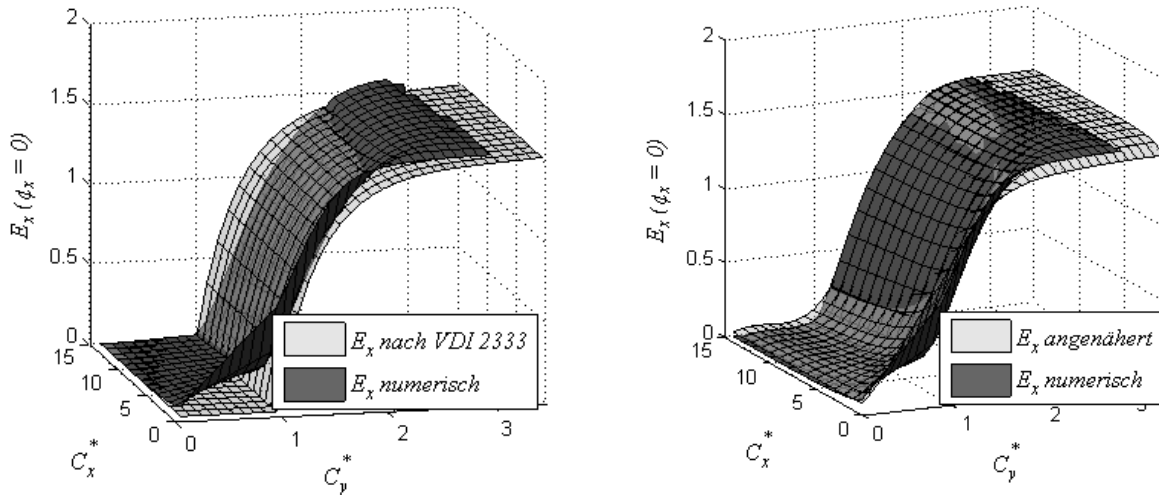


Abb. 79: Qualitativer Vergleich der verschiedenen Berechnungsvorschriften anhand der eingeführten Effizienz E_x für $\phi_x = 0$; Vergleich zwischen VDI-Richtlinie und dem numerischen Modell (links); Vergleich zur analytischen Näherungsfunktion nach Gleichung (6.27) (rechts)

Die entwickelte Näherungsfunktion bzw. die entwickelte Berechnungsvorschrift bildet die Ergebnisse der numerischen Simulation genauer ab als das Modell der VDI-Richtlinie 2333 in seinem Gültigkeitsbereich. Desweiteren bietet die Näherungsfunktion die Möglichkeit, die Effizienz bei beliebigen Phasenlagen in Abhängigkeit der Ausdehnung einer Bewegungsform 1. Ordnung zu berechnen. Die nachfolgende Abbildung zeigt einen qualitativen Vergleich zu den Simulationen bei von null abweichenden Phasenlagen.

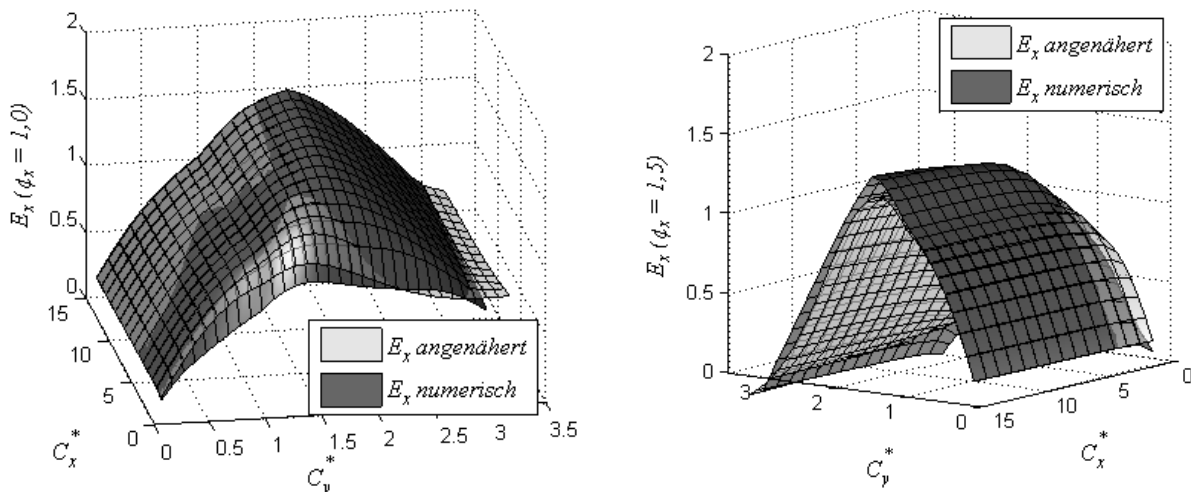


Abb. 80: Qualitativer Vergleich der numerischen Simulationsergebnisse mit der entwickelten Näherungsfunktion zur Bestimmung der Fördergeschwindigkeit bzw. der Effizienz bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung; $\phi_x = 1,0$ (links); $\phi_x = 1,5$ (rechts)

Die entwickelte Näherungsfunktion zur Berechnung der Effizienz bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung erweitert den bisherigen Anwendungsbereich der VDI-Richtlinie 2333 wesentlich. Die resultierende mittlere Fördergeschwindigkeit lässt sich nunmehr sowohl für das Mikrowurfprinzip als auch für das Gleitprinzip für beliebige Phasenlagen und Ausdehnungen der Bewegungsform eines Förderorgans abschätzen. Die Näherungsfunktion ist dabei so konzipiert, dass die Bereiche maximaler Effizienzwerte (also die optimalen Bewegungsparametersätze) identisch zu den numerischen Simulationsdaten abgebildet werden. In abweichenden Phasenlagen wird zumindest eine gute Näherung erreicht.

$$E_x(C_x^*, C_y^*, \mu_G) \approx E_{x_{\max}}(C_x^*, C_y^*) \cdot \cos(\phi_x - \phi_{opt}(C_x^*, C_y^*, \mu_G)) \quad (6.28)$$

Unter Verwendung der Näherungsfunktion ist es dem Anwender schließlich möglich, die Effizienz eines Vibrationsförderers in einem beliebigen Betriebspunkt, welcher sich mittels 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung beschreiben lässt, zu berechnen. Außerdem kann anhand des Funktionsverlaufes bestimmt werden, wie sich Veränderungen der Betriebsparameter auf das Effizienzverhalten auswirken.

Die Näherungsfunktion ist dabei nicht als Resultat eines physikalischen Modells, sondern als Approximation numerischer Ergebnisse zu verstehen, die sich auf das in Kapitel 4 entwickelte Berechnungsmodell stützen.

Für den praktischen Einsatz der aus den Simulationsdaten abgeleiteten Näherungsfunktion ist es notwendig, die dimensionslosen Ein- und Ausgabeparameter wieder in dimensionsbehaftete Größen zu transformieren.

$$C_y^* = \frac{C_{y_1} \cdot 4\pi^2 f_B^2}{g} \quad (6.29)$$

$$C_x^* = \frac{C_{x_1} \cdot 4\pi^2 f_B^2}{g} \quad (6.30)$$

Anhand dieser Zuordnung kann aus der eingeführten Effizienzdefinition schließlich die zu erwartende Fördergeschwindigkeit berechnet werden.

$$v_F = E_x \cdot 4 \cdot C_{x_1} \cdot f_B \quad (6.31)$$

In Anlage 2 sind an einem konkreten Berechnungsbeispiel noch einmal alle relevanten Beziehungen zusammenfassend dargestellt. Das Beispiel beinhaltet ebenfalls einen Vergleich der Ergebnisse nach unterschiedlichen Berechnungsmethoden. Für den Anwender bzw. den Entwickler von Vibrationsfördersystemen lassen sich aus diesem Beispiel gleichzeitig Erkenntnisse für die Optimierung von Geräten ableiten.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Vibrationsfördersysteme bilden schon seit vielen Jahrzehnten einen festen und gleichzeitig bedeutenden Bestandteil der eingesetzten Fördertechnik. Das Vibrationsförderprinzip beruht auf einem Wechselspiel von Reib- und Trägheitskräften, das durch kleine periodische Bewegungen eines Förderorgans hervorgerufen wird. Vibrationsfördersysteme sind in den unterschiedlichsten Bauformen und zahlreichen Einsatzgebieten sowohl zur Stückgut- als auch zur Schüttgutförderung zu finden. Die fördertechnische Effizienz eines Vibrationsförderers wird in der Praxis meist anhand der Laufeigenschaften des Fördergutes und anhand seiner Fördergeschwindigkeit beurteilt. Diese Eigenschaften sind, neben den Förderguteigenschaften selbst, maßgeblich vom generierten Bewegungszustand bzw. von der zweidimensionalen Bewegungsform des Förderorgans abhängig.

Diese Arbeit konzentriert sich vorrangig auf die Untersuchung der Abhängigkeiten relevanter Bewegungsparameter und der daraus resultierenden Fördergutreaktionen, speziell für als punktförmig modellierbare Stückgüter. Zu diesem Zweck wurde ein Berechnungsmodell erarbeitet und mittels der Entwicklungssoftware MATLAB® in Form numerischer Simulationsprogramme realisiert. Diese Simulationsmodelle dienen schließlich als Grundlage umfangreicher theoretischer Untersuchungen hinsichtlich der Auswirkungen beliebiger zweidimensionaler Bewegungsformen auf den Vibrationsförderprozess.

Ergänzend zu den theoretischen Untersuchungen wurde ein experimenteller Versuchsaufbau konzipiert, welcher sowohl die Aufzeichnung der Bewegungsformen unterschiedlichster Vibrationsfördergeräte als gleichzeitig auch die Aufzeichnung der resultierenden Fördergutreaktionen ermöglicht. Lasertriangulationssensoren dienten dabei der hochfrequenten und berührungslosen Signalerfassung, wobei ausgewählte Einzelmessungen zusätzlich mittels Hochgeschwindigkeitsaufnahmen dokumentiert wurden. Anhand dieser umfangreichen experimentellen Untersuchungen konnte das entwickelte Berechnungsmodell schließlich verifiziert werden.

Für die meisten technischen Realisierungen sind vorrangig zweidimensionale Bewegungsformen 1. Ordnung von Interesse, da diese mit vergleichsweise geringem technischem Aufwand generiert werden können, bzw. bei vielen Geräten bereits oft unbemerkt auftreten. Aus diesem Grund konzentrieren sich die durchgeführten theoretischen Untersuchungen speziell auf diese Klasse der möglichen Bewegungen bei Förderorganen. Die Einführung von Effizienzdefinitionen als dimensionsloses Maß der mittleren Fördergeschwindigkeit ermöglichte den frequenzunabhängigen Vergleich unterschiedlicher Bewegungsparameter auf die Fördergutreaktionen. Auf Basis zahlreicher Serienrechnungen konnten schließlich verallgemeinernde Aussagen hinsichtlich der optimalen Bewegungsform eines Förderorgans abgeleitet werden. Desweiteren wurde eine analytische Näherungsfunktion entwickelt, mit deren

Hilfe die zu erwartende Fördergeschwindigkeit für zweidimensionale Bewegungsformen 1. Ordnung ermittelbar ist. Im Vergleich zum Berechnungsmodell der VDI-Richtlinie 2333 werden damit ebenfalls Gleitförderprozesse berechenbar und ein wesentlich breiteres Betriebspunktspektrum von Vibrationsförderern kann abgebildet werden.

Im Folgenden sind noch einmal die Schwerpunkte der Arbeit aufgeführt:

1. Industriell eingesetzte sowie als Labormuster vorhandene Vibrationsfördersysteme wurden hinsichtlich ihres Aufbaus und ihrer Wirkungsweise charakterisiert und technisch klassifiziert.
2. Es erfolgte eine Vorstellung relevanter Modelle und Ansätze zur Berechnung der resultierenden Fördergutbewegung, wobei die Konzentration besonders auf dem praktisch etablierten Modell nach der VDI-Richtlinie 2333 lag.
3. Essentielle theoretische Grundlagen zum Verständnis der Vibrationsfördertechnik allgemein sowie speziell in Bezug auf die durchgeführten Untersuchungen wurden erarbeitet und dargelegt.
4. Die eingeführten Effizienzdefinitionen ermöglichen es, Vibrationsfördersysteme hinsichtlich ihres Wirkungsgrades bzw. ihrer Abstimmung auf ein Fördergut untereinander zu vergleichen.
5. Auf Basis als relevant eingeschätzter physikalischer Grundlagen wurde ein mathematisches Berechnungsmodell abstrahiert, welches den Vibrationsförderprozess eines punktförmigen Fördergutes beschreibt.
6. Das entwickelte numerische Modell ermöglicht eine zeitdiskrete Berechnung der Fördergutbewegung bei jeder möglichen zweidimensionalen Bewegungsform eines Förderorgans.
7. Das numerische Modell berücksichtigt die Reibwerte zwischen Gut und Förderorgan sowie beliebige Steigungswinkel.
8. Durch die mathematische Abbildung in Form einer Kosinus-Reihe lassen sich zweidimensionale Bewegungsformen lediglich durch Koeffizienten und Phasenlagen beschreiben und damit als Eingabe einer numerischen Simulation parametrisieren.
9. Es wurden umfangreiche experimentelle Untersuchungen an Vibrationsfördersystemen durchgeführt, um das entwickelte Berechnungsmodell in einem möglichst breiten Betriebspunktspektrum zu verifizieren.
10. Es wurden funktionelle Zusammenhänge zwischen den Bewegungsparametern eines Vibrationsförderorgans und der resultierenden Fördergutbewegung abgeleitet, die die nach dem Stand der Technik bestehenden Beziehungen wesentlich erweitern.
11. Es wurde die MS-Windows-Anwendung „VibraSpeed2D“ (Anlage 3) entwickelt, welche eine praktikable Berechnung der Fördergeschwindigkeit für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung bei nicht geneigtem Förderorgan ermöglicht.

Das entwickelte Simulationsmodell bietet noch zahlreiche Möglichkeiten für weiterführende theoretische Untersuchungen zu 2D-Bewegungsformen bei Vibrationsförderern. Insbesondere eine erweiterte Parameterstudie für Bewegungsformen höherer Ordnungen könnte Aufschluss über die „optimale“ Bewegung eines Förderorgans geben und damit einen Vibrationsförderer maximaler Effizienz beschreiben.

Innerhalb der durchgeführten Untersuchungen wurden lediglich die als dominierend eingeschätzten Effekte und Kraftwirkungen auf ein Fördergut modelliert, um den numerischen Berechnungsaufwand speziell für die umfangreichen Serienrechnungen zu minimieren. Das Modell ist jedoch jederzeit für konkrete Einzelsimulationen um Effekte wie Strömungswiderstände oder Impulswirkungen auf das Gut erweiterbar.

Für die praktische bzw. industrielle Anwendung eröffnet das Simulationsmodell ebenfalls zahlreiche Möglichkeiten. Bestehende Anlagen lassen sich zielgerichtet optimieren, wobei auf meist aufwendige und kostspielige experimentelle Untersuchungen an der Anlage selbst verzichtet werden kann. Durch die Variation der Bewegungsparameter im Simulationsmodell können Informationen darüber gewonnen werden, in welchem Maße sich das Fördergutverhalten beeinflussen lässt. Bereits während der Konzipierung von Vibrationsfördersystemen lassen sich daraus Erkenntnisse für die geeignete Auswahl von Betriebspunkten und dementsprechend auch über den Einsatz bestimmter Antriebs- und Lagerkonzepte ableiten.

In der Praxis wird neben der resultierenden Fördergeschwindigkeit zunehmend die Laufruhe eines Fördergutes zur Beurteilung eines Vibrationsförderers herangezogen. Daher besteht seitens der Entwickler der Trend, vom Wurfprinzip zum Gleitprinzip überzugehen. Die Ausführungen dieser Arbeit geben Auskunft darüber, welche zweidimensionalen Bewegungsformen 1. Ordnung dabei anzustreben sind, ohne wesentliche Effizienzverluste bei der Gutförderung in Kauf nehmen zu müssen.

Literaturverzeichnis

- [And73] Andarelli, G.; Maugis, D.; Courtel, R.: *Observation of dislocations created by friction on aluminium thin foils*. Wear 23 (1973) 21.
- [Anh03] Anh, Le xuan.: *Dynamics of Mechanical Systems with Coulomb Friction*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [Ant98] Anton, H.: *Lineare Algebra: Einführung, Grundlagen, Übungen / Howard Anton aus dem Amerikan*. von Anke Walz. 3. Durchgesehener Nachdruck. Heidelberg, Berlin: Spektrum, Akad. Verl., 2004; ISBN 3-8274-0324-3.
- [Bei01] Beitz, W., Grothe, K.-H.: *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*. 20. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2001. ISBN3-540-67777-1.
- [Boo63] Booth, J. H.; McCallion, H.: *On predicting the mean conveying velocity of a vibratory conveyor*. Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part1, 178 (20), S. 521-538, 1963.
- [Böt57] Böttcher, S.: *Beitrag zur Klärung der Gutbewegung auf Schwingrinnen*. Hannover: Diss. Technische Hochschule Hannover, 1957.
- [Buc81] Buchta, S.: *Untersuchung des Förderverhaltens feinkörniger Schüttgüter auf Schwingrinnen bei nichtharmonischer Rinnenbewegung*. München: Diss. TU München, 1981.
- [Bri95] Brigham, E. O.: *Schnelle Fourier-Transformation / übers. Von Seyed Ali Azizi*. 6., korrigierte Auflage. München, Wien: Oldenbourg Verlag, 1995. ISBN 3-486-23177-4.
- [But04] Butz, T.: *Fouriertransformation für Fußgänger*. 4., durchgesehene und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Teubner, 2005.
- [C1785] Coulomb, C. A.: *Die Theorie einfacher Schwingungen*. Memories de mathematique et de physique de l'Académie des Sciences, 1785, S. 161-331.
- [Che74] Chervonenko, A.: *Zur Frage des Einflusses der technologischen Belastung auf den Betrieb von Schwingförderern vom Überresonanz-Typ*. Teori ja mekhanismov i mashin 17, S. 122-128, 1974.
- [Czi03] Czichos, H.; Habig, K.-H.: *Tribologie-Handbuch: Reibung und Verschleiß*. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Vieweg-Verlag, 2003.
- [Dob03] Dobrinski, P.; Krakau, G.; Vogel, A.: *Physik für Ingenieure*. 10., überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Teubner, 2003.
- [Dre06] Dresig, H.; Holzweißig, F.: *Maschinendynamik*. 7., bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006.
- [Dru67] Drucker, P. F.: *The Effective Executive*. Heinemann, London 1967, S. 1f.
- [Eas87] Eastman, R.M.: *Materials Handling*. New York, Basel: Marcel Dekker, Inc., 1987.

- [Efi77] Efimov, V. G.: *Die Bestimmung des optimalen Schwingungswinkels einer Förderrinne bei abhebungsfreier Schwingfördererung*. Voprosy dinamiki i prochnosti (35), S. 86-91, 1977.
- [Flö01] Flöck, J.: *Beitrag zur experimentellen und modellhaften Beschreibung der Gleitverschleißmechanismen kohlenstoffverstärkter Polyetherketon-(PEEK)-Verbunde*. Kaiserslautern: IVW (Band 23), 2001.
- [Fre02] Frei, P. U.: *Theory, Design and Implementation of a Novel Vibratory Conveyor*. Zürich: Diss. ETH Zürich, 2002.
- [Gra09] Gravenkötter, G.: *Besondere Phänomene bei der Gutbewegung von Mikroteilen auf Schwingrinnen*. Aachen: Diss. Helmut-Schmidt-Universität, 2009. ISBN 978-3-8322-8087-1.
- [Gul73] Gulbe, A. K.: *Ermittlung der optimalen Bewegungsgesetze der Rinne bei unabhebender gerader Rüttelförderung von Körpern mit elastischen Eigenschaften*. Voprosy dinamiki i prochnosti (25), S. 37-49, 1973.
- [Ha81a] Habenicht, D.; Ahrens, H.: *Der Mikrowurf als Störfaktor des Vibrationswendelförderers*. Wt-Z. ind. Fertig. 71, S. 137-140, 1981.
- [Hab81] Habenicht, D.: *Die Gleitförderung – eine Alternative zur Mikrowurftechnologie?*. Karlsruhe: KfK- PFT- Berichte (3), S. 197-214, 1981.
- [Hab84] Habenicht, D.: *Grundlagenuntersuchungen zur Werkstückgleitförderung in Schwingzuführsystemen*. Hannover: Diss. TU Hannover, 1984.
- [Har67] Harper, W. R.: *Contact and frictional electrification*. Oxford: Clarendon Press, 1967.
- [Har90] Harding, G. H. L.; Nedderman, R. M.: *The flight-free vibrating conveyor. Part 2. Stability Analysis and Criteria for Optimal Design*. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 68, S. 131-139, 1990.
- [Hei84] Heinicke, G.: *Tribochemie*. Berlin: Akademie-Verlag, 1984.
- [Hes00] Hesse, S.: *Rationalisierung der Kleinteilezuführung: Ordnen, Sortieren, Prüfen und Zuführen*. Esslingen: Festo AG & Co., 2000.
- [Hof04] Hoffman, K.; Krenn, E.; Stanker, G.: *Fördertechnik Band 2*. 5. Auflage. Wien: Oldenbourg Verlag Wien München, 2004.
- [Hof05] Hoffman, K.; Krenn, E.; Stanker, G.: *Fördertechnik Band 1*. 7. Auflage. Wien: Oldenbourg Verlag Wien München, 2005.
- [Jun52] Jung, S.: *Die Gleitbewegung auf der schwingenden Ebene*. Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens 18, H. 1, S. 13-24. 1952.
- [Jün89] Jünneman, R.: *Materialfluß und Logistik Systemtechnische Grundlagen mit Praxisbeispielen*. Heidelberg: Springer-Verlag, 1989.
- [Koe97] Koecher, M.: *Lineare Algebra und analytische Geometrie*. Berlin: Springer-Verlag, 1997.
- [Kra71] Kragelski, I. W.: *Reibung und Verschleiss*. Berlin: VEB Verlag Technik, 1971.

- [Lan90] Landman, U.; Luedtke, W. D.; Burnham, N. A.; Colton, R. J.: *Atomistic mechanism and dynamics of adhesion, nanoindentation and fracture*. Science 248 (1990) 454.
- [Ned90] Nedderman, R. M.; Harding, G. H. L.: *The flight-free vibrating conveyor*. Part 1. Basic Theory and Performance Analysis. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, 68, S. 123-130, 1990.
- [Opp04] Oppenheim, A. V.; Schafer, R. W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. 2. überarbeitete Auflage [Neuübers.]. München, u. a.: Pearson Studium, 2004. ISBN 3-8273-7077-9.
- [Paj88] Pajer, G., Kuhnt, H., Kurth, F.: *Stetigförderer*. 5. Auflage. Berlin: VEB Verlag Technik, 1988.
- [Paj89] Pajer, G.; Scheffler, M.; Gräbner, P.; Adam, G.; Kurth, F.: *Unstetigförderer 1*. 5. Ausgabe. Berlin: VEB Verlag Technik, 1989.
- [Pfe89] Pfeifer, H.: *Grundlagen der Fördertechnik*. 5. Auflage. Wiesbaden, Braunschweig: Vieweg, 1989.
- [Pol82] Polzer, G.; Meißner, F.: *Grundlagen zu Reibung und Verschleiß*. 2. Auflage. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1982.
- [Sch85] Scheffler, M.; Dresig, H.; Kurth, F.: *Unstetigförderer 2*. 4. Ausgabe. Berlin: VEB Verlag Technik, 1985.
- [Sch87] Scheffler, M.; Kurth, F.: *Grundlagen der Fördertechnik*. 7. Ausgabe. Berlin: VEB Verlag Technik, 1987.
- [Trö06] Trölß, J.: *Komplexe Zahlen und Funktionen, Vektoralgebra und analytische Geometrie, Matrizenrechnung, Vektoranalysis*. Wien, New York: Springer-Verlag, 2006. ISBN 3-211-29687-5.
- [VDI65] VDI-Richtlinie 2333: *Übersichtsblätter Stetigförderer; Schwingförderer*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1965.
- [Vib75] Viba, J.; Efimov, V. G.: *Bestimmung der optimalen Parameter der Bewegung einer Rutsche bei Förderung ohne Hochwerfen des Fördergutes*. Voprosy dinamiki i prochnosti (31), S. 53-62, 1975.
- [Wee63] Weese, W.: *Beitrag zur Berechnung von Schwingförderern unter Berücksichtigung der zwischen Gut und Rinne auftretenden Reibung*. Magdeburg: Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Otto von Guericke Magdeburg, 7 (3/4), S. 283-304, 1963.
- [Weh61] Wehmeier, K.-H.: *Untersuchungen zum Fördervorgang auf Schwingrinnen*. Hannover: Diss. Technische Hochschule Hannover, 1961.
- [Wol99] Wolfsteiner, P.: *Dynamik von Vibrationsförderern*. Ph. D. thesis, Technische Universität München, 1999.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1:	Schema zur Einordnung der Schwingfördertechnik innerhalb der Fördertechnik nach [Hof04, Hof05].....	2
Abb. 2:	Prinzipskizze - verallgemeinerter Aufbau eines Vibrationsförderers	5
Abb. 3:	Prinzipskizze eines Linearförderers (links) und eines Wendelförderers (rechts); Kennzeichnung der Schwingrichtung und der Förderrichtung unter einem Wurfwinkel	7
Abb. 4:	Vertikal schwingendes Förderorgan - Faserrichtung und resultierende Förderrichtung (links); Sonderform eines Vibrationsförderers zur flächigen Gutförderung, variable Förderrichtungen auf einem Förderorgan (rechts)	7
Abb. 5:	Wegerregende Antriebe; Prinzipskizzen zur Wirkungsweise von Schubkurbelantrieben (links) und piezoelektrischen Aktoren (rechts) beim Einsatz in der Vibrationsfördertechnik	9
Abb. 6:	Prinzipskizze krafterregender Antriebe; Unwuchtantrieb (links); elektromagnetischer Vibratorantrieb (rechts)	9
Abb. 7:	Prinzipskizze krafterregender Antriebe; Klappankerantrieb (links); pneumatischer Linearantrieb (rechts).....	10
Abb. 8:	Skizze Vibrationsförderer mit geneigter Schwingebene, harmonischer Bewegung des Förderorgans (rechts); Abstraktionsschaubild des Projektionsvektors in der Schwingebene (links).....	13
Abb. 9:	Relevante Größen zur Beschreibung des Mikrowurfes nach VDI 2333 bei harmonischer Bewegung des Förderorgans nach [Bei01].....	14
Abb. 10:	Zusammenhang zwischen relativer Wurfzeit und Wurfkennziffer, Ergebnis einer vollständig analytischen Lösung nach VDI-Richtlinie 2333; ermöglicht die Berechnung der theoretischen Fördergeschwindigkeit	15
Abb. 11:	Qualitative Abbildung der Korrekturfaktoren zur Berechnung der "realen" Fördergeschw. [Paj88]	17
Abb. 12:	Vektordiagramm nach Jung; Veranschaulichung des Gleitförderprozesses	18
Abb. 13:	Grundstruktur eines tribotechnischen Systems (links); einfache Darstellung der grundlegenden Reibungsmechanismen bei mikroskopischer Betrachtung nach [Czi03] (rechts)	24
Abb. 14:	Reibmodell für trockene Festkörperreibung nach <i>COULOMB</i> (links); Reibmodell für geschmierte Festkörperreibung (speziell Reibung in Lagern) nach <i>STRIBECK</i> (rechts)	27

Abb. 15:	Reibbelag mit orientierter Faserstruktur (z. B. Förderbürste) mit richtungsabhängigen Reibwerten (links); mögliche Geschwindigkeits-Reibwertfunktion für anisotrope Reibbeläge	28
Abb. 16:	Laminare Strömung um einen Kugelkörper (links); turbulente Strömung am Kugelkörper (rechts)	29
Abb. 17:	Darstellung einer komplexen Zahl z in der GAUßschen Zahlenebene (links); FOURIER-Transformation einer periodischen Sprungfunktion, Darstellung der trigonometrischen Reihenglieder (rechts)	31
Abb. 18:	Äquidistante Diskretisierung eines digitalen Signals, Kennzeichnung relevanter Größen (links); Darstellung der Kern-Matrix einer DFT als Polardiagramm (rechts)	33
Abb. 19:	Skizze eines Ein-Massen-Vibrationsförderers mit Kennzeichnung der relevanten dynamischen Kenngrößen (links); Symbolik der mechanischen Grundbaugruppen, Modell des linearen Ein-Massen-Schwingers (rechts)	38
Abb. 20:	Vergrößerungsfunktion bei unterschiedlichen LEHRschen Dämpfungsgraden (links); Phasenverschiebung der Schwingungsantwort zur erregenden Größe in Abhängigkeit des Dämpfungsgrades (rechts)	39
Abb. 21:	Vollständiger Massenausgleich eines Systems aus zwei Massen, System überträgt nach außen Momente (links); vollständiger Momentenausgleich, System überträgt keine Kräfte nach außen (rechts)	41
Abb. 22:	Kraftfluss eines Schubkurbelantriebs (gekoppelter Antrieb), Antriebskraft wird direkt ins Fundament übertragen (links); Unwuchtantrieb (entkoppelter Antrieb), Fundamentkräfte resultieren lediglich aus der Federdeformation (rechts)	41
Abb. 23:	Schwingungsisolierung, Kennzeichnung des Isolationsbereiches (links); Vergrößerung des Isolationsbereiches, Zuordnung des Isolationsgrades (rechts)	42
Abb. 24:	Schwingungsisolierter Ein-Massen-Schwingförderer (links); stark vereinfachtes Modell zur Beschreibung der dynamischen Effekte in horizontaler Richtung (rechts)	43
Abb. 25:	Zerlegung des Zwei-Massen-Schwingers in zwei Systeme von Ein-Massen-Schwingern, Freischneiden der bewegten Massen	43
Abb. 26:	3D-Darstellung der Lage der Eigenfrequenzen beim Zwei-Massen-Schwinger; Schnitt mit der Ebene der gekennzeichneten quadratischen Verhältnisse der Eigenfrequenzen (links)	46
Abb. 27:	Darstellung der dimensionslosen Eigenwerte des Zwei-Massen-Schwingers; Lage der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von c (Steifigkeitsverhältnis) und m (Massenverhältnis) (links); normierte Eigenschwingformen bei bestimmten Massen- und Steifigkeitsverhältnissen (rechts)	47
Abb. 28:	Schwingungsisolierter Ein-Massen-Schwinger als Modell eines Vibrationsförderers (links); stark vereinfachtes Modell zur Beschreibung der dynamischen Effekte in horizontaler Richtung (rechts)	48

Abb. 29:	Harmonische Bewegungsform 1. Ordnung als Resultat der Superposition einer vertikalen und einer horizontalen Teilschwingungskomponente; Phasenverschiebung führt zu einer elliptischen Bewegungsform	49
Abb. 30:	Darstellung harmonischer Bewegungsformen 1. Ordnung bei variablen Phasenwinkeln	50
Abb. 31:	Beschreibung zweidimensionaler Bewegungsformen höherer Ordnung mit einer trigonometrischen Reihe (links); erste und zweite Ableitung der trigonometrischen Reihe im Vergleich zum Original (rechts)	52
Abb. 32:	Koordinatenzuweisung - Fördergut und Förderorgan stehen in Kontakt, Relativkoordinate (links); Fördergut und Förderorgan stehen nicht in Kontakt, Absolutkoordinaten (rechts)	54
Abb. 33:	Kräftechaubild nach dem Freischneiden - Fördergut und Förderorgan stehen in Kontakt (links); Fördergut und Förderorgan stehen nicht in Kontakt (rechts)	55
Abb. 34:	Skizze zur Modellierung des Auftreffens (Ende des Wurfzustandes), Zusammensetzung der Relativgeschwindigkeit als Übergangsbedingung des nachfolgenden Zustandes	60
Abb. 35:	Beispielhafter Verlauf der Relativgeschwindigkeit und Kennzeichnung relevanter Größen zur Berechnung der mittleren Fördergeschwindigkeit (links); abwechselnde Haft- und Gleitzustände des Fördergutes (rechts)	62
Abb. 36:	Mögliche Bewegungsfunktionen eines Förderorgans als Resultat einer <i>FOURIER</i> -Reihenentwicklung und die zweidimensionale Überlagerung der Bewegungsfunktionen; Bewegungsform mit Schleifen.....	65
Abb. 37:	Mögliche Bewegungsfunktionen eines Förderorgans als Resultat einer <i>FOURIER</i> -Reihenentwicklung und die zweidimensionale Überlagerung der Bewegungsfunktionen – schleifenlose Bewegungsform, Kennzeichnung der zur Effizienzberechnung relevanten Ausdehnungen	65
Abb. 38:	3D-Darstellung der Effizienz als Funktion der relativen Wurfzeit und des Wurfwinkels nach dem Berechnungsmodell der VDI 2333, Korrekturfaktoren bleiben unberücksichtigt.....	68
Abb. 39:	Versuchsaufbau zur Bestimmung der Bewegungsform mittels Lasertriangulation (links); Aufzeichnung der Reaktion des Fördergutes (rechts)	69
Abb. 40:	Versuchsaufbau und Anordnung der Sensorik, Kennzeichnung der Sensoren (links)Beispielmessung: ausgewählte Sensorsignale vom Förderorgan, Überlagerung der Sensorsignale auf zeitlich gleicher Basis, Kennzeichnung relevanter Größen (rechts)	70
Abb. 41:	Versuchsaufbau zur Bestimmung der Bewegungsform mittels Lasertriangulation (links); Aufzeichnung der Reaktion des Fördergutes (rechts)	71
Abb. 42:	Typen- und Betriebsbezeichnungsschema der für die experimentellen Untersuchungen ausgewählten Vibrationsförderer	72

Abb. 43:	VLF-E/1-28 (links); 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigen Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 27,5\text{Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)	73
Abb. 44:	VLF-E/1-28 mit Lasertriangulationssensoren (links); 2D-Bewegungsform höherer Ordnung bei rechteckförmigem Erregerstrom, knapp überkritischer Betrieb $f_B = 28,5\text{Hz}$, Gleitförderung (rechts).....	74
Abb. 45:	VLF-E/2-38; 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigem Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 37,5\text{Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)	74
Abb. 46:	VLF-E/3-100; 2D-Bewegungsform 1. Ordnung bei sinusförmigem Erregerstrom, knapp unterkritischer Betrieb $f_B = 100\text{Hz}$, Kennzeichnung des Gleitförderbereiches $\Gamma \leq 1$ (rechts)	74
Abb. 47:	Untersuchungsobjekt VLF-PM; Vibrationsförderer mit pneumatischem Linearantrieb, speziell pneumatische Muskeln (links); Prinzipskizze zum Aufbau und zur Wirkungsweise (rechts)	75
Abb. 48:	Untersuchungsobjekt VLF-PM; asynchroner arbeitender Förderer (links); 2D-Bewegungsform höherer Ordnung wird erst durch Betrachtung der einzelnen Bewegungskomponenten sichtbar (rechts).....	75
Abb. 49:	Beispielhaft ausgewähltes Weg-Zeit-Verhalten des VLF-PM, nichtharmonische Bewegung des Förderorgans führt zu einer gerichteten Bewegung des Fördergutes	76
Abb. 50:	Messsignale x_1, x_2, x_3 mit individueller Phasenlage (links); Messsignale mit gleicher Phasenlage, Mittelwertbildung der Amplitudenkoeffizienten C_i (rechts)	77
Abb. 51:	Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)	78
Abb. 52:	Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts).....	78
Abb. 53:	Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes	79
Abb. 54:	Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)	79
Abb. 55:	Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)	80
Abb. 56:	Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts).....	81

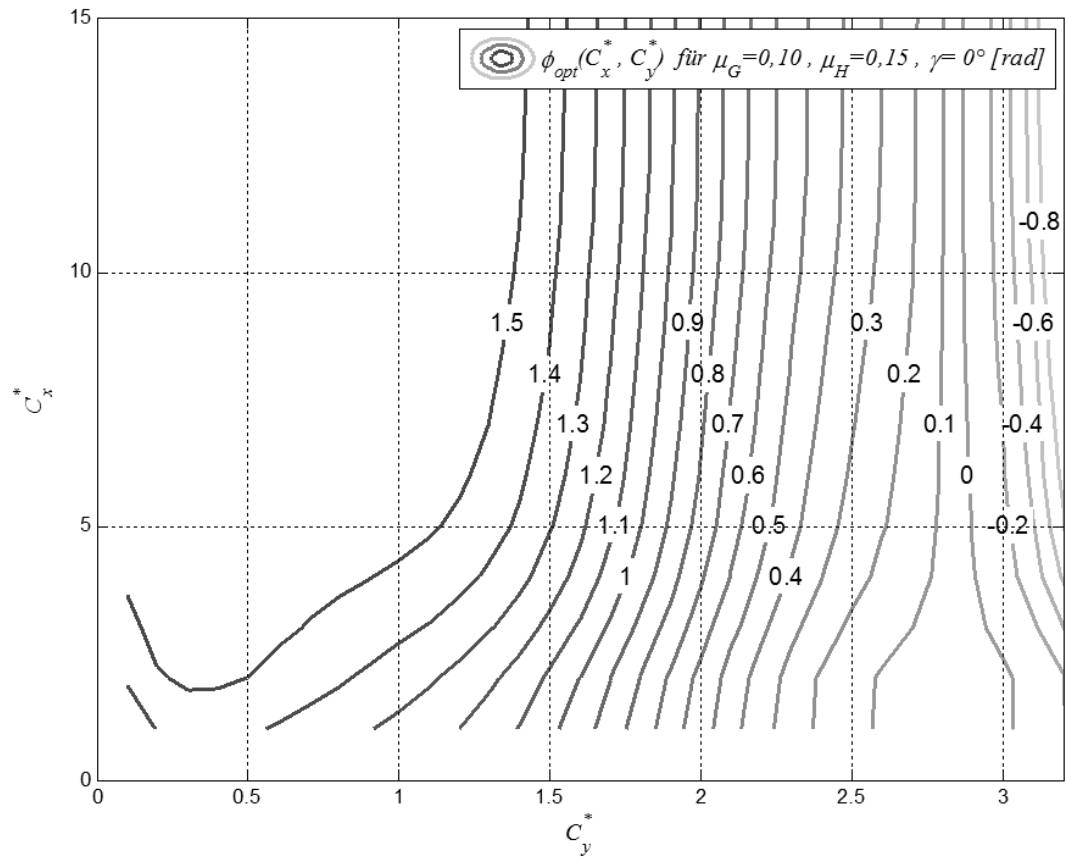
Abb. 57:	Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes	81
Abb. 58:	Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)	82
Abb. 59:	Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)	83
Abb. 60:	weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)	83
Abb. 61:	Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes	83
Abb. 62:	Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)	84
Abb. 63:	Anteile der Koeffizienten C_n zur Ausbildung der Bewegungsform (links); zugehörige Phasenlagen ϕ_n zur Rekonstruktion der aufgenommenen zweidimensionalen Bewegungsform (rechts)	85
Abb. 64:	Weitere zur Simulationsrechnung benötigte Eingabeparameter (links); Ergebnisse der Simulationsrechnung in der Übersicht (rechts)	85
Abb. 65:	Ergebnisse einer zeitdiskreten Simulationsrechnung, Bewegung des Fördergutes $\dot{p}(t)$ und Bewegung des Förderorgans bis zum Erreichen des stationären Zustandes	85
Abb. 66:	Vergleich zwischen berechneter und experimentell aufgezeichneter Fördergutbewegung (links); zugehörige Bewegungsform des Förderorgans und Betriebspunkt (rechts)	86
Abb. 67:	3D-Darstellung der prozentualen Abweichungen zwischen den berechneten Fördergeschwindigkeiten nach dem Modell der VDI-Richtlinie 2333 und dem entwickelten Berechnungsmodell (links); 2D-Kontur mit Kennzeichnung der Niveaulinien zur prozentualen Abweichung (rechts)	88
Abb. 68:	Zeitdiskreter Bewegungsverlauf nach dem VDI-Modell; sprunghafter Bewegungsverlauf durch Vernachlässigung der Gleitzustände am Modell; berechnete mittlere Fördergeschwindigkeit 15,8 m/min	89
Abb. 69:	Zeitdiskreter Bewegungsverlauf des Simulationsmodells; Bewegungsverlauf des Fördergutes ohne sprunghafte Übergänge; berechnete mittlere Fördergeschwindigkeit 13,2 m/min	89
Abb. 70:	3D-Darstellung der numerischen Berechnungsergebnisse – maximale Effizienzwerte in Abhängigkeit der dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten (links); Fördergeschw. und Ausdehnungskoeffizienten (rechts)	93

Abb. 71:	Relative Wurfzeit über den Ausdehnungskoeffizienten (links); Fehler-Werte über den Ausdehnungskoeffizienten als Stabilitätskriterium der numerisch berechneten Effizienzwerte (rechts)	94
Abb. 72:	Optimaler Phasenwinkel über den Ausdehnungskoeffizienten 3D-Darstellung (links); 2D-Ableitung des optimalen Phasenwinkels durch Konturlinien der numerischen Berechnungsergebnisse (rechts)	94
Abb. 73:	Abhängigkeit der Effizienz von der Phasenlage an drei ausgewählten Beispielen (links); Visualisierung der zugehörigen 2D-Bewegungsform zum optimalen Phasenwinkel (rechts)	95
Abb. 74:	Darstellung der prozentualen Abweichung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Gleitreibwerten als Ergebnisse der Serienrechnungen	96
Abb. 75:	Zeitdiskreter Vergleich der relativen Gutbewegung bei unterschiedlichen Gleitreibwerten	97
Abb. 76:	Darstellung der prozentualen Abweichung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Gleitreibwerten als Ergebnisse der Serienrechnungen	97
Abb. 77:	Differenzdarstellung der optimalen Phasenwinkel bei unterschiedlichen Reibwertpaarungen (links); detektierte Zonen der Haftzustände als Teil der stationären Lösung bei optimalen Phasenlagen (rechts)	98
Abb. 78:	Darstellung der maximalen Effizienzwerte bei unterschiedlichen Steigungswinkeln des Förderorgans, Einfluss des Pralldämpfungsfaktors $\mathcal{G}_p$; $\mathcal{G}_p = 0$ (links); $\mathcal{G}_p = 0,1$ (rechts).....	101
Abb. 79:	Qualitativer Vergleich der verschiedenen Berechnungsvorschriften anhand der eingeführten Effizienz E_x für $\phi_x = 0$; Vergleich zwischen VDI-Richtlinie und dem numerischen Modell (links); Vergleich zur analytischen Näherungsfunktion nach Gleichung (6.27) (rechts)	104
Abb. 80:	Qualitativer Vergleich der numerischen Simulationsergebnisse mit der entwickelten Näherungsfunktion zur Bestimmung der Fördergeschwindigkeit bzw. der Effizienz bei 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung; $\phi_x = 1,0$ (links); $\phi_x = 1,5$ (rechts)	104

Tabellenverzeichnis

Tab. 1:	Einteilung der Reibzustände bezüglich des Aggregatzustandes der beteiligten Medien nach [Pol82]	23
Tab. 2:	Prinzipielle Datenstruktur einer Serienrechnung, Eingabeparameter und Berechnungsergebnisse werden in einer Tabelle gespeichert.....	91
Tab. 3:	Ergebnisse des mehrstufigen Fittings der Funktionsterme h_i , Nachbildung der optimalen Phasenlage	100
Tab. 4:	Belegung der freien Parameter zur Spezifikation der analytischen Näherungsfunktion; Beschreibung der maximalen Effizienzwerte als Funktion des dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten C_y^*	103

Anlage 1: Optimaler Phasenwinkel ϕ_x für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung bei ausgewählten Reibkoeffizienten für nicht geneigte Förderorgane



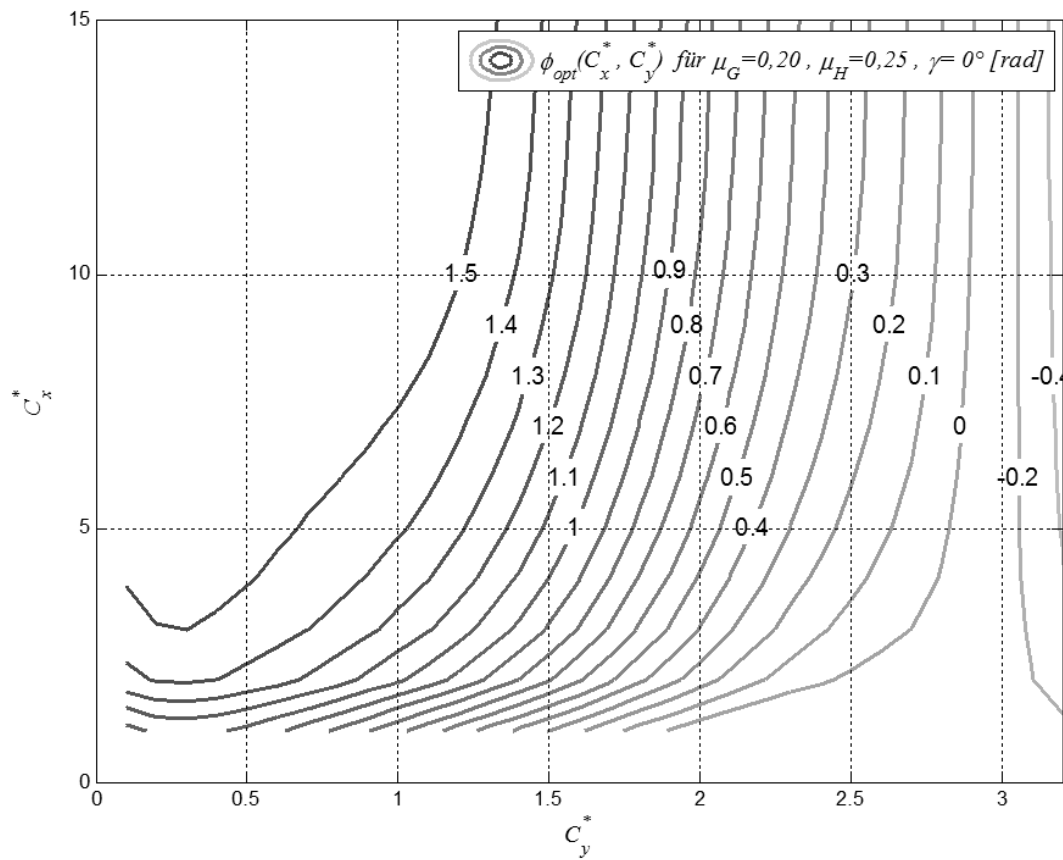
Anlage 1 / Abb. 1: Konturlinien - optimaler Phasenwinkel für den Reibwert (siehe Abbildung selbst)

Anlage 1 / Tab. 1: Ergebnis des Fittings nach Abschnitt 6.3.3 – Koeffizienten des Polynoms der Konturlinien

z(1)	z(2)	z(3)	z(4)	z(5)	z(6)	z(7)	z(8)
1,108716	0,421342	-1,082144	7,279464	0,178972	-2,731982	5,535885	-3,980251

z(9)	z(10)	z(11)	z(12)	z(13)	z(14)	z(15)	z(16)
1,179059	-0,085525	-0,011433	-0,000552	7,319813	0,531822	-0,011772	-0,006408

z(17)	z(18)	z(19)	z(20)	z(21)	z(22)	z(23)	Residuum
0,000609	-0,000016	2,555449	-5,332403	4,114807	-1,435189	0,188829	0,869892



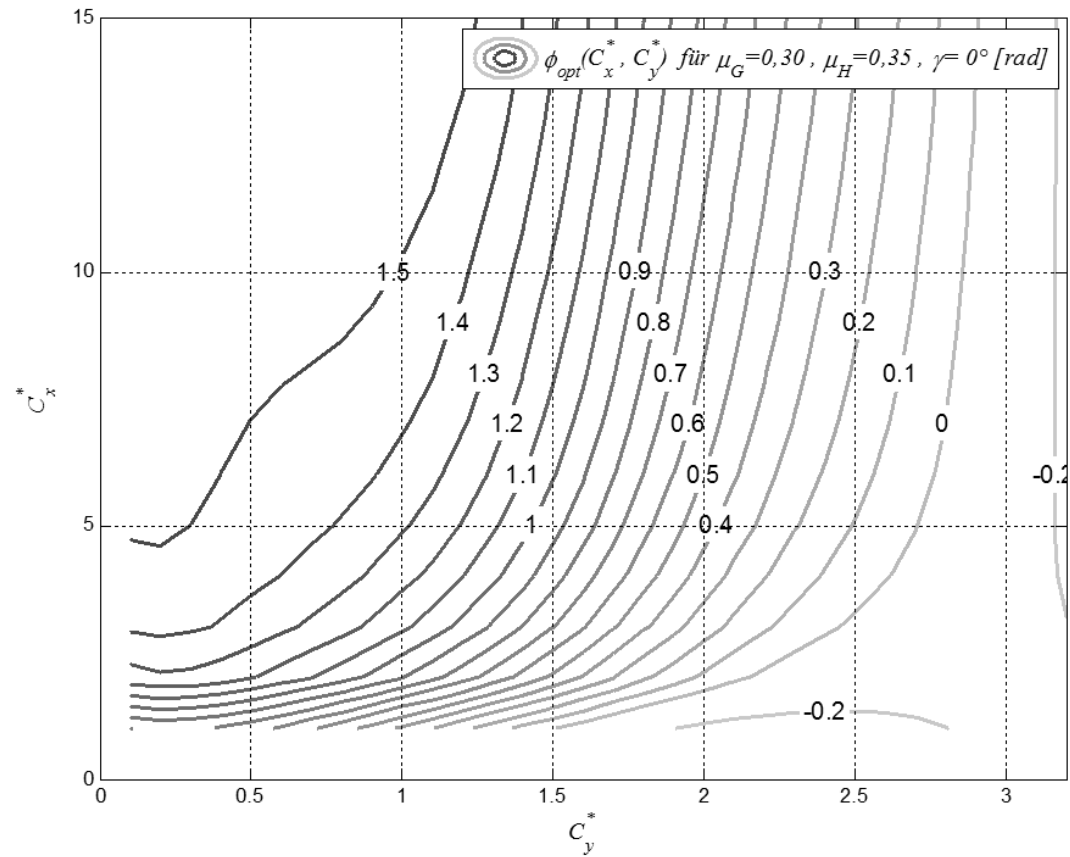
Anlage 1 / Abb. 2: Konturlinien - optimaler Phasenwinkel für den Reibwert (siehe Abbildung selbst)

Anlage 1 / Tab. 2: Ergebnis des Fittings nach Abschnitt 6.3.3 – Koeffizienten des Polynoms der Konturlinien

z(1)	z(2)	z(3)	z(4)	z(5)	z(6)	z(7)	z(8)
2,796880	4,428296	-0,010516	-2,885076	1,069051	-0,182365	-0,299281	1,991450

z(9)	z(10)	z(11)	z(12)	z(13)	z(14)	z(15)	z(16)
-2,248395	0,999354	-0,195006	0,013612	2,308600	-0,398186	0,058733	-0,006824

z(17)	z(18)	z(19)	z(20)	z(21)	z(22)	z(23)	Residuum
0,000435	-0,000011	0,861475	-1,951641	1,225547	-0,315337	0,030471	0,686519



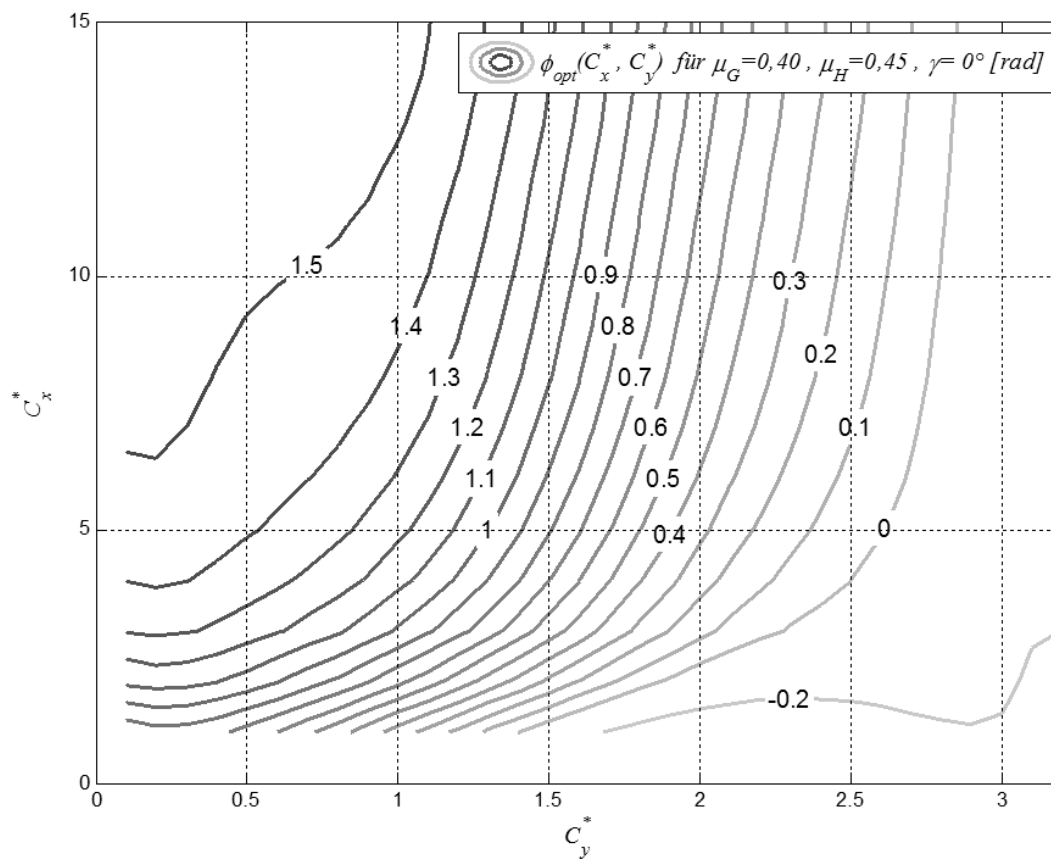
Anlage 1 / Abb. 3: Konturlinien - optimaler Phasenwinkel für den Reibwert (siehe Abbildung selbst)

Anlage 1 / Tab. 3: Ergebnis des Fittings nach Abschnitt 6.3.3 – Koeffizienten des Polynoms der Konturlinien

z(1)	z(2)	z(3)	z(4)	z(5)	z(6)	z(7)	z(8)
1,562262	1,215058	-0,758845	0,723848	0,512665	0,088181	-0,622326	1,359619

z(9)	z(10)	z(11)	z(12)	z(13)	z(14)	z(15)	z(16)
-1,386327	0,661946	-0,148828	0,012809	2,058954	-0,545910	0,051885	-0,001988

z(17)	z(18)	z(19)	z(20)	z(21)	z(22)	z(23)	Residuum
-0,000033	0,000003	0,655426	-1,679802	1,109237	-0,292664	0,028134	0,414414



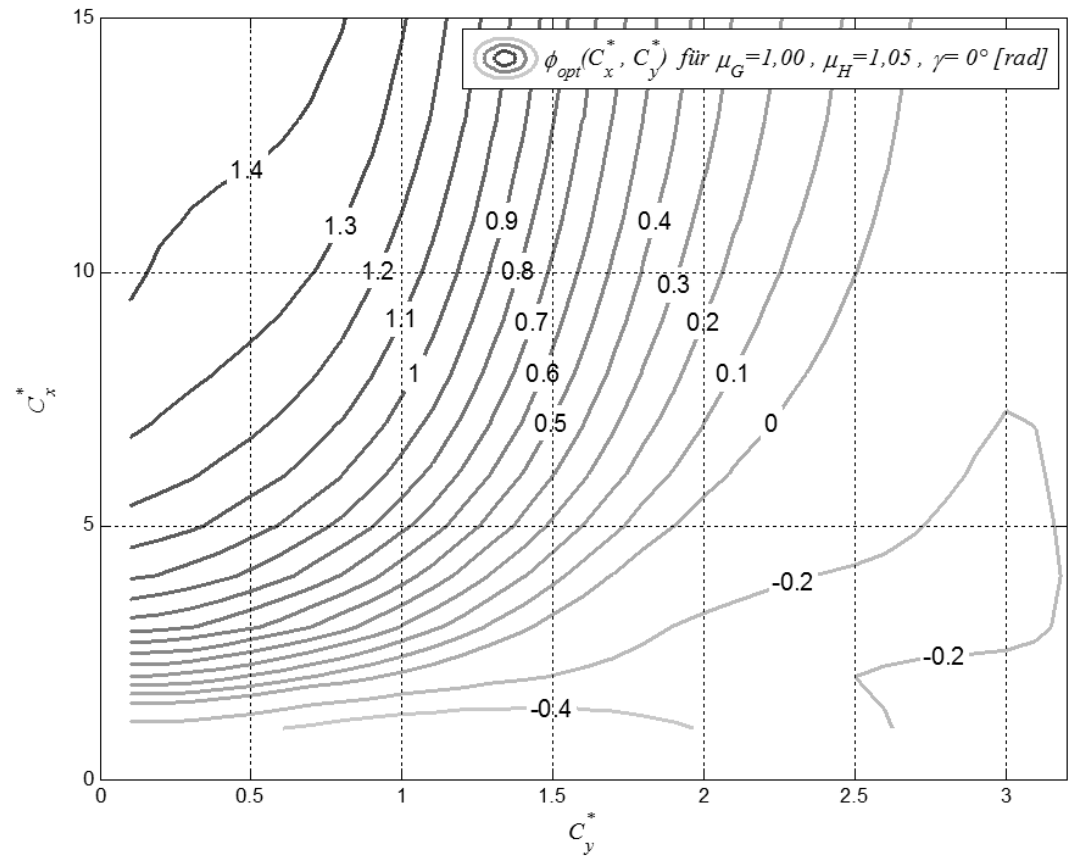
Anlage 1 / Abb. 4: Konturlinien - optimaler Phasenwinkel für den Reibwert (siehe Abbildung selbst)

Anlage 1 / Tab. 4: Ergebnis des Fittings nach Abschnitt 6.3.3 – Koeffizienten des Polynoms der Konturlinien

z(1)	z(2)	z(3)	z(4)	z(5)	z(6)	z(7)	z(8)
1,083095	0,642248	-0,813514	1,805809	0,459778	-0,837197	1,739858	0,069443

z(9)	z(10)	z(11)	z(12)	z(13)	z(14)	z(15)	z(16)
-1,264262	0,752612	-0,179505	0,016006	2,405611	1,010809	-0,230405	0,024982

z(17)	z(18)	z(19)	z(20)	z(21)	z(22)	z(23)	Residuum
-0,001326	0,000028	0,795507	-2,048796	1,233991	-0,269916	0,018437	0,307116



Anlage 1 / Abb. 5: Konturlinien - optimaler Phasenwinkel für den Reibwert (siehe Abbildung selbst)

Anlage 1 / Tab. 5: Ergebnis des Fittings nach Abschnitt 6.3.3 – Koeffizienten des Polynoms der Konturlinien

z(1)	z(2)	z(3)	z(4)	z(5)	z(6)	z(7)	z(8)
2,415076	0,598128	-0,995029	0,206370	0,410422	0,327213	-1,955409	1,678202

z(9)	z(10)	z(11)	z(12)	z(13)	z(14)	z(15)	z(16)
-0,865367	0,350024	-0,088208	0,009129	2,786342	-1,958315	0,304724	-0,025778

z(17)	z(18)	z(19)	z(20)	z(21)	z(22)	z(23)	Residuum
0,001116	-0,000019	0,531525	-2,577649	2,007063	-0,584920	0,059729	0,447989

Anlage 2: Beispiel zur Berechnung und Optimierung eines Vibrationsförderers

Gegeben sei ein Vibrationsförderer mit folgendem Betriebspunkt:

$f_B = 50 \text{ Hz}$	...Betriebsfrequenz
$\beta = 20,13^\circ$	...Wurfwinkel (Anstellwinkel der Blattfedern)
$C_{y_1} = 0,15 \text{ mm}$	...Bewegungsamplitude in vertikaler Richtung
$C_{x_1} = 0,41 \text{ mm}$	...Bewegungsamplitude in horizontaler Richtung
$\phi_x = 0$	...Phasenlage (geschlossene, lineare Bahnkurve)
$\mu_G = 0,4$	...Gleitreibungswert zwischen Fördergut und Förderorgan

Aus den dimensionsbehafteten Kenngrößen des Betriebspunktes ergeben sich die dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten mit:

$$C_y^* = \frac{C_{y_1} \cdot 4\pi^2 f_B^2}{g}$$

$$\underline{\underline{C_y^* = 1,51}}$$

$$C_x^* = \frac{C_{x_1} \cdot 4\pi^2 f_B^2}{g}$$

$$\underline{\underline{C_x^* = 4,12}}$$

Für diese dimensionslosen Ausdehnungskoeffizienten C_x^* und C_y^* existiert in Abhängigkeit des Gleitreibungswertes μ_G ein optimaler Phasenwinkel ϕ_{opt} , welcher entweder aus Anlage 1 grafisch bestimmt, oder mittels des Zusammenhangs nach Gleichung (6.23) näherungsweise berechnet werden kann.

$$\phi_{opt} \approx \left(-5,5 \arctan(5 - \mu_G - 2,63 C_y^*) - 2,29 \mu_G - 10,39 \right) \cdot \left(-0,06 \arctan \left((3 - C_y^*) \frac{1}{9 \mu_G} C_x^* - 0,31 C_y^* \right) \right)$$

$$\underline{\underline{\phi_{opt} \approx 0,77}}$$

Da der dimensionslose vertikale Ausdehnungskoeffizient C_y^* größer als 1 ist, handelt es sich um das Wurfprinzip. Die in diesem Bewegungszustand maximal mögliche Effizienz $E_{x\max}$ berechnet sich folglich nach Gleichung (6.25) und Tab. 4 mit:

$$E_{x\max}^{(WB)} \approx 0,3267 \cdot \arctan(2,5790 \cdot C_y^* - 2,8066) + 1,1206$$

$$\underline{\underline{E_{x\max} \approx 1,39}}$$

Bei einem vorhandenen Phasenwinkel von $\phi_x = 0$ kann nun die Effizienz des Betriebspunktes nach Gleichung (6.28) berechnet werden mit:

$$E_x \approx 1,39 \cdot \cos(0 - 0,77)$$

$$\underline{\underline{E_x(\phi = 0) \approx 1,00}}$$

Anhand der Betriebsfrequenz f_B und der horizontalen Ausdehnungsamplitude der Bewegungsform C_{x1} kann der dimensionslose Effizienzwert E_x zur mittleren Fördergeschwindigkeit v_F transformiert werden mit:

$$v_F = E_x \cdot 4 \cdot C_{x1} \cdot f_B$$

$$\underline{\underline{v_F = 4,91 \frac{m}{min}}}$$

Die numerische Simulationsrechnung liefert zum Vergleich das Ergebnis:

$$v_{F_Sim} = 5,07 \frac{m}{min}$$

Nach dem Berechnungsmodell der VDI-Richtlinie 2333 erhält man:

$$v_{F_VDI} = 5,24 \frac{m}{min}$$

Alle drei Modelle liefern im gewählten Betriebspunkt ähnliche Berechnungsergebnisse. Die Anwendung des entwickelten Berechnungsmodells (bzw. der Näherungsfunktion zur Abbildung der numerischen Ergebnisse) gibt jedoch sofort Aufschluss darüber, dass die maximal mögliche Effizienz für die Ausdehnung der Bewegungsform noch nicht erreicht ist.

$$E_{x\max} > E_x$$

Eine technische Realisierung des optimalen Phasenwinkels von $\phi_{opt} \approx 0,77$ würde eine Steigerung der Fördergeschwindigkeit von ca. 39% ergeben. Wird die berechnete Fördergeschwindigkeit vom Entwickler als für den Anwendungsfall „ausreichend“ eingestuft, ergibt sich sofort ein weiterer Ansatz zur Optimierung des geplanten Vibrationsfördersystems.

Eine Effizienz von $E_x = 1,00$, also die gleiche Fördergeschwindigkeit bei gleicher Ausdehnung der Bewegungsform, lässt sich auch durch das Prinzip der Gleitförderung erreichen, d. h:

$$C_y^* \leq 1$$

Die Vorteile dieses Vibrationsförderprinzips wurden in der vorliegenden Arbeit bereits erläutert. In diesem Betriebspunkt kann theoretisch eine maximale Effizienz von:

$$E_{x_{\max}}^{(GB)}(C_y^*) \approx 1,1024 \cdot \arctan(1,4042 \cdot C_y^*)$$

$$\underline{\underline{E_{x_{\max}}^{(GB)}(C_y^* = 1) \approx 1,05}}$$

erreicht werden, wenn ein Phasenwinkel von:

$$\phi_{opt} \approx \left(-5,5 \arctan(5 - \mu_G - 2,63C_y^*) - 2,29\mu_G - 10,39 \right) \cdot \left(-0,06 \arctan \left((3 - C_y^*) \frac{1}{9\mu_G} C_x^* - 0,31C_y^* \right) \right)$$

$$\underline{\underline{\phi_x = \phi_{opt} \approx 1,15}}$$

eingestellt wird. Aus diesem Betriebspunkt ergibt sich ein theoretische Fördergeschwindigkeit von:

$$\underline{\underline{v_F = 5,15 \frac{m}{min}}}$$

In diesem Betriebspunkt wird theoretisch sogar eine geringfügig höhere Fördergeschwindigkeit erreicht wie im Ausgangsbetriebspunkt, wobei das Vibrationsfördersystem gleichzeitig vom Wurfprinzip auf das Gleitprinzip umgestellt wird. Zusätzlich wird die vertikale Bewegungsamplitude des Förderorgans verringert, was zu einer Minderung der dynamischen Kräfte des Systems und schließlich zu einer Erhöhung der Lebensdauer führen kann.

Anlage 3: Vorstellung des entwickelten Berechnungsprogramms „VibraSpeed2D“

Auf Grundlage der in Abschnitt 6.4 abgeleiteten Berechnungsvorschrift zur Abschätzung der Fördergeschwindigkeit bei 2D-Bewegungsformen wurde die MS Windows-Anwendung „VibraSpeed2D 1.0“ entwickelt. Diese Software dient vorerst der Veranschaulichung der Ergebnisse dieser Arbeit, bietet jedoch weiterführend die Möglichkeit, von Anwendern als praktikables Berechnungsprogramm eingesetzt zu werden.

Die Anwendbarkeit des Programms „VibraSpeed2D“ unterliegt in der Version 1.0 vorerst folgenden Beschränkungen:

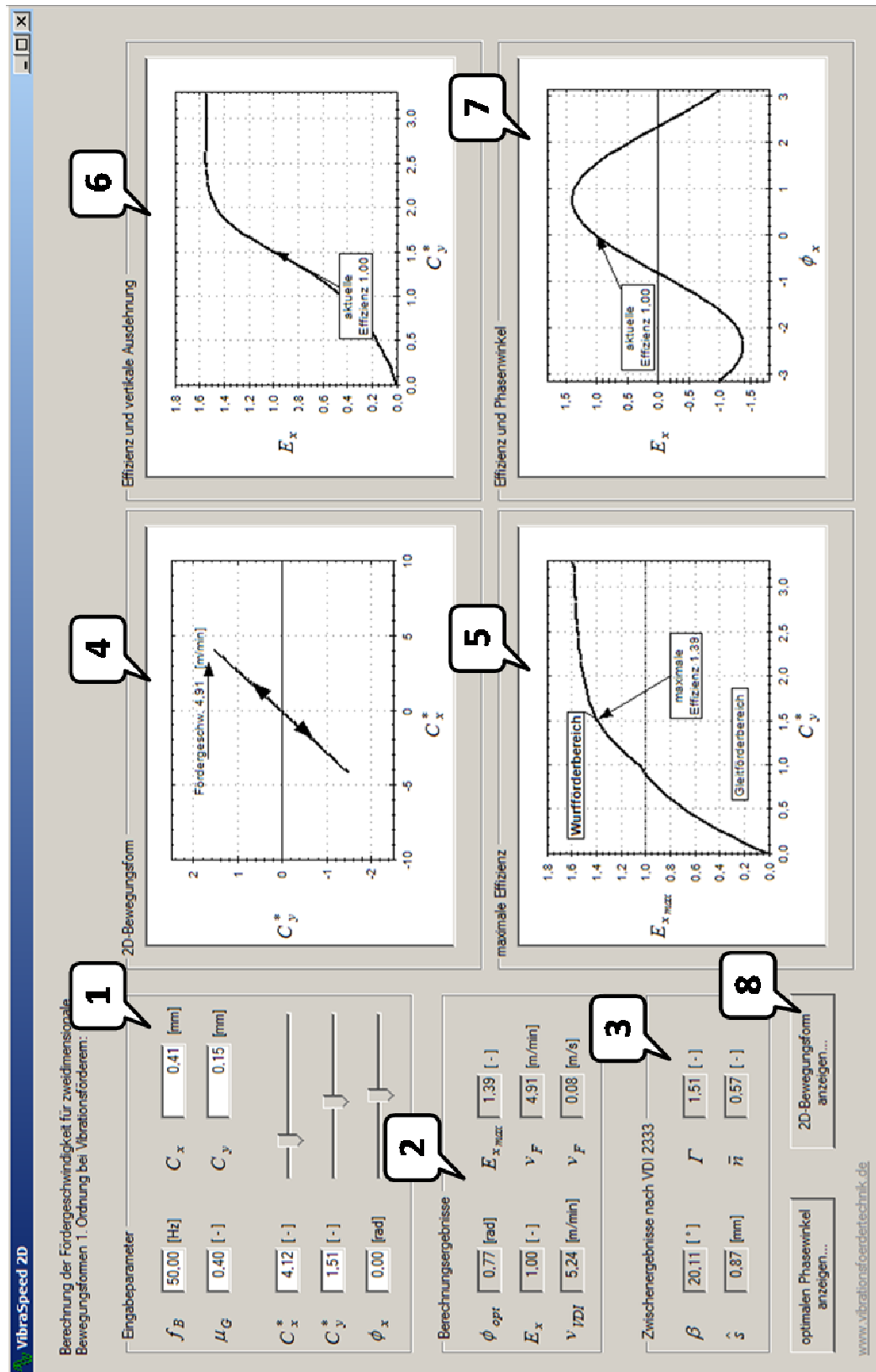
- 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung
- nicht geneigte Förderorgane (keine Vibrationswendelförderer)
- Wurfphasen des Gutes liegen innerhalb einer Bewegungsperiode oder $0 \leq C_y^* \leq 3.3$
- Ausdehnung der 2D-Bewegungsform in horizontaler Richtung entspricht $0 \leq C_x^* \leq 20$

Anlage 3 / Abb. 1 zeigt als Übersicht einen Screenshot der dem Anwender zur Verfügung gestellten grafischen Benutzeroberfläche mit einer Kennzeichnung der relevanten Bedienelemente (1-8). Die Benutzeroberfläche enthält neben Ein- und Ausgabefeldern (1-3) auch Diagrammdarstellungen (4-7) sowie zwei Schaltflächen (8).

Die Eingabefelder sind zusätzlich an Schieberegler (Anlage 3 / Abb. 2) gekoppelt, um dem Anwender eine komfortable Variation Eingabeparameter zu ermöglichen. Die Berechnung der Ausgaben (2 und 3) bzw. die Aktualisierung der Grafiken (4-7) erfolgt dabei in Echtzeit, d. h. sofort nach dem ein Eingabefeld den Fokus verliert oder einer der Schieberegler verändert wird.

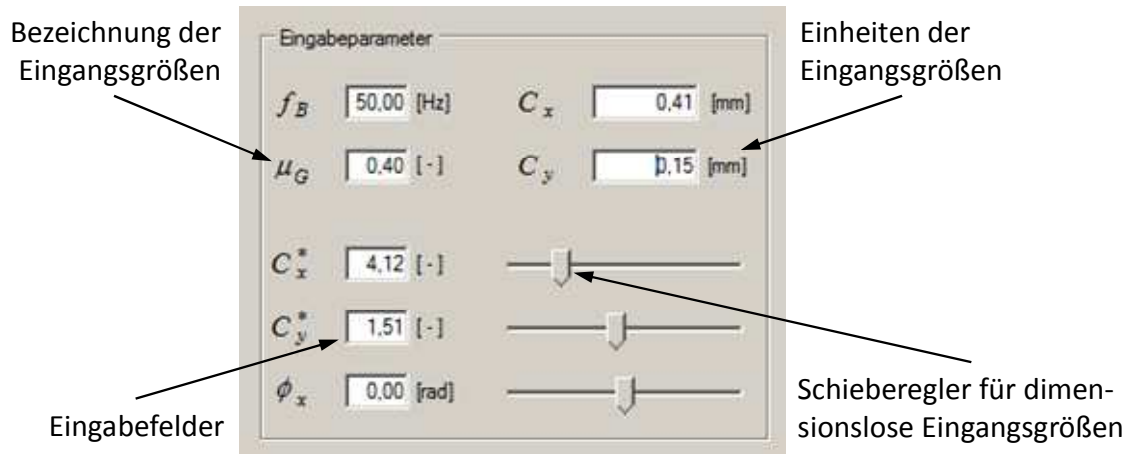
Als Bezeichner werden generell die in dieser Arbeit definierten Größen verwendet. Neben den Berechnungsergebnissen des entwickelten Modells werden ebenfalls die Ergebnisse des Modells nach der VDI-Richtlinie 2333 (Anlage 3 / Abb. 3) sowie relevante Zwischenergebnisse (Anlage 3 / Abb. 4) ausgegeben. Dies ermöglicht den direkten Vergleich beider Modelle für 2D-Bewegungsformen 1. Ordnung mit einem Phasenwinkel von $\phi_x = 0$. Für von Null abweichende Phasenwinkel sowie für wurffreie Bewegungsformen wird für die Fördergeschwindigkeit nach dem Modell der VDI 2333 vom Programm ein „ $v_{VDI} = n.def.$ “ ausgegeben, da diese nach Abschnitt 2.3.1 für diese Zustände nicht definiert ist.

Das Programm stellt neben den Echtzeitdiagrammen zusätzlich zwei erweiterte Grafikausgaben bereit, die durch die Schaltflächen (Anlage 3 / Abb. 9) aufgerufen werden können. Die Schaltflächen öffnen jeweils ein neues Grafikfenster analog zu Anlage 3 / Abb. 10 und Anlage 3 / Abb. 11 und ermöglichen dem Benutzer einen Zugriff auf erweiterte Druckoptionen dieser Darstellungen.



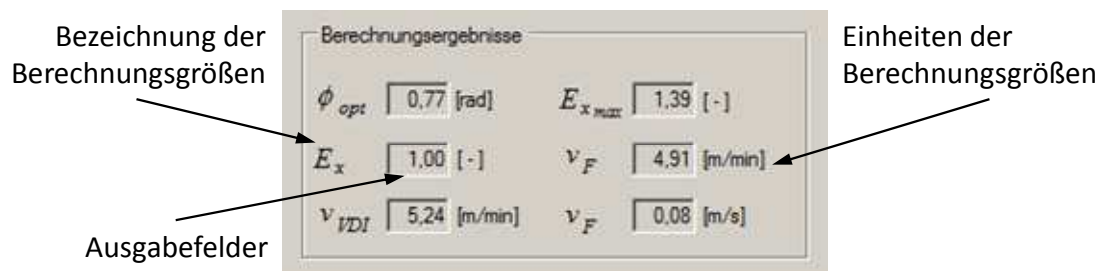
Anlage 3 / Abb. 1: Screenshot des entwickelten Berechnungsprogramms „VibraSpeed2D 1.0“

1



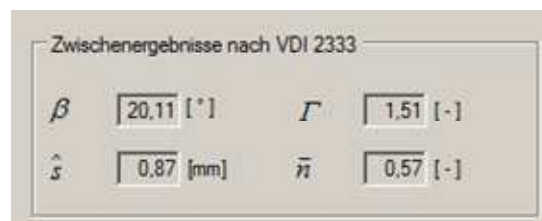
Anlage 3 / Abb. 2: Eingabemaske des entwickelten Berechnungsprogramms „VibraSpeed2D 1.0“

2



Anlage 3 / Abb. 3: Ausgabemaske der Berechnungsergebnisse

3

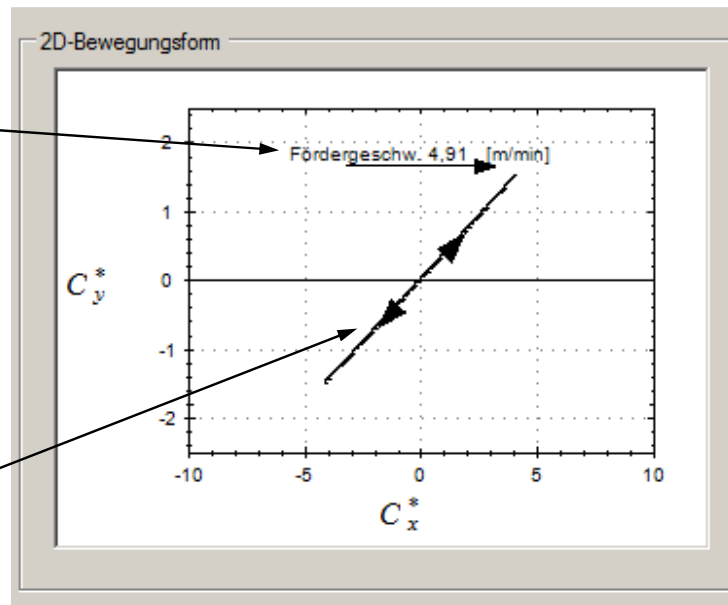


Anlage 3 / Abb. 4: Ausgabemaske der Zwischenergebnisse nach VDI 2333 (Stand der Technik)

4

Betrag und Richtung
der berechneten
Fördergutbewegung

Bewegungsform und
Umlaufrichtung



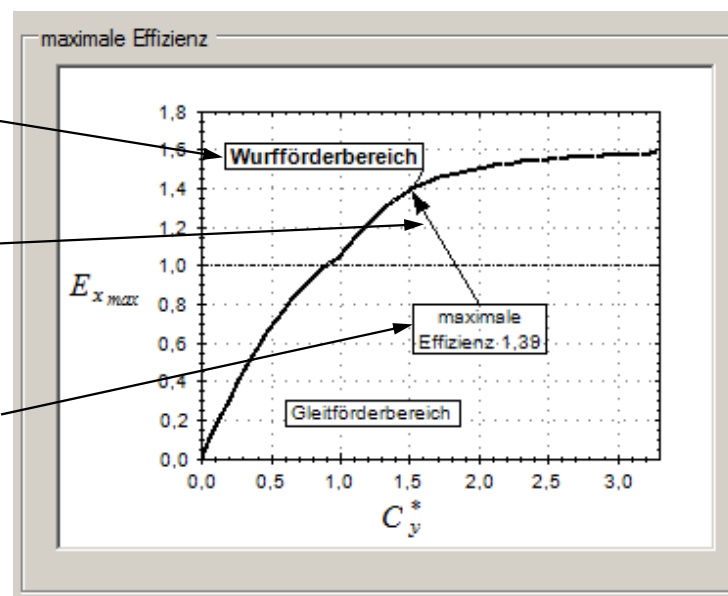
Anlage 3 / Abb. 5: Anzeigefeld der aktuellen zweidimensionalen Bewegungsform

5

Kennzeichnung des
aktuellen Förderprinzips

Zeiger des aktuellen
Arbeitspunktes

Maximale Effizienz
des aktuellen Arbeitspunktes

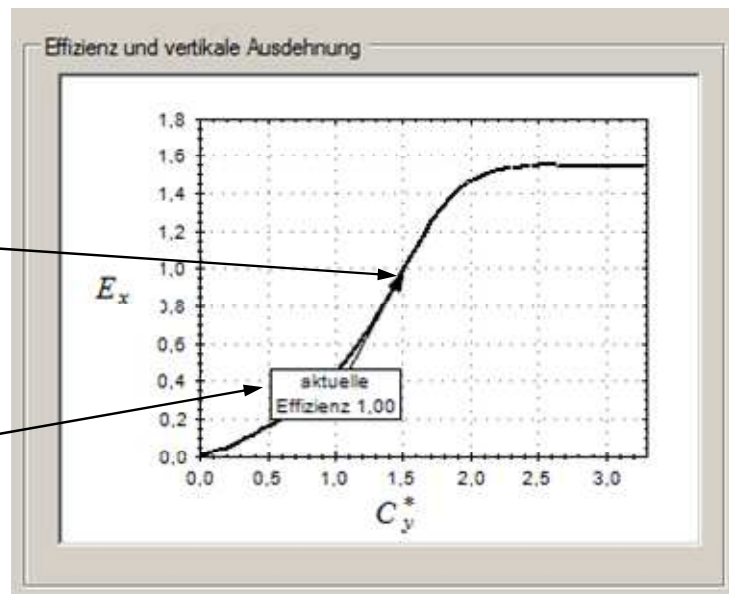


Anlage 3 / Abb. 6: Anzeigefeld der maximal möglichen Effizienz bei aktueller Ausdehnung in x- Richtung

6

Zeiger des aktuellen
Arbeitspunktes

Effizienz des aktuellen
Arbeitspunktes

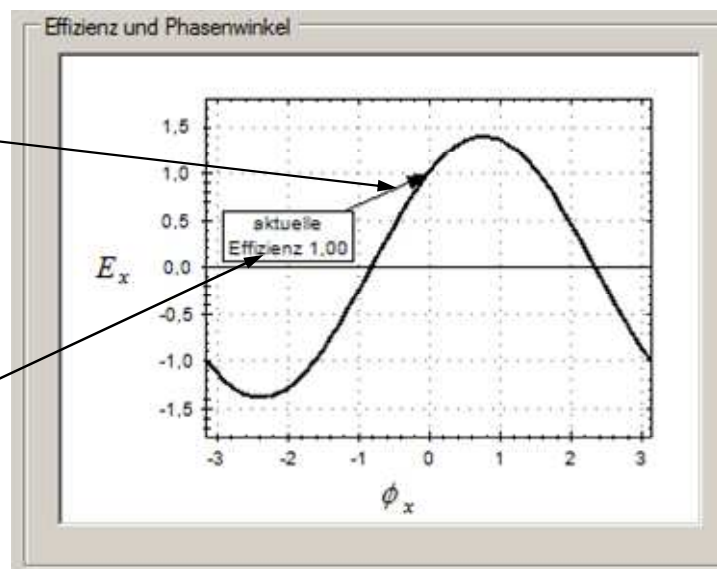


Anlage 3 / Abb. 7: Anzeigefeld zur Entwicklung der Effizienz bei Steigerung der y-Ausdehnung

7

Zeiger des aktuellen
Arbeitspunktes

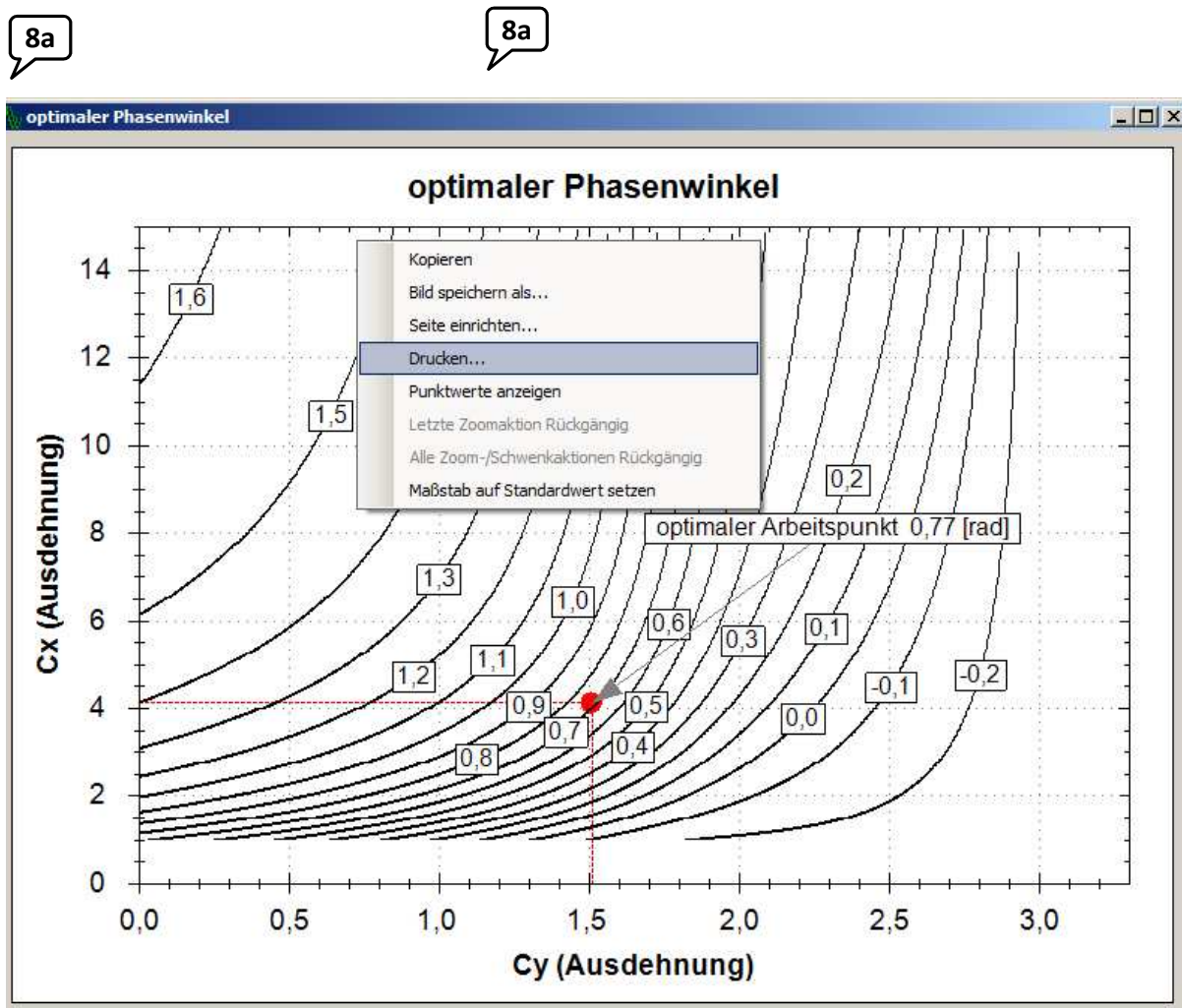
Effizienz des aktuellen
Arbeitspunktes



Anlage 3 / Abb. 8: Anzeigefeld zur Entwicklung der Effizienz bei Änderung des Phasenwinkels

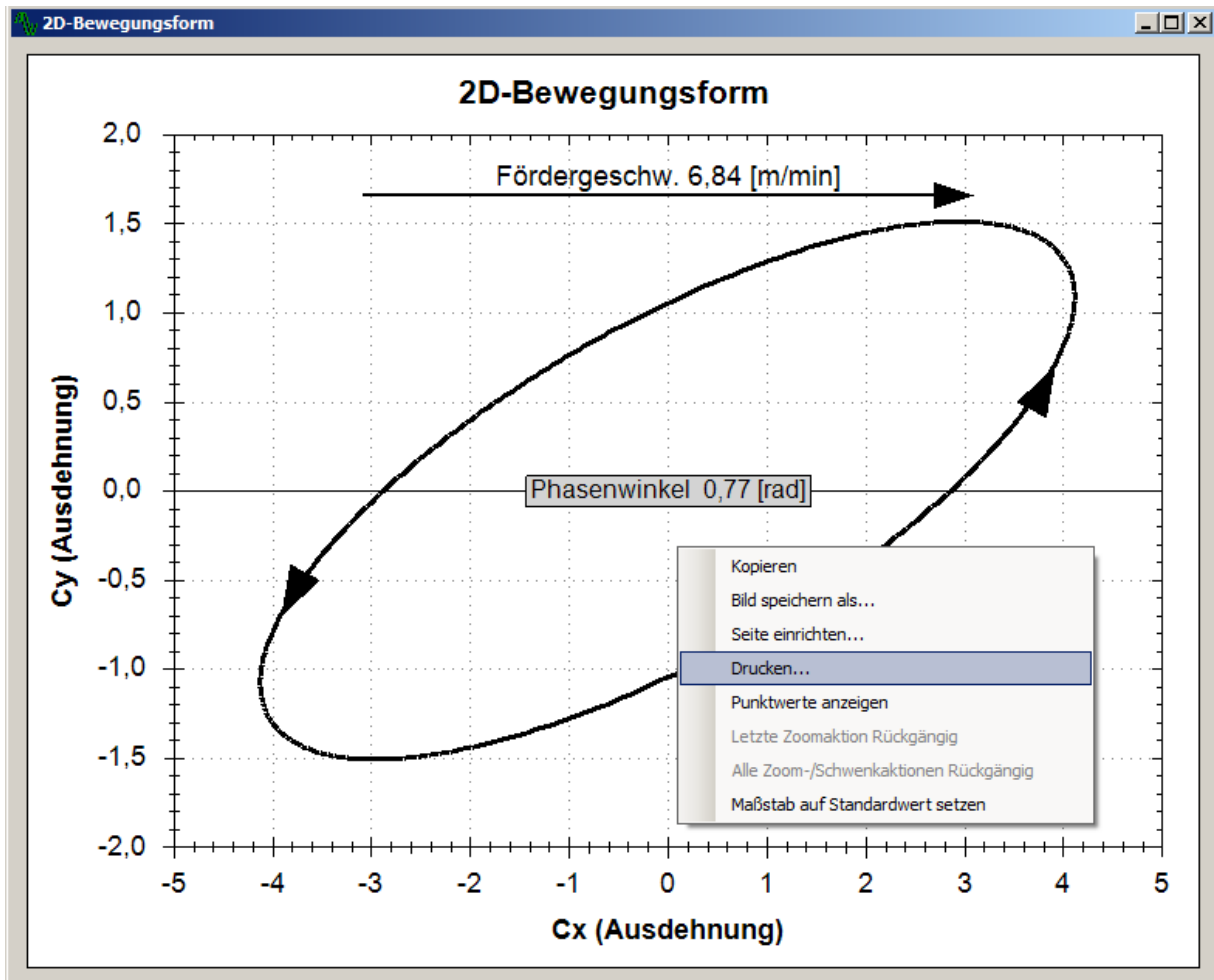


Anlage 3 / Abb. 9: Schaltflächen zum Aufruf der erweiterten Grafikausgaben (Druckbilder)



Anlage 3 / Abb. 10: Optimaler Phasenwinkel in Abhängigkeit der 2D-Ausdehnung als Übersicht (Druckbild)

8b



Anlage 3 / Abb. 11: Aktuelle 2D-Bewegungsform als Übersicht (Druckbild)

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Thomas Risch
Geburtsdatum: 04. November 1979
Geburtsort: Karl-Marx-Stadt
Familienstand: ledig
Staatsangehörigkeit: deutsch

Schulausbildung

09/1986 - 07/1992 Juri-Gagarin-Oberschule in Karl-Marx-Stadt
09/1992 - 07/1997 Carl-Friedrich-Gauß-Gymnasium in Chemnitz
09/1997 - 06/1998 Johann-Wolfgang-von-Goethe-Gymnasium in Chemnitz
Schulabschluss: Abitur

Studium

09/1999 - 03/2005 Studiengang: Maschinenbau an der TU Chemnitz
Hauptfach: Konstruktion im allgemeinen Maschinenbau
Nebenfach: Angewandte Technische Mechanik
Abschluss: Diplom
Auszeichnung: Universitätspreis 2005

Praktische Tätigkeit

08/2001 - 10/2001 Grundpraktikum an der TU Chemnitz und im KVB Chemnitz
10/2001 - 06/2002 wiss. Hilfskraft an der Professur für Fördertechnik (TU Chemnitz)
10/2002 - 03/2003 Ingenieurpraktikum bei FlexLink Systems AB in Göteborg (Schweden)
04/2005 - 05/2005 wiss. Hilfskraft an der Professur für Fördertechnik (TU Chemnitz)
05/2005 - wiss. Mitarbeiter an der Professur für Fördertechnik (TU Chemnitz)