

Christian Weber

Entwicklung eines Verfahrens zur Anhaftungserkennung und Trennung von Einflussgrößen bei kapazitiven Näherungsschaltern mit Hilfe der Impedanzspektroskopie

Wissenschaftliche Schriftenreihe

Scientific Reports on Measurement and Sensor Technology

Band 7

Prof. Dr.-Ing. Olfa Kanoun (Herausgeber)

Christian Weber

**Entwicklung eines Verfahrens zur
Anhaftungserkennung und Trennung von
Einflussgrößen bei kapazitiven
Näherungsschaltern mit Hilfe der
Impedanzspektroskopie**



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

**Universitätsverlag Chemnitz
2018**

Impressum

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://www.dnb.de> abrufbar.

Titelgrafik: Chemnitz School of Metrology
Satz/Layout: Christian Weber

Technische Universität Chemnitz/Universitätsbibliothek
Universitätsverlag Chemnitz
09107 Chemnitz
<https://www.tu-chemnitz.de/ub/univerlag>

readbox unipress
in der readbox publishing GmbH
Am Hawerkamp 31
48155 Münster
<http://unipress.readbox.net>

ISSN 2509-5102 print - ISSN 2509-5110 online

ISBN 978-3-96100-056-2

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-234856>



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Entwicklung eines Verfahrens zur Anhaftungserkennung und Trennung von Einflussgrößen bei kapazitiven Näherungsschaltern mit Hilfe der Impedanzspektroskopie

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der
Technischen Universität Chemnitz

genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt

von M.Sc. Christian Weber
geboren am 23.6.1987 in Neuwied

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Olfa Kanoun

Prof. Dr. Uwe Hampel

Tag der Einreichung: 17.11.2017

Tag der Verteidigung: 20.6.2018

Bibliographische Beschreibung

Weber, Christian

Entwicklung eines Verfahrens zur Anhaftungserkennung und Trennung von Einflussgrößen bei kapazitiven Näherungsschaltern mit Hilfe der Impedanzspektroskopie

Dissertation an der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der technischen Universität Chemnitz, 2018

240 Seiten, 74 Abbildungen, 34 Tabellen, 125 Literaturstellen

Development of a Technique to Detect Conductive Soiling During Operation of Capacitive Proximity Switches Using Impedance Spectroscopy

PhD Thesis, Faculty of Electrical Engineering and Information Technology, Technical University of Chemnitz

240 pages, 74 figures, 34 tables, 125 quotations

Schlagworte

Kapazitive Sensorik, Näherungsschalter, Grenzstand, Impedanzspektroskopie, Analytische Modellierung, FE-Modellierung, Verhaltensmodell

Keywords

Capacitive Sensors, Proximity Switches, Impedance Spectroscopy, Analytical Modelling, FE Modelling, Behavioural Model

Kurzfassung

Kapazitive Sensoren, insbesondere kapazitive Näherungsschalter, werden aufgrund ihrer Fähigkeit nahezu beliebige Materialien detektieren zu können bereits seit vielen Jahrzehnten in unterschiedlichsten Applikationen der industriellen Messtechnik eingesetzt. Aufgrund ihrer kompakten Bauform, ihrer hohen Robustheit und ihres vergleichsweise günstigen Preises werden diese Sensoren auch heute noch in vielen Anwendungen eingesetzt. Wegen ihrer hohen Empfindlichkeit auf jegliche Änderung der elektrischen Eigenschaften in der Umgebung der Messelektrode werden kapazitive Näherungsschalter bei der berührungslosen Erkennung von Grenzständen eingesetzt, wobei der Sensor an der Außenseite eines nicht-leitenden Behälters angebracht ist. In den letzten Jahren sind die Anforderungen an die Sensorik immer weiter gestiegen. Statt einfacher Näherungsschalter, die ein binäres Schaltsignal ausgeben, werden heute zunehmend Sensoren gefordert, die ähnlich kompakt sind und die Sensorkapazität als Prozesswert ausgeben. Dadurch können potenziell neue Anwendungsfelder erschlossen werden. Insbesondere bei der Erkennung hoch-leitfähiger Medien sind Anhaftungen, die sich im Bereich der Messelektrode auf der Behälterinnenseite absetzen, problematisch. Die von den Sensoren gemessene Kapazität ist für das Vorhandensein einer leitfähigen Anhaftung und den tatsächlichen Vollzustand nahezu identisch, was zu Fehlauflösungen des Sensors führen kann. Es existieren bereits Ansätze leitfähige Anhaftungen auszublenken, wie beispielsweise die Verwendung kurzer Impulse als Anregungssignal. Allerdings sind die bei diesen Verfahren auftretenden großen Messfrequenzen ungünstig für das Sensorverhalten bezüglich der elektromagnetischen Verträglichkeit. Weiterhin können alternative Messprinzipien, wie beispielsweise Wirbelstromverfahren, verwendet werden. Bei diesen Verfahren ist jedoch die minimale Leitfähigkeit des Mediums, das detektiert werden kann, begrenzt. Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens zur Anhaftungserkennung bei kapazitiven Näherungsschaltern, das zusätzlich Informationen über das zu detektierende Medium liefert. Mit Hilfe der Impedanzspektroskopie gekoppelt mit analytischen und numerischen Modellierungsverfahren wird ein aus drei Parametern bestehendes vereinfachtes Modell entwickelt,

das die zuverlässige Unterscheidung von Voll- Leer- und Anhaftungs-
zustand ermöglicht. Einer dieser Parameter, der Gesamtwiderstand, er-
laubt Rückschlüsse auf die Leitfähigkeit des zu detektierenden Medi-
ums. Dieses neue Verfahren hat das Potenzial auch in komplexeren
Applikationen Anwendung zu finden.

Abstract

Capacitive sensors, especially capacitive proximity switches, are used in many applications because of their ability to detect almost any material. These sensors are still commonly used today due to their compact design, their high robustness and their comparatively low price. Because of their high sensitivity to changes of the electrical properties of materials in vicinity of the measurement electrode, capacitive proximity switches can be used for contactless limit level sensing. The sensor is often mounted on the outside of the liquid container. In recent years, requirements in regard to sensor performance have increased. Instead of just outputting a binary signal, capacitive proximity switches are expected to also output their measured capacitance, which could potentially open new fields of application. When detecting highly conductive fluids, soiling on the inside of the container in vicinity of the measurement electrode is problematic. The measured capacitance of a conductive film and the actual limit level are almost identical, which can cause false positive detection of a limit level. There are already various approaches to compensate for conductive soiling in vicinity of the measurement electrode, one of which includes the usage of short impulses for excitation. However, the high frequencies involved in these methods can cause problems with respect to electromagnetic compatibility. In addition, alternative measurement principles, like the eddy current principle, can be used. However, this principle imposes constraints on the minimum conductivity of the material to be detected. In this work, a technique to distinguish between conductive soiling and the actual fill level, which also allows to extract information about the material to be detected, is developed. Using impedance spectroscopy combined with analytical and numerical modelling, a model consisting of three parameters is developed. The model allows to reliably distinguish between actual limit level and conductive soiling. The overall resistance supplied by the model can be used as a measure for the conductivity of the material to be detected. The technique has the potential to be used in demanding applications.

Inhaltsverzeichnis

Symbol- & Abkürzungsverzeichnis	15
Vorwort	23
1 Einleitung	25
1.1 Motivation	25
1.2 Verfahren zur Füll- und Grenzstandmessung	27
1.3 Problemstellung und Zielsetzung	29
1.4 Struktur der Arbeit	31
2 Theoretische Grundlagen	35
2.1 Maxwell'sche Gleichungen	35
2.1.1 Quasistationäres Feld & Materialeigenschaften	39
2.1.2 Stationäres Feld & Kapazität	41
2.2 Impedanzspektroskopie	44
2.2.1 Grundlagen	44
2.2.2 Analoge Messmethode	53
2.2.3 DFT-basierte Messmethode	56
3 Stand der Forschung & Technik	59
3.1 Medienberührende Füll- und Grenzstandserkennung	61
3.2 Nicht-medienberührende Füll- und Grenzstandserkennung	65
3.3 Sonstige kapazitive Verfahren	68
3.4 Kapazitive Näherungsschalter	70
3.5 Offene Fragestellungen zur Anhaftungserkennung	73

4	Lösungsansatz	77
4.1	Darstellung der Problematik	77
4.2	Darstellung des Lösungsansatzes	81
5	Modellierung	85
5.1	Impedanz dünner, leitfähiger Schichten	86
5.1.1	Modellierungsansatz	86
5.1.2	Bestimmung des elektrischen Potentials	87
5.1.3	Bestimmung der Sensorimpedanz	91
5.1.4	Vergleich mit der FE-Methode	92
5.2	Verhaltensmodell	94
5.2.1	Modellparameter	95
5.2.2	Nicht-lineare Regression	97
5.3	Konsistenzprüfung & Glättung experimenteller Daten .	102
5.3.1	Kramers-Kronig-Beziehungen	102
5.3.2	Berechnung mit Hilfe der linearen Regression . .	104
5.3.3	Vergleich der Berechnungsansätze	109
5.4	Zusammenfassung	116
6	Entwicklung eines Messverfahrens zur Anhaftungserkennung	119
6.1	Breitbandige Charakterisierung	120
6.1.1	Einfluss der Leitfähigkeit	120
6.1.2	Einfluss der Schichtdicke	122
6.1.3	Anwendbarkeit der nicht-linearen Regression . .	123
6.2	Charakterisierung mittels linearem Gesamtwiderstand .	124
6.3	Betrachtung der Einflussgrößen	128
6.3.1	Einfluss der Anhaftungseigenschaften	129
6.3.2	Einfluss der Wandeigenschaften	131
6.3.3	Einfluss der Frequenz	133
6.3.4	Einfluss des Messrauschens	135
6.3.5	Einfluss der parasitären Parallelkapazität	138
6.4	Überlegungen für die praktische Implementierung	140

7	Experimentelle Verifizierung	143
7.1	Konzeption des Versuchsaufbaus	144
7.1.1	Anforderungen	144
7.1.2	Konstruktiver Aufbau	144
7.2	FE-Modell des Versuchsaufbaus	147
7.3	Messungen	149
7.3.1	Kalibrierung des Messgeräts	149
7.3.2	Datenaufnahme	150
7.3.3	Glättung der Messdaten	152
7.3.4	Validierung des Verhaltensmodells	155
7.3.5	Extraktion des Gesamtwiderstands aus den Messdaten	163
7.3.6	Vergleich der Messdaten mit dem FE-Modell und Beschreibung der parasitären Effekte	166
7.4	Bewertung der erzielten Ergebnisse	171
8	Zusammenfassung & Ausblick	173
A	Analytisches Modell	179
A.1	Berechnung der Koeffizienten	179
A.2	Berechnung der Feldgrößen	188
B	Mess- & Simulationsdaten	191
C	Tabellen	203
	Literaturverzeichnis	211
	Abbildungsverzeichnis	227
	Tabellenverzeichnis	233

Symbol- & Abkürzungsverzeichnis

Bei den gewählten mathematischen Bezeichnungen und Symbolen werden folgende Konventionen angewendet:

- Vektoren werden mit einem Vektorpfeil dargestellt, zum Beispiel \vec{H} .
- Komplexe Größen werden unterstrichen dargestellt, zum Beispiel \underline{H} .
- Konjugiert komplexe Größen werden überstrichen, zum Beispiel \overline{H} . Das Betragsquadrat einer komplexen Zahl a ist dann $|\underline{a}|^2 = \underline{a} \cdot \overline{a}$.
- Matrizen werden fett gedruckt dargestellt, zum Beispiel \mathbf{H} .
Transponierte Matrizen werden geschrieben als \mathbf{H}^T .

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
ADW	Analog-Digital-Wandler
CDC	<i>Capacitance-to-Digital-Conversion</i>
CPE	<i>Constant Phase Element</i>
Demin.	Demineralisiert
DFT	Diskrete Fourier-Transformation

DUT	<i>Device Under Test</i>
EEC	<i>Electrical Equivalent Circuit</i>
FE	Finite Elemente
FFT	<i>Fast Fourier Transformation</i>
KK	Kramers-Kronig
PCB	<i>Printed Circuit Board</i>
ROI	<i>Region of Interest</i>

Mathematische Operatoren & Symbole

Operator	Bedeutung
$\vec{\nabla}$	Nabla-Operator, die erste Ableitung in jede Raumrichtung
*	Faltung zweier Funktionen
Δ	Laplace-Operator, die zweite Ableitung in jede Raumrichtung
\dagger	Hermiteische transponierte Matrix
$\bullet \text{---} \circ$	Operator für die Laplace-Transformation
$\circ \text{---} \bullet$	Operator für die Laplace-Transformation
\Im	Imaginärteil einer komplexen Größe
\Re	Realteil einer komplexen Größe
$\frac{\partial}{\partial x}$	Partielle Ableitung nach einer Variablen x
$\frac{\partial}{\partial \vec{n}}$	Normalenableitung
\times	Kreuzprodukt zweier Vektoren
\int_F	Integral über eine offene Fläche
\oint_F	Integral über eine geschlossene Fläche
\int_S	Integral über einen offenen Weg
\oint_S	Integral über einen geschlossenen Weg
\int_V	Integral über ein Volumen
diag	Hauptdiagonale einer Matrix
div	Divergenz eines Vektorfeldes
grad	Gradient eines Skalarfeldes
rot	Rotation eines Vektorfeldes

Griechische Buchstaben

Buchstabe	Bedeutung
$\alpha_{0,m}$	m-te Nullstelle der Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung
β	Winkel im Bogenmaß (s. Abschnitt 5.1.3)
$\delta(t)$	Dirac-Distribution
δ_S	Skintiefe
Δ_{re}	Relative Abweichung des Realteils in %
Δ_{im}	Relative Abweichung des Imaginärteils in %
ϵ_0	Elektrische Feldkonstante
ϵ_r	Reelle relative Permittivität
ϵ_n	Reelle relative Permittivität im n-ten Teilgebiet
$\underline{\epsilon}_r$	Komplexe relative Permittivität
$\underline{\epsilon}_n$	Komplexe relative Permittivität im n-ten Teilgebiet
μ_0	Magnetische Feldkonstante
μ_r	Relative magnetische Permeabilität
ς	Standardabweichung
ς_i	i-te Standardabweichung
σ	Elektrische Leitfähigkeit
σ_n	Elektrische Leitfähigkeit im n-ten Teilgebiet
τ	Zeitkonstante
τ_k	k-te Zeitkonstante
ϕ	Phasenwinkel
$\varphi, \underline{\varphi}$	Elektrisches Potenzial
$\varphi_n, \underline{\varphi}_n$	Elektrisches Potenzial im n-ten Teilgebiet
ω	Kreisfrequenz
ω_g	Grenzkreisfrequenz
ω_0	Grundkreisfrequenz einer periodischen Funktion
$\omega_{0,i}$	i-te Grundkreisfrequenz

Lateinische Buchstaben

Abkürzung	Bedeutung
$A_{i,n}, \underline{A}_{i,n}$	i-ter Koeffizient im n-ten Teilgebiet der allg. Lösung der Laplace-Gleichung

<u>A</u>	Koeffizientenmatrix eines komplexen Gleichungssystems
<i>a</i>	Gesamtradius des analytischen Modells
<i>a(t)</i>	Ausgangssignal eines linearen Systems
<i>B_{i,n}</i> , <u><i>B_{i,n}</i></u>	i-ter Koeffizient im n-ten Teilgebiet der allg. Lösung der Laplace-Gleichung
<u><i>B</i></u>	Magnetische Flussdichte
<i>b</i>	Gesamthöhe des analytischen Modells
<u>b</u>	Koeffizientenvektor eines komplexen Gleichungssystems
C	Kapazitätsmatrix
<i>C</i>	Kapazität
<u><i>C_k</i></u>	k-te komplexe Kapazität
<i>C_{M1}</i> , <i>C_{M2}</i>	Medienkapazitäten
<i>C_p</i>	Parasitäre bzw. Parallelkapazität
<i>C_W</i>	Wandkapazität
<i>C_s</i>	Reihenkapazität
C_v	Kovarianzmatrix
<i>c</i>	Elektrodenradius des analytischen Modells
<i>c_o</i>	Kostenfunktion
<i>D</i>	Verlustfaktor
<i>D_N</i>	Steigung der Ortskurve
<i>d</i>	Höhe von $z = 0$ bis zur Grenze von Gebiet 1 und 2 des analytischen Modells
<i>d\vec{s}</i>	Vektorielles Wegelement
<i>d\vec{F}</i>	Vektorielles Flächenelement
<u><i>E</i></u>	Elektrisches Feld
<u><i>E'</i></u>	Bezüglich einer Leiterschleife ruhendes elektrisches Feld
<u><i>E</i></u>	Fourier- bzw. Laplace-Transformierte des Eingangssignals eines linearen Systems
<u><i>E_{s,j}</i></u>	Empfindlichkeit des j-ten Parameters eines Ersatzschaltbildes
<i>e</i>	Höhe von $z = 0$ bis zur Grenze von Gebiet 2 und 3 des analytischen Modells
<i>e(t)</i>	Eingangssignal eines linearen Systems

e	Euler'sche Zahl
\underline{F}_k	Der k-te komplexe Fourier-Koeffizient
f	Frequenz bzw. mathematische Funktion
f_s	Abtastfrequenz
f_{max}	Maximaler Frequenzanteil eines Signals
f_r	Resonanzfrequenz
\underline{G}	Fourier- bzw. Laplace-Transformierte der Impulsantwort eines linearen Systems
G_R	Gütekriterium
$\underline{g}(t)$	Impulsantwort
\vec{H}	Magnetische Feldstärke
H_i	Struve-Funktion i-ter Ordnung
I	Strom
I_R	Strom durch den Messwiderstand
I_X	Strom durch die unbekannte Impedanz
i	Index
J_0	Bessel-Funktion erster Art und i-ter Ordnung
\vec{J}	Elektrisches Stromdichte
\vec{J}_V	Verbschiebestromdichte
$J_{norm,n}$	Normalkomponente der elektrischen Stromdichte im n-ten Teilgebiet
j	Imaginäre Einheit oder Index
K	Amplitude des <i>Constant Phase Elements</i>
K_{ab}	Abschätzung für Amplitude des <i>Constant Phase Elements</i>
\underline{k}	Komplexe Wellenzahl
L	Induktivität
L_p	Parallelinduktivität
L_s	Serieninduktivität
l	Radius von $r = 0$ bis zum Elektrodenrand inkl. des linearen Potenzialabfalls
M	Anzahl Elemente oder Index
\underline{M}	Koeffizientenmatrix des analytischen Modells
N	Anzahl Elemente oder Index
n	Exponent des <i>Constant Phase Elements</i> oder Index
n_{ab}	Abschätzung für den Exponent des

Constant Phase Elements

P	Elektrische Wirkleistung
\mathbf{p}	Parametervektor
\mathbf{p}_0	Optimaler Parametervektor
p_j	Der j-te Parameter aus dem Parametervektor
Q	Elektrische Ladung
q_V	Volumenladungsdichte
$q_{i,n}$	i-ter Koeffizient im n-ten Teilgebiet der allg. Lösung der Laplace-Gleichung
q_i	i-ter gebietsunabhängiger Koeffizient der allg. Lösung der Laplace-Gleichung
R	Elektrischer Widerstand
R_{log}	Logarithmierter Widerstand
\underline{R}_k	k-ter komplexer Widerstand
R_L	Parasitärer Widerstand
R_{M1}, R_{M2}	Medienwiderstände
R_O	Linearer Gesamtwiderstand
R_{ref}	Referenzwiderstand
R_X	Unbekannter Widerstand
R_∞	Restwiderstand für sehr große Messfrequenzen
r	Radius in Zylinderkoordinaten
\underline{s}	Laplace-Variable
s_r	Realteil der Laplace-Variable
$sp(t)$	Einheitssprung
T_0	Grundperiodendauer einer periodischen Funktion
t	Zeit
U	Elektrische Spannung
$U_a, U_{a,0}, U_{a,90}$	Ausgangssignal des Tiefpassfilters
U_e	Antwortsignal des Messobjekts am Eingang des Multiplizierers
\hat{U}_e	Amplitude des Antwortsignals des Messobjekts am Eingang des Multiplizierers
U_m	Gemischte Spannung am Ausgang des Multiplizierers
U_{ref}	Referenzsignal am Eingang des Multiplizierers
\underline{U}_R	Komplexe Spannung über dem Referenzwiderstand
\underline{U}_X	Komplexe Spannung über der unbekanntem Impedanz

U_q	Quellenspannung
$U_{q,i}$	Quellenspannung der i-ten Spannungsquelle
u_0	Elektrische Spannung am Rand des analytischen Modells
u	Substitution für die Zeit-Variable
$\underline{\mathbf{v}}$	Komplexer Gewichtungsvektor
v	Verhältnis der Anzahl der Zeitkonstanten im Messmodell zur Anzahl Messpunkte
$\underline{\mathbf{W}}$	Komplexe Gewichtungsmatrix
$\underline{\mathbf{x}}$	Komplexer Lösungsvektor eines Gleichungssystems
$\underline{\mathbf{Y}}$	Komplexe Admittanz
$\underline{\mathbf{Y}}$	Komplexe Admittanzmatrix
$\underline{\mathbf{Z}}$	Komplexe Impedanz
$\underline{\mathbf{Z}}_{mess}, \underline{\mathbf{Z}}_M$	Gemessene komplexe Impedanz
Z_L	Wellenwiderstand
$\underline{\mathbf{Z}}_X$	Unbekannte komplexe Impedanz
$\underline{\mathbf{Z}}_{KK}$	Kramers-Kronig transformierte Impedanz
z	Höhe in Zylinderkoordinaten

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Sensorentwickler in der Arbeitsgruppe für Grundlagenentwicklung der Firma ifm efector GmbH in Tett nang unter Betreuung der Professur für Mess- und Sensortechnik in der Fakultät der Elektrotechnik und Informationstechnik der technischen Universität Chemnitz. An dieser Stelle möchte ich mich bei der Vielzahl der Menschen bedanken, die mich auf meinem Weg begleitet, unterstützt und mir das Erreichen meiner Ziele erst ermöglicht haben.

Mein besonderer Dank gilt:

- Frau Prof. Dr.-Ing. Olfa Kanoun für die Betreuung der Arbeit und die stets konstruktiven Diskussionen und Anregungen,
- meinem firmeninternen Betreuer Herr Dr.-Ing. Markus Tahedl für seine volle Unterstützung meiner wissenschaftlichen Arbeit,
- meinen Kollegen in der Arbeitsgruppe für Grundlagenentwicklung, Herr M.Sc. Harry Henkel, Frau Dr.-Ing. Sabine Kampf, Herr M.Sc. Alexander Schneider, Herr M.Sc. Roman Brodskiy und Herrn Stephan Neyer für die stets spannenden und aufschlussreichen fachlichen Diskussionen,
- der Firma ifm efector GmbH für das Einräumen der nötigen Freiräume für meine wissenschaftliche Arbeit,
- allen Mitarbeitern und Kollegen des Instituts für Mess- und Sensortechnik an der Hochschule Ruhr West, die mit ihrer fundierten

Ausbildung das nötige fachliche Fundament für die Entstehung dieser Arbeit aufgebaut haben.

Nicht zuletzt gilt besonderer Dank meiner Familie und meinen Freunden, die mich bei meinem Vorhaben zu jeder Zeit moralisch unterstützt und an mich geglaubt haben. Teilergebnisse der vorliegenden Arbeit wurden bereits veröffentlicht. Eine vollständige Liste befindet sich auf Seite 237.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Kapazitive Sensoren, insbesondere kapazitive Näherungsschalter, werden aufgrund ihrer Fähigkeit nahezu beliebige Materialien detektieren zu können bereits seit vielen Jahrzehnten in unterschiedlichsten Applikationen der industriellen Messtechnik eingesetzt. Aufgrund ihrer kompakten Bauform, ihrer hohen Robustheit und ihres vergleichsweise günstigen Preises werden sie auch heute noch in zahlreichen Applikationen eingesetzt. Zu den zahlreichen Anwendungsgebieten gehören unter anderem die Positionserkennung, Winkelerkennung, Füll- und Grenzstandserkennung oder auch die Druckmessung. Insbesondere in der Grenzstandserkennung besteht ein hoher Bedarf an kapazitiven Näherungsschaltern zur Erkennung von Schüttgütern oder flüssiger bzw. pastöser Medien [1].

Interessant ist vor allem die berührungslose Erkennung von Objekten oder Medien. Das erlaubt beispielsweise die Erkennung eines flüssigen Mediums auch dann, wenn der Sensor außerhalb eines nichtleitenden Behälters angebracht ist. Der Näherungsschalter wird in diesem Fall als Grenzstandschalter eingesetzt, um ein Überlaufen oder ein Leerlaufen des Behälters zu verhindern. Das ist zum Beispiel für Applikationen interessant, in denen hygienische Vorschriften den Kontakt

von Fremdkörpern mit dem Medium verbieten. Oftmals ist ein direkter Zugang zum Medium auch gar nicht möglich oder das Medium ist zu aggressiv, als das Fremdkörper damit in Kontakt kommen dürften. Durch das berührunglose Messprinzip lassen sich die Sensoren auch an Stellen in der Anlage nachrüsten, an denen ursprünglich keine Messstelle vorgesehen war. Nach der Montage erfolgt der Abgleich bzw. die Kalibrierung an einem Tastenfeld [2] oder an einem Potentiometer [3] am Sensor selbst.

Spätestens seit dem Aufkommen von „Industrie 4.0“ steigen auch die Anforderungen an die Sensorik. Auch einfache Näherungsschalter müssen mehr und mehr in der Lage sein über ein geeignetes Kommunikationsprotokoll Informationen über den Prozess an die Anlagensteuerung oder an eine Ergebnisdatenbank weiterzugeben. Auch die Konfiguration solcher Sensoren kann und soll in vielen Fällen über eine Kommunikationsschnittstelle erfolgen.

Ein weiterer Trend in der modernen Sensorik ist die Multifunktionalität. Sensoren müssen in steigendem Maße Diagnoseparameter über ihre eigene Funktion, aber auch über ihre Umgebung bereitstellen. So könnte beispielsweise ein kapazitiver Näherungsschalter auch Informationen über die elektrischen Eigenschaften des Mediums, das er erkennen soll, liefern. Diese Information kann dann zur Steuerung des Produktionsprozesses oder zur Qualitätskontrolle herangezogen werden.

Problematisch bei der Anwendung heutiger kapazitiver Näherungsschalter zur Grenzstanderkennung ist jedoch die Erkennung von auf der Tankinnenseite anhaftenden Medien. Diese bilden sich mit der Zeit aufgrund von Ablagerungen oder aufgrund der Viskosität des Mediums. Bei einem nicht-leitenden Medium lassen sich solche Anhaftungen durch Nachjustieren des Sensors kompensieren.

Bei leitfähigen, wässrigen Medien müssen jedoch zumindest zwei Fälle unterschieden werden. Im ersten Fall lässt sich der Voll- vom Anhaftungszustand nicht unterscheiden, weil der Sensor vor dem Gebrauch falsch justiert wurde (Fall 1a in Abbildung 1.1), oder weil der Dynamikbereich des Sensors unzureichend ist (Fall 1b in Abbildung 1.1), sodass beide Zustände jeweils den Endwert des Messbereiches ausgeben. Dieser Anwendungsfall lässt sich in der Regel durch Nachtjustierung, eine Vergrößerung des Dynamikbereiches oder die Verschiebung des Messbe-

reiches hin zu größeren Kapazitäten lösen. Problematischer ist hingegen die Erkennung hoch-leitfähiger Medien (Fall 2 in Abbildung 1.1).

Hier sorgt die Abschirmung des elektrischen Feldes durch die leitfähige Anhaftung dafür, dass sich unabhängig vom Dynamikbereich die gemessene Kapazität des Voll- und Anhaftungszustands nicht unterscheidet. Das wiederum führt zu einer Fehlschaltung des Sensors und damit gegebenenfalls zu einem Stillstand oder einer Fehlfunktion der Anlage. Dieser Fall wird in der vorliegenden Arbeit als Anhaftungsfall bzw. Anhaftungsproblematik bezeichnet.

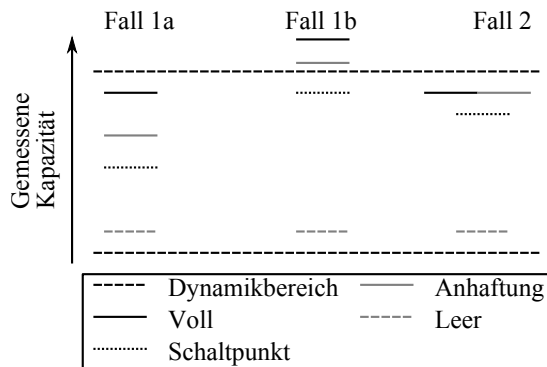


Abbildung 1.1: Darstellung unterschiedlicher Problemfälle bei der Anwendung kapazitiver Grenzstandschalter

In dieser Arbeit soll ein Weg gefunden werden, diesen letzten Fehlerfall auszuschließen, also ein Verfahren zur Anhaftungserkennung zu finden, und eine robustere Funktion kapazitiver Grenzstandschalter zu erreichen. Weiterhin sollen zusätzliche Informationen über das zu detektierende Medium aus den Messdaten extrahiert werden.

1.2 Verfahren zur Füll- und Grenzstandmessung

Zur Erfassung von Füll- und Grenzständen werden neben der kapazitiven Messtechnik auch andere Verfahren eingesetzt [4]. Welches

Verfahren für einen konkreten Anwendungsfall verwendet wird, hängt vom den physikalischen Eigenschaften des zu detektierenden Mediums, den Umgebungsbedingungen sowie der benötigten Reichweite und nicht zuletzt auch von den Kosten des Messsystems ab.

So können beispielsweise Ultraschallsensoren zur Erfassung unterschiedlichster Medien eingesetzt werden. Hier erzeugt ein Schallwandler einen hochfrequenten Ultraschallimpuls. An den Grenzen von Medien unterschiedlicher Schallgeschwindigkeiten wird der Puls reflektiert, von einer Empfangseinheit empfangen und aus der Zeitdifferenz die Entfernung der Grenzfläche berechnet. Bei einfacheren und preisgünstigeren Varianten der Ultraschallsensoren fungiert ein einzelner Schallwandler sowohl als Sender, als auch Empfänger. Das führt jedoch dazu, dass diese Sensoren einen Totbereich haben, in dem keine zuverlässige Erkennung möglich ist, da der Schallwandler nach dem Senden erst vollständig ausgeschwungen sein muss, bevor das Echo empfangen werden kann. Damit sind diese Sensoren auf den Einsatz bei großen Abständen beschränkt [4].

Ist ein optischer Zugang zum Behälter vorhanden, können optische Sensoren zur Füll- und Grenzstanderfassung von Medien verwendet werden. Hier sind insbesondere die sogenannten Reflexlichttaster interessant, da sie keinen dedizierten Reflektor benötigen. Vielmehr übernimmt das Medium selbst diese Funktion. Weiterhin sind Verfahren denkbar, die auf der Absorption optischer Strahlung im Medium basieren. Optische Sensoren können allerdings sicher nur in Umgebungen eingesetzt werden, in denen Betauung oder Verschmutzung der Optik ausgeschlossen sind [4]. Außerdem muss bei einem Reflexlichttaster die emittierte Lichtwellenlänge des Sensors so gewählt sein, dass das Medium das Licht nicht vollständig absorbiert. Bei einem Absorptionsverfahren darf das Licht nicht vollständig reflektiert werden.

Eine weitere Möglichkeit zur Füll- und Grenzstanderfassung ist das sogenannte Füllstandradar. Im Tank wird eine Antenne montiert, die elektromagnetische Strahlung im Mikrowellenbereich emittiert. Die Grenzfläche des Mediums reflektiert einen Teil der ausgesendeten Strahlung. Ähnlich wie bei Ultraschallsensoren werden aus der Signallaufzeit eine Entfernung und damit ein Füllstand berechnet. Statt einer „echten“ Zeitmessung wird oftmals auch eine Sinusschwingung mit variabler

Frequenz ausgesendet. Das empfangene reflektierte Signal wird mit dem Sendesignal gemischt. Die sich ergebende Differenzfrequenz ist ein Maß für die Entfernung zum Medium und damit für den Füllstand [4].

Trotz dieser zahlreichen Möglichkeiten werden auch heute noch kapazitive Sensoren zur Füll- und Grenzstanderkennung eingesetzt. Insbesondere ihr vergleichsweise günstiger Preis ist dafür oft ausschlaggebend. Auch sind diese Sensoren in sehr kleinen Bauformen wie zum Beispiel in einem metrischen M12-Gehäuse [5] verfügbar. Befindet sich die Auswertelektronik außerhalb des eigentlichen Sensorgehäuses, sind sogar M8-Gehäuse erhältlich [6]. Aufgrund des kapazitiven Messprinzips können diese Sensoren auch außerhalb des Behälters, also komplett berührungslos, verbaut werden. Das ist insbesondere interessant, wenn Hygienevorschriften eingehalten oder aggressive Medien detektiert werden müssen. Das bedeutet auch, dass diese Sensoren an Behältern oder Bypassrohren nachgerüstet werden können, wo bisher keine Grenzstanderkennung vorgesehen war.

1.3 Problemstellung und Zielsetzung

Wie bereits in Abschnitt 1.1 beschrieben, sind heute viele kapazitive Näherungsschalter nicht in der Lage bei der Detektion hoch-leitfähiger Medien eine Anhaftung vom tatsächlichen Grenzstand zu unterscheiden. Der bei diesen Sensoren ermittelte Kapazitätswert ist in beiden Fällen nahezu identisch. Zwar werden bereits kapazitive Sensoren mit Anhaftungserkennung für hoch-leitfähige Medien angeboten [7, 8, 9], diese weisen jedoch einige Einschränkungen bezüglich des zulässigen Leitfähigkeitsbereichs auf und liefern keine zusätzlichen Informationen über das Medium.

Auch ist der Begriff „hoch-leitfähig“ nicht eindeutig, denn ob ein kapazitiver Sensor zur effektiven Anhaftungserkennung in der Lage ist hängt nicht nur von der Leitfähigkeit des Mediums ab, sondern auch von Bedingungen wie zum Beispiel der Arbeitsfrequenz, der Wandstärke des Behälters und der Signalverarbeitung.

Weiterhin gibt es unterschiedlichste Arten von leitfähigen Anhaftungen. So kann sich beispielsweise eine Schaumschicht bilden, die gegebenenfalls nicht vom eigentlichen Medium zu unterscheiden ist. Zähflüssige oder pastöse Medien laufen bei leerer werdendem Tank nur langsam

ab, was dazu führt, dass der Leer-Grenzstand gar nicht oder zu spät erkannt wird. Außerdem können Anhaftungen wasserbasierter Medien, wie zum Beispiel Schuhcreme, mit der Zeit austrocknen, was letztendlich einer Erhöhung der Behälterwanddicke entspricht. Bei aggressiven Medien sind auch Veränderungen der elektrischen Eigenschaften des Behälters über die Zeit denkbar.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Kompensation von Anhaftungen ist, dass die Einbausituation des Sensors, wie etwa die Behälterwandstärke oder eventuell vorhandene Metallteile in der Nähe der Sensorelektrode, in der Regel nicht näher bekannt ist, obwohl gerade solche Parameter die Empfindlichkeit des Sensors und damit auch Robustheit des Betriebs maßgeblich beeinflussen. Auch sind oft die elektrischen Eigenschaften des zu detektierenden Mediums gar nicht oder nicht genau bekannt, was einen sicheren Betrieb weiter erschwert.

Die Impedanzspektroskopie kombiniert mit geeigneten Signalverarbeitungsverfahren bietet interessante Möglichkeiten, die unterschiedlichen Medien und Einbausituationen zu charakterisieren und innerhalb gewisser Grenzen auch zu unterscheiden. Mit der fortschreitenden Entwicklung der Schaltungstechnik lassen sich Schaltungen für Impedanzspektroskopie immer kostengünstiger realisieren. In [10] wird beispielsweise eine Schaltung eingesetzt, die den Betrag des Stroms durch die Messkapazität frequenzauflöst misst.

In dieser Arbeit sollen mit Hilfe der Impedanzspektroskopie die unterschiedlichen Effekte, die zu der Anhaftungsproblematik führen, voneinander getrennt werden. Dafür soll eine Beschränkung auf ein Messsystem mit einer aktiven Elektrode erfolgen. Zur Separation der Effekte werden analytische Modelle, FE-Modelle und Messdaten verwendet. Anhand der so gewonnenen Erkenntnisse soll ein Auswerteverfahren gefunden werden, die auch dann einen sicheren Betrieb des Sensors ermöglicht, wenn eine reine Kapazitätsmessung kein Unterscheidungsmerkmal liefert.

Das gefundene Verfahren wird anschließend auf seine Robustheit hinsichtlich parasitärer Effekte untersucht. Außerdem wird erörtert, wie sie verwendet werden kann, um zusätzliche Informationen über das zu detektierende Medium zu erhalten.

1.4 Struktur der Arbeit

Die Struktur der Arbeit ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Ziel der Arbeit ist es, ein möglichst robustes Verfahren zu finden anhand derer eine leitfähige Anhaftung vom tatsächlichen Vollzustand bzw. Grenzstand unterschieden werden kann.

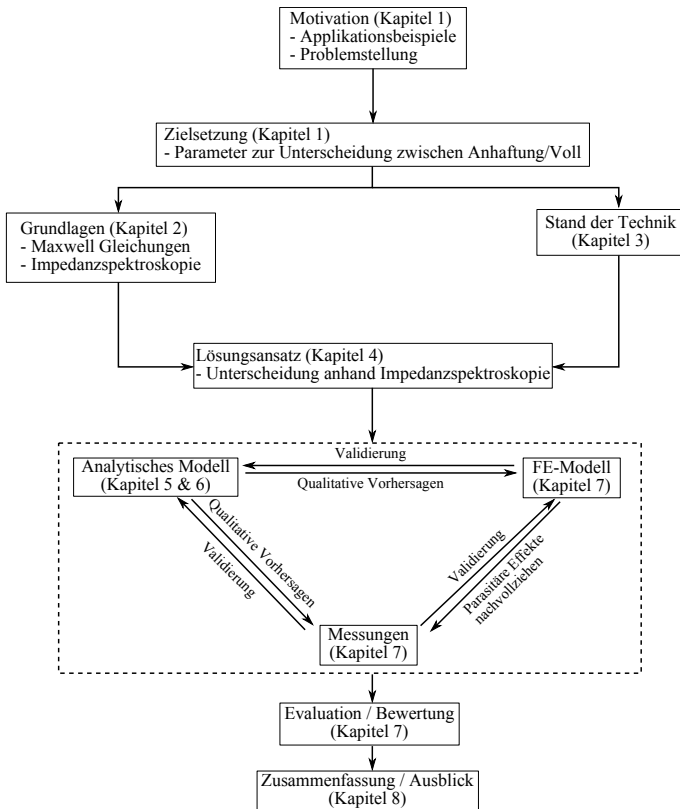


Abbildung 1.2: Struktur der Arbeit

Im zweiten Kapitel werden die zum Verständnis dieser Arbeit notwendigen theoretischen Grundlagen behandelt. Der für die Modellie-

rung der komplexen Impedanz dünner leitfähiger Schichten relevante Teil sowie der Kapazitätsbegriff an sich wird aus den Maxwell'schen Gleichungen herausgearbeitet. Zum besseren Verständnis der in dieser Arbeit angewendeten Verfahren wird die Impedanzspektroskopie als Methode der Systemidentifikation vorgestellt. Weiterhin werden die Impedanzspektren elementarer Bauelemente und ausgewählter, für diese Arbeit relevante, Kombinationen vorgestellt.

Im dritten Kapitel wird der Stand der Technik der kapazitiven Füll- und Grenzstandmessung behandelt. Die unterschiedlichen Messverfahren werden aufgeteilt in solche Verfahren, die bei bekannter Einbausituation, wie etwa Stabsonden mit konstruktiv vorgegebener Wanddicke, eingesetzt werden und solche Verfahren, bei denen der Sensor prinzipiell bei zunächst unbekanntem Einbauverhältnissen verbaut und abgeglichen wird. Außerdem werden bereits bekannte Verfahren zur spektroskopischen Bestimmung von Materialeigenschaften vorgesehlt. Anschließend werden die noch offenen Fragen bezüglich der Anhaftungserkennung bei kapazitiven Sensoren herausgearbeitet.

Im vierten Kapitel wird ein auf der Impedanzspektroskopie basierender Lösungsansatz vorgestellt. Aus dem komplexen Spektrum soll ein Verfahren abgeleitet werden, mit dessen Hilfe sich Voll-, Leer- und Anhaftungszustände eindeutig unterscheiden lassen.

In Kapitel 5 findet eine umfangreiche Modellierung der Anhaftungsproblematik statt. Für eine vereinfachte rotationsymmetrische Geometrie wird die Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte gelöst und ein Modell erstellt, mit dem sich die komplexe Impedanz dünner leitfähiger Schichten schnell und einfach berechnen lässt. Um das Verhalten der charakteristischen Impedanzspektren wiederzugeben, wird außerdem ein Verhaltensmodell erstellt, das auf einem elektrischen Ersatzschaltbild basiert. Zur Validierung bzw. Glättung experimenteller Daten wird ein modifiziertes Verfahren vorgestellt, welches auf der Kramers-Kronig-Transformation basiert.

Die geschaffenen Modellierungswerkzeuge werden in Kapitel 6 verwendet, um ein Verfahren zur Anhaftungserkennung zu entwickeln. Zunächst werden die vom analytischen Modell erzeugten komplexen Impedanzspektren mit Hilfe des breitbandigen Verhaltensmodells charakterisiert. Anschließend wird auf Basis der Erkenntnisse aus der breit-

bandigen Charakterisierung ein vereinfachtes Verfahren entwickelt, das mit wesentlich geringerer Messbandbreite auskommt. Danach werden unterschiedliche Einflussgrößen auf die Modellparameter untersucht.

Mit Hilfe eines Versuchsaufbaus, mit dem dünne Schichten leitfähiger und wässriger Medien erzeugt werden können, und einem kommerziellen Impedanzmessgerät, werden in der Modellierung gemachten Vorhersagen qualitativ überprüft. Auftretende parasitäre Effekte werden mit Hilfe eines FE-Modells nachvollzogen und ihr Einfluss untersucht.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die zum besseren Verständnis dieser Arbeit erforderlichen theoretischen Grundlagen geschaffen werden. Zunächst werden die Maxwell'schen Gleichungen vorgestellt und ihre Bedeutung anschaulich dargestellt. Der für Kapitel 5 dieser Arbeit relevante Teil des Gleichungssystems, der quasistationäre Fall der Kontinuitätsgleichung für die elektrische Stromdichte, wird herausgearbeitet. Weiter werden die grundlegenden Messverfahren im Zeit- und Frequenzbereich, die analoge Messmethode und die DFT-basierte Messmethode, der Impedanzspektroskopie vorgestellt. Insbesondere werden die Impedanzspektren idealer Bauelemente und ihre Kombination behandelt, die das Verhalten kapazitiv gekoppelter leitfähiger Medien wiedergeben. Das ist relevant für das Verfahren zur Anhaftungserkennung, die in Kapitel 6 entwickelt wird.

2.1 Maxwell'sche Gleichungen

Bei den Maxwell'schen Gleichungen handelt es sich um ein System aus vier linearen, partiellen Differenzialgleichungen. Sie beschreiben den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Quellen und ihren Feldern, sowie die Kopplung zwischen elektrischem und magnetischem Feld. Umfangreiche Betrachtungen dieser Gleichungen und ihrer

unterschiedlichen Anwendungsfälle sind bereits in der Literatur dargestellt [11, 12, 13, 14]. In diesem Abschnitt sollen die Maxwell'schen Gleichungen im Vakuum und ihre konstitutiven Relationen vorgestellt und ihre physikalische Bedeutung kurz skizziert werden. Die Ausführungen orientieren sich im Wesentlichen an den Ergebnissen aus [14].

In der Integralform mit zeitlich nicht veränderlichen Flächen und Wegen lauten die Maxwell'schen Gleichungen im Vakuum wie folgt:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_F \vec{J} \cdot d\vec{F} + \mu_0 \frac{d}{dt} \int_F \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{F} \quad (2.1)$$

$$\oint_S \vec{E}' \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_F \vec{B} \cdot d\vec{F} \quad (2.2)$$

$$\oint_F \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{F} = \int_V q_V \cdot dV \quad (2.3)$$

$$\oint_F \vec{B} \cdot d\vec{F} = 0 \quad (2.4)$$

\vec{B} ist die magnetische Flussdichte, die über die magnetische Feldkonstante μ_0 mit der magnetischen Feldstärke \vec{H} zusammenhängt:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (2.5)$$

\vec{E} bezeichnet die elektrische Feldstärke und \vec{J} die elektrische Stromdichte. ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante und q_V die elektrische Ladungsdichte. $d\vec{s}$ und $d\vec{F}$ bezeichnen ein vektorielles Weg- bzw. Flächenelement und dV ein Volumenelement. Gleichung 2.1 heißt Durchflutungssatz und beschreibt den Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte und der elektrischen Stromdichte, also die Kopplung zwischen einem Strom, der durch einen Leiter fließt und seinem kreisförmig umgebenden magnetischen Feld. Der rechte Summand auf der rechten Seite der Gleichung 2.1 enthält die von Maxwell eingeführte elektrische Verschiebungsstromdichte \vec{J}_V [14]:

$$\vec{J}_V = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \vec{E} \quad (2.6)$$

Durch die Einführung dieses Terms gilt der Durchflutungssatz auch für solche Stromkreise, die keinen Gleichstrompfad enthalten. Ohne den

Verschiebungsfluss würde in diesen Stromkreisen sonst der magnetische Fluss je nach Wahl der Integrationsfläche vorhanden sein, oder verschwinden [14].

Gleichung 2.2 heißt Induktionsgesetz und beschreibt die Kopplung zwischen elektrischem Feld und der magnetischen Flussdichte. Ändert sich der magnetische Fluss durch eine geschlossene Leiterschleife über die Zeit, so wird in der Leiterschleife ein elektrisches Feld induziert. Dieses induziert seinerseits wieder eine magnetische Flussdichte, die dem Erregerfluss entgegensteht. Der geschlossene Weg S ist die Strecke, die die Fläche der Leiterschleife umläuft. Im Gegensatz zu \vec{E} , das das elektrische Feld im ruhenden System beschreibt, beschreibt \vec{E}' ein ruhendes elektrisches Feld bezüglich der Leiterschleife [14].

Gleichung 2.3 ist das Gauss'sche Gesetz. Es besagt, dass die Summe aller Feldlinien, die in eine geschlossene Fläche ein- bzw. austreten der von der Fläche eingeschlossenen Ladung entsprechen. Treten genauso viele Feldlinien in eine Fläche ein- wie austreten, so ist innerhalb des von der Fläche eingeschlossenen Volumens keine Ladung vorhanden.

Gleichung 2.4 beschreibt die Quellenfreiheit der magnetischen Flussdichte bzw. des magnetischen Feldes. Die Anzahl der Feldlinien, die in eine Fläche eintreten, ist immer gleich der Anzahl der Feldlinien, die aus ihr heraustreten. Es gibt also keine magnetischen Monopole, sondern lediglich Dipole bzw. Ringströme.

In ihrer Integralform können die Maxwell'schen Gleichungen anschaulich interpretiert werden. Für die konkrete Lösung physikalischer Problemstellungen ist es jedoch sinnvoll, sie in ihre Differentialform zu überführen. Dazu wird für Gleichung 2.1 und 2.2 der Stokes'sche Integralsatz angewendet [15]:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_F (\text{rot} \vec{E}) \cdot d\vec{F} \quad \text{mit} \quad \text{rot} \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (2.7)$$

Der Satz besagt, dass das Integral über ein Vektorfeld entlang eines geschlossenen Weges in ein Integral über eine offene Fläche der Rotation des Vektorfeldes überführt werden kann, die von dem geschlossenen Weg eingeschlossen wird. Weiterhin besagt der Gauss'sche Integralsatz, [15]

$$\oint_F \vec{E} \cdot d\vec{F} = \int_V (\operatorname{div} \vec{E}) \cdot dV \quad \text{mit} \quad \operatorname{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad (2.8)$$

dass das Integral über eine geschlossene Fläche in ein Volumenintegral der Divergenz des Vektorfeldes überführt werden kann, wobei das Volumen von der Fläche eingeschlossen wird. Dieser Satz kann auf die Gleichungen 2.3 und 2.4 angewendet werden.

Unter der Voraussetzung, dass sich die Integrationsflächen und Wege zeitlich nicht ändern, lauten die Maxwell-Gleichungen in ihrer Differentialform wie folgt [14]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \vec{E}) \quad (2.9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = q_V \quad (2.11)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.12)$$

In dieser Form gelten die Maxwell'schen Gleichungen auch dann, wenn sich das Referenzsystem bewegt [11]. Eine weitere wichtige Gleichung ist die Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte oder auch Ladungserhaltungssatz. Sie besagt, dass elektrische Ladung weder erzeugt noch vernichtet werden kann [14].

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial q_V}{\partial t} \quad (2.13)$$

Oder in Integralform:

$$\oint_F \vec{J} \cdot d\vec{F} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V q_V \cdot dV = -\frac{\partial Q}{\partial t} \quad (2.14)$$

Wobei Q die elektrische Ladung ist. Die Kontinuitätsgleichung dient in Abschnitt 5.1 als Ausgangspunkt für die Modellierung der Impedanz dünner, leitfähiger Schichten.

2.1.1 Quasistationäres Feld & Materialeigenschaften

Die analytische Modellierung der Anhaftungsproblematik (vgl. Fall 2 in Abbildung 1.1) wird in dieser Arbeit auf stationäre Strömungsfelder beschränkt. Dieser Ansatz ist valide, wenn die betrachtete Geometrie eine wesentlich kleinere geometrische Ausdehnung aufweist, als die kleinste auftretende Wellenlänge. Weiterhin werden die im Modell vorkommenden Leitfähigkeiten als klein genug angenommen, sodass Wirbelstromeffekte vernachlässigt werden können. Das bedeutet, dass $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$ gilt und Gleichung 2.10 vereinfacht sich zu [14]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (2.15)$$

Außerdem wird in der betrachteten Geometrie das elektrische Feld als quellenfrei angenommen. Dann ist $\frac{\partial q_V}{\partial t} = 0$ und Gleichung 2.13 wird zu [14]

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (2.16)$$

Wenn das elektrische Feld rotationsfrei ist, so kann es als Gradient eines elektrischen Skalarpotenzials φ dargestellt werden [14]:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot \varphi \quad (2.17)$$

Des Weiteren wird angenommen, dass sich die Feldgrößen zwar zeitlich ändern, ihre Änderung jedoch so langsam ist, dass sie zu einem festen Zeitpunkt den statischen Feldern entsprechen. Dann kann die elektrische Stromdichte als Summe aus ihrem leitungsgebundenen und kapazitiven Anteil dargestellt werden [14]:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.18)$$

σ ist die elektrische Leitfähigkeit und ϵ_r die relative Permittivität. Beschränkt man sich auf periodische Änderungen der Feldgrößen, lassen sich die zeitlichen Ableitungen durch eine Multiplikation mit der Kreisfrequenz $j\omega$ ersetzen [16]:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} + j\omega \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = j\omega \underline{\epsilon}_r \epsilon_0 \vec{E} \quad (2.19)$$

$\underline{\epsilon}_r$ ist die komplexe relative Permittivität, die hier wie folgt definiert wird [14]:

$$\underline{\epsilon}_r = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \quad (2.20)$$

Um eine partielle Differentialgleichung zu erhalten, deren Lösung die Feldgrößen in einem betrachteten Volumen abbildet, wird zunächst Gleichung 2.19 in Gleichung 2.16 eingesetzt. Anschließend ersetzt man \vec{E} durch Gleichung 2.17 und erhält

$$-j\omega \underline{\epsilon}_r \epsilon_0 \Delta \varphi = 0 \quad (2.21)$$

mit dem Laplace-Operator Δ [14]. Diese Gleichung bildet die Grundlage für die analytische Modellierung sehr dünner leitfähiger Schichten hinter einer nicht-leitenden Behälterwand in Abschnitt 5.1. Sie gilt in dieser Form nur, wenn sich die Materialeigenschaften bezüglich der Ortskoordinaten nicht ändern. Hier erfolgt also eine Beschränkung auf isotrope Medien, sodass $\underline{\epsilon}_r$ eine komplexe, skalare Größe ist. Sprunghafte Änderungen der Materialeigenschaften müssen gesondert behandelt werden. In Abschnitt 5.1 wird die Gleichung für eine vereinfachte rotationssymmetrische Geometrie gelöst und ein Ausdruck für die Impedanz hergeleitet.

Wie bereits erwähnt modelliert Gleichung 2.21 keine Wellenausbreitung und vernachlässigt induktive Effekte. Um die Gültigkeit dieser Näherung abschätzen zu können, muss auf die vollständigen Maxwell'schen Gleichungen zurückgegriffen werden. Die beiden aus ihnen hervorgehenden Wellengleichungen heißen Helmholtz-Gleichungen und lauten in ihrer komplexen zeitharmonischen Formulierung [17]:

$$\Delta \vec{E} + \underline{k}^2 \vec{E} = 0 \quad (2.22)$$

$$\Delta \vec{H} + \underline{k}^2 \vec{H} = 0 \quad (2.23)$$

wobei die komplexe Wellenzahl \underline{k} wie folgt lautet [17]

$$\underline{k}^2 = \mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 \omega^2 - j \mu_0 \mu_r \sigma \omega \quad (2.24)$$

mit der relativen Permeabilität μ_r . Wenn $\mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 \omega^2 \ll \mu_0 \mu_r \sigma \omega$ ist, dann kann der kleinere Summand von k vernachlässigt werden und die Helmholtz-Gleichungen werden zu Diffusionsgleichungen, die keine Wellenausbreitung mehr abbilden. Aus \underline{k} wird dann [17]

$$\underline{k} = (-j \mu_0 \mu_r \sigma \omega)^{\frac{1}{2}} = (1 - j) \cdot \left(\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \sigma \omega \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1 - j}{\delta_S} \quad (2.25)$$

mit dem Ausdruck für die Skintiefe δ_S :

$$\delta_S = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \mu_r \sigma \omega}} \quad (2.26)$$

Ist die charakteristische Länge der Geometrie wesentlich kleiner, als die Skintiefe, müssen keine Wirbelstrom- und Wellenausbreitungseffekte berücksichtigt werden [17, 18]. Die charakteristische Länge ist wiederum abhängig von der Geometrie des Modells. Beispielsweise kann der Abstand zwischen zwei Kondensatorplatten als charakteristische Länge aufgefasst werden.

2.1.2 Stationäres Feld & Kapazität

Wenn es keinerlei bewegte Ladungsträger, also auch keine Ströme und kein Magnetfeld gibt, spricht man von einem elektrostatischen Feld. Dann gelten die Gleichungen [14]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (2.27)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}) = q_V \quad (2.28)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \cdot \varphi \quad (2.29)$$

Man setzt Gleichung 2.28 in Gleichung 2.29 ein und erhält für isotrope Materialeigenschaften die Poisson-Gleichung [14]:

$$-\epsilon_r \epsilon_0 \Delta \varphi = q_V \quad (2.30)$$

Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen der elektrischen Ladung und dem von ihr erzeugtem elektrostatischen Feld. Gegeben seien in Abbildung 2.1 zwei Elektroden E_1 und E_2 an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 auf denen die Ladung Q_1 und Q_2 anliegt.

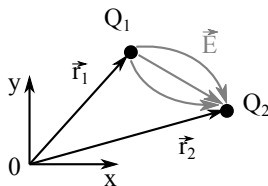


Abbildung 2.1: Skizze zur Kapazität zwischen zwei Elektroden mit den Ladungen Q_1 und Q_2

Diese Anordnung erzeugt ein elektrisches Skalarpotenzial. Zwischen den beiden Elektroden lässt sich die Spannung U wie folgt angeben [14]:

$$U = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (2.31)$$

Weil aber das elektrische Feld nur der Gradient eines Skalarpotenzials ist, ist die Spannung unabhängig vom gewählten Integrationsweg und hängt nur von den Potenzialen φ_1 und φ_2 an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 ab [14]:

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (2.32)$$

Nun wählt man eine geschlossene Oberfläche F , die E_1 umgibt. Dann kann man Gleichung 2.3 schreiben als [14]:

$$\epsilon_r \epsilon_0 \oint_F \vec{E} \cdot d\vec{F} = Q_1 \quad (2.33)$$

Der Vektor $d\vec{F}$ steht stets senkrecht auf dem betrachteten Flächenelement. Durch die Bildung des Skalarprodukts mit dem elektrischen

Feld gehen nur solche Anteile in die Integration ein die parallel zu $d\vec{F}$ sind, also senkrecht zur Integrationsfläche. Demnach kann \vec{E} durch die Normalenableitung des elektrischen Potentials ersetzt werden [14].

$$\epsilon_r \epsilon_0 \oint_F \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}} dF = Q_1 \quad (2.34)$$

Gleichung 2.34 kann mit einem beliebigen reellen Faktor multipliziert werden, wodurch sich Q_1 entsprechend proportional ändert. Dieser Proportionalitätsfaktor heißt Kapazität [14].

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 \oint_{F_1} \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}} dF}{\varphi_2 - \varphi_1} = \frac{Q_1}{U} \quad (2.35)$$

Die Kapazität ist der Proportionalitätsfaktor für die Spannung zwischen zwei Leitern und der auf ihnen gespeicherten Ladung.

Besteht das System aus mehr als zwei Elektroden, so muss zur vollständigen Beschreibung der kapazitiven Kopplung die Kapazitätsmatrix angegeben werden. Zunächst wird dazu die erste Elektrode mit einem konstanten und von Null verschiedenen Potential beaufschlagt, während alle anderen Elektroden auf ein Potential von Null Volt festgelegt werden. Nun ermittelt man die Ladung auf allen Elektroden und dividiert diese durch die bekannte Spannung, um die erste Zeile der Kapazitätsmatrix zu erhalten. Für die zweite Zeile der Matrix wird nun die zweite Elektrode mit einem von Null verschiedenen Potential beaufschlagt und die Ladung erneut gemessen. So ergibt sich bei einem vier Elektroden System die Kapazitätsmatrix:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Die Elemente C_{ii} auf der Hauptdiagonalen der Matrix sind die Summen, also die Parallelschaltung, aller Teilkapazitäten, die zur i-ten Elektrode gehören. Des Weiteren gilt die Symmetrie $C_{ij} = C_{ji}$. Es ist für die Kapazität gleichgültig, auf welcher Elektrode des Elektrodenpaares die Ladung gemessen wird. Die Elemente auf der Hauptdiagonalen sind positiv und alle anderen Elemente negativ. Die Summe der Elemente

einer Zeile bzw. Spalte ist gleich Null. Für ein System mit N Elektroden ergeben sich also $\frac{1}{2}N(N - 1)$ unabhängige Kapazitäten.

In Abschnitt 7.2 wird das FE-Modell des Versuchsaufbaus mit Hilfe einer komplexen Admittanzmatrix dargestellt, die die Admittanzen zwischen den einzelnen Elektroden des Aufbaus enthält. Aus der Admittanzmatrix kann die Kapazitätsmatrix durch Division mit $j\omega$ gewonnen werden.

2.2 Impedanzspektroskopie

Die Impedanzspektroskopie ist ein interessantes Verfahren zur Systemidentifikation. Ihre Ursprünge liegen in der elektrochemischen Charakterisierung von Materialien [19]. Heute wird dieses Verfahren in vielfältigen Anwendungsbereichen eingesetzt, egal ob es sich dabei um induktive, kapazitive oder konduktive Anwendungen handelt. Beispielsweise wird Impedanzspektroskopie bei der Charakterisierung von Waschlaug in automatischen Waschmaschinen [20], bei der Diagnose von Gerätebatterien [21] oder bei der Online-Messung des Durchmessers von Stahldrähten während des Walzprozesses [22] verwendet.

In dieser Arbeit wird die Impedanzspektroskopie eingesetzt, um ein Auswerteverfahren zu entwickeln, das einen sicheren Betrieb eines kapazitiven Näherungsschalters auch bei Anwesenheit einer leitfähigen Anhaftung gewährleistet.

2.2.1 Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die aus die Literatur [16, 19] bekannten systemtheoretischen Grundlagen umrissen werden. Zusätzlich wird anhand bekannter elektrischer Ersatzschaltbilder die Interpretation von Ortskurven der komplexen Impedanz veranschaulicht.

Systemtheoretische Grundlagen

Das System wird mit einem elektrischen Signal beaufschlagt und die Antwort des Systems gemessen. Die Systemantwort kann beispielsweise

in Frequenzbereich dargestellt werden. Dort kann für lineare, zeitinvariante Systeme die von der Kreisfrequenz ω abhängige Übertragungsfunktion $\underline{G}(j\omega)$ eines Systems als Quotient des Eingangssignals $\underline{E}(j\omega)$ und des Ausgangssignals $\underline{A}(j\omega)$ dargestellt werden [16].

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{\underline{A}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)} \quad (2.37)$$

Da sich sowohl der Betrag, als auch die Phase des Antwortsignals bezüglich des Eingangssignals ändern können, werden für die Darstellung komplexe Zahlen verwendet. Betrachtet man die Spannung als Eingangsgröße und den Strom als Ausgangsgröße so wird aus $\underline{G}(j\omega)$ die elektrische Admittanz $\underline{Y}(j\omega)$. Außerdem ist $j = \sqrt{-1}$. Substituiert man $j\omega$ durch die Laplace-Variable $\underline{s} = s_r + j\omega$, erhält man eine Verallgemeinerung der Übertragungsfunktion für auf- bzw. abschwingende harmonische Funktionen. Im Zeitbereich entspricht das [16]:

$$\underline{A}(\underline{s}) = \underline{G}(\underline{s}) \cdot \underline{E}(\underline{s}) \bullet \circ \text{---} a(t) = g(t) * e(t) \quad (2.38)$$

$g(t)$ und $e(t)$ sind die Impulsantwort bzw. das Eingangssignal im Zeitbereich, die über den Operator $*$ miteinander gefaltet werden. Die Impulsantwort ist das Antwortsignal des Systems auf eine impulsförmige Anregung $e(t) = \delta(t)$, wobei die Dirac-Distribution $\delta(t)$ wie folgt definiert ist [16]:

$$\delta(t) = 0 \text{ für } t \neq 0 \quad (2.39)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t') dt' = 1 \quad (2.40)$$

Neben Gleichung 2.38 sind auch die Sätze [16]

$$\frac{d}{dt} f(t) \circ \text{---} \bullet \underline{s} \cdot \underline{F}(\underline{s}) \quad (2.41)$$

und

$$\int_0^t f(u) du \circ \text{---} \bullet \frac{1}{\underline{s}} \cdot \underline{F}(\underline{s}) \quad (2.42)$$

nützlich. Gleichung 2.41 wurde in Abschnitt 2.1 bereits verwendet, um die Ableitung nach der Zeit durch die Multiplikation mit der Frequenz zu ersetzen. Grundsätzlich kann die Impedanzspektroskopie im Frequenzbereich oder im Zeitbereich interpretiert werden. Welches Verfahren des vorteilhaftere ist, hängt von der jeweiligen Messaufgabe ab. Eine Übersicht der gängigen Verfahren ist in [19] zu finden.

Zeit- und Frequenzbereich hängen über die Fourier- bzw. die Laplace-Transformation zusammen. Allgemein lautet der Zusammenhang für die Fourier-Transformierte $\underline{F}(j\omega)$ bzw. die Rücktransformierte $f(t)$ [16]:

$$\underline{F}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.43)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{F}(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.44)$$

Die Fourier-Transformierte einer Funktion existiert nur dann, wenn die Bedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (2.45)$$

erfüllt ist [16]. Das ist für periodische Funktionen nicht der Fall. Für diese Funktionen geht das kontinuierliche Spektrum in ein diskretes Spektrum aus harmonischen Funktionen, die Fourier-Reihe, über [16].

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \underline{F}_k e^{jk\omega_0 t} \quad (2.46)$$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ist die der Periodendauer der Funktion zugeordnete Kreisfrequenz. Die periodische Funktion lässt sich also als eine Summe von unendlich vielen harmonischen Funktionen annähern, wobei immer nur ganzzahlige Vielfache von ω_0 vorkommen können. Die Fourierkoeffizienten \underline{F}_k werden wie folgt berechnet [16]:

$$\underline{F}_k = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} f(t)e^{-jk\omega_0 t} dt \text{ mit } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.47)$$

Wird das System mit einem periodischen Signal angeregt, werden häufig Gleichungen 2.46 und 2.47 zur Beschreibung herangezogen. Wird das System mit einem nicht-periodischen Signal, beispielsweise einem Rechteckimpuls, angeregt, ergibt sich nach Gleichung 2.43 ein kontinuierliches Spektrum.

Das Fourierintegral ist allerdings nicht lösbar für eine Sprungfunktion $sp(t)$

$$sp(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.48)$$

da durch diese die Bedingung 2.45 verletzt wird. Hier erfolgt durch die Einführung der komplexen Frequenz $\underline{s} = s_r + j\omega$ und Beschränkung auf Funktionen, die für Zeitpunkte $t < 0$ verschwinden, der Übergang auf die Laplace-Transformation [16]:

$$\underline{F}(s) = \int_{-0}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.49)$$

Die Integrationsgrenze -0 bedeutet, dass ein auftretender Diracpuls in die Integration einbezogen wird [16]. Durch die komplexe Frequenz \underline{s} lassen sich Funktionen im Unendlichen exponentiell dämpfen, sodass eine Konvergenz des Integrals erzwungen werden kann. Rein mathematisch betrachtet lassen sich im Zeitbereich also genau die gleichen Informationen gewinnen, wie im Frequenzbereich.

Linearität

Soll ein nicht-lineares System, also ein System dessen Eigenschaften beispielsweise von der Amplitude des Eingangssignals abhängen, charakterisiert werden, kann ein Arbeitspunkt eingestellt werden, in dessen Umgebung sich das System linear verhält. Abbildung 2.2 zeigt eine idealisierte Diodenkennlinie. Soll beispielsweise ihr Bahnwiderstand und ihre Diffusionskapazität bestimmt werden, muss zunächst eine Gleichspannung angelegt werden, die die Diode in den Durchlassbereich verschiebt. Die Amplitude der Erregerspannung muss dann hinreichend klein gewählt werden, sodass die Tangente im Arbeitspunkt eine möglichst gute

Näherung der Kurve darstellt. Nicht-lineare Systeme kommen oft in der elektrochemischen Impedanzspektroskopie vor [19].

Für diese Arbeit ist die auftretende Nichtlinearität jedoch nicht relevant, da sich die Elektrode in keinem Fall in Kontakt mit dem Medium befindet. Selbst wenn der Sensor medienberührend montiert wird, wird die Elektrode vom Gehäuse des Sensors isoliert. Befindet sich die Gegelektrode, beispielsweise ein Metallrohr, in Kontakt mit dem Medium so wird dessen Effekt durch die wesentlich hochohmigere Koppelkapazität der Sendelektrode überlagert [23].

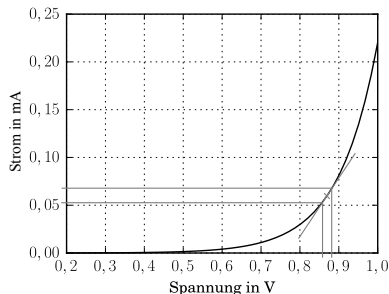


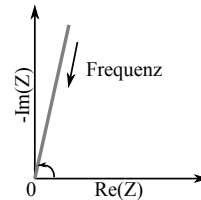
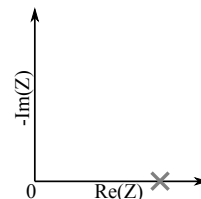
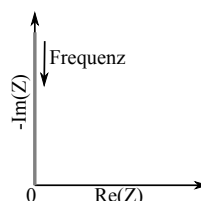
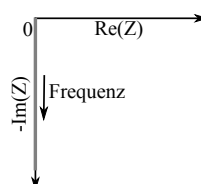
Abbildung 2.2: Beispiel für Linearität anhand einer Diodenkennlinie

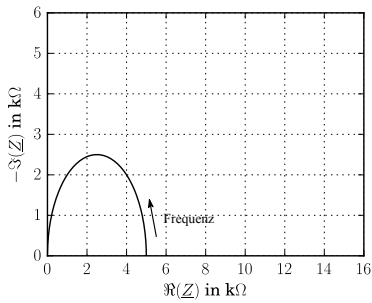
Der Effekt der Nichtlinearität wird jedoch relevant, wenn die Ergebnisse dieser Arbeit auf Sensoren übertragen werden sollen, bei denen die Elektrode im direkten Kontakt mit dem Medium ist. Hier müssen gegebenenfalls weitere Betrachtungen angestellt werden.

Elektrische Ersatzschaltbilder

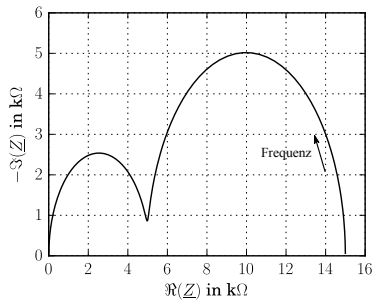
Oft erfolgt die Modellierung und Beschreibung der gemessenen komplexen Impedanzspektren über elektrische Ersatzschaltbilder, die aus Widerständen, Induktivitäten, Kapazitäten und *Constant Phase Elements* (CPE) bestehen. Diese Modelle werden zur Beschreibung des Verhaltens oder auch zur physikalischen Deutung des Spektrums, beispielsweise bei der Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften von Materialien [24, 25, 26], herangezogen.

Tabelle 2.1: Bezeichnung, Ortskurve und Parametrierung der in dieser Arbeit verwendeten Grundelemente für elektrische Ersatzschaltbilder

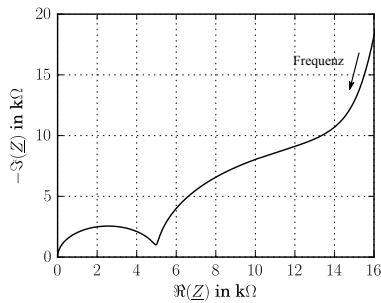
Element	Impedanz Z	Ortskurve
Constant Phase Element	$\underline{Z} = \frac{1}{K} (j\omega)^n$	
Widerstand	$\underline{Z} = R$	
Kapazität	$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C}$	
Induktivität	$\underline{Z} = j\omega L$	



(a) Einzelfes RC-Element



(b) Zwei RC-Elemente in Reihe



(c) Zwei RC-Elemente in Reihe, kapazitiv über ein Reihen-CPE gekoppelt

Abbildung 2.3: Typische Ortskurven für die in dieser Arbeit verwendeten EECs

Häufig werden die komplexen Spektren als Ortskurven aufgetragen, wobei der Realteil auf der x- und der Imaginärteil auf der y-Achse liegt. Anhand der charakteristischen Form der Ortskurve können Rückschlüsse über das grundsätzliche Verhalten des Systems gezogen werden und in bestimmten Fällen sogar Werte für das Ersatzschaltbild direkt abgelesen werden. Tabelle 2.1 zeigt eine Zusammenfassung der vier in dieser Arbeit verwendeten Grundbausteine der Ersatzschaltbilder inklusive ihrer Parametrierung und Ortskurven. Das CPE besitzt im Gegensatz zu den anderen Bausteinen zwei wählbare Parameter. Ihre Bedeutung wird in Abschnitt 5.2.1 genauer beschrieben.

Die Parallelschaltung eines Widerstands mit einer Kapazität wird hier RC-Element genannt und erzeugt die in Abbildung 2.3a gezeigte halbkreisförmige Ortskurve. Im Gleichstromfall liegt die Impedanz auf der reellen Achse, während für sehr hohe Frequenzen die Kapazität den Widerstand überbrückt, sodass die Impedanz gegen Null läuft. Der Widerstand kann also anhand der niederfrequenten Daten abgelesen werden.

Eine Reihenschaltung aus zwei RC-Elementen bildet demnach auch zwei Halbkreise (vgl. Abbildung 2.3b). Die Summe der beiden Widerstände, lässt sich auch hier wieder anhand der niederfrequenten Messdaten ablesen. Liegen die Zeitkonstanten $\tau = RC$ hinreichend weit auseinander, entstehen zwei getrennte Halbkreise, ansonsten entsteht in der Ortskurve ein fließender Übergang zwischen den beiden RC-Elementen.

Stellt man nun zusätzlich über ein CPE in Reihe zu den RC-Elementen eine kapazitive Kopplung her, äußert sich das in der Ortskurve als Gerade, die den niederfrequenten Bereich überlagert. Erst bei hinreichend großen Frequenzen wird das CPE niederohmig und die durch die RC-Elemente gebildeten Halbkreise sichtbar. Dieser in Abbildung 2.3c gezeigte Fall ist eine gute Näherung für das Verhalten kapazitiv gekoppelter leitfähiger Medien, wie zum Beispiel in Abschnitt 6.2 gezeigt wird.

Zwei- und Vierdrahtmessung

Unter Anderem unterscheidet man bei der Messung unbekannter Impedanzen zwischen der Zweidrahtmessung und der Vierdrahtmessung [27]. Abbildung 2.4 zeigt die beiden Messschemata im Gleichstromfall. Die

Messanordnung wird von einer idealen Konstantstromquelle gespeist und die Spannung über dem unbekanntem Widerstand R_X bzw. den parasitären Leitungswiderständen R_L wird mit einem Voltmeter mit unendlich großem Eingangswiderstand gemessen. Im Falle der Zweidrahtmessung (Abbildung 2.4a) fällt die Spannung sowohl über R_X als auch über R_L ab. Das Messergebnis ist also nur dann korrekt, wenn $R_X \gg 2R_L$ ist, was bei der Messung kleiner Widerstände zu Problemen führt.

Beim Einsatz der Vierdrahtmessung (Abbildung 2.4b) wird die Spannung direkt an den Anschlüssen von R_X abgegriffen, sodass die Zuleitungswiderstände der Stromquelle nicht in die Messung eingehen. Die Zuleitungswiderstände zum Voltmeter sind vernachlässigbar, weil sein Eingangswiderstand wesentlich ist. Mit der Vierdrahtmessung lassen sich also auch sehr kleine Widerstände korrekt vermessen.

Für die Messungen in dieser Arbeit ist es ausreichend, auf die Zweidrahtmessung zurückzugreifen, weil es sich um ein kapazitiv gekoppeltes System handelt. Die zu messende Impedanz wird im betrachteten Frequenzbereich wesentlich größer sein, als die Impedanz der Zuleitungen.

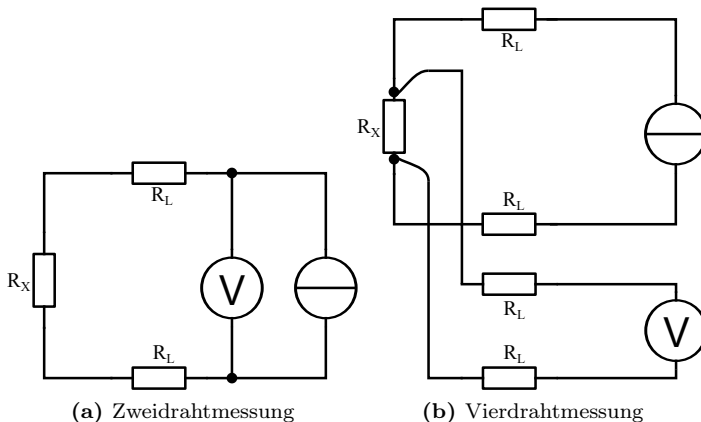


Abbildung 2.4: Anschlusschema für Zwei- und Vierdrahtmessung gezeichnet nach [28]

2.2.2 Analoge Messmethode

Da das Übertragungsverhalten im Frequenzbereich, wie zum Beispiel im Bode-Diagramm, von harmonischen Funktionen beschrieben werden kann, ist es ein intuitiver Ansatz, ein System mit einem sinusförmigen Signal zu beaufschlagen. Bei einem linearen System erhält man als Antwortsignal wieder ein sinusförmiges Signal, dessen Amplitude und Phasenlage gegenüber dem Eingangssignal verschoben ist und ausgewertet werden muss. Ein Spektrum kann dann durch Variation der Anregungsfrequenz aufgenommen werden. Das Impedanzmessgerät, das in Kapitel 7 zur Impedanzmessung verwendet wird, arbeitet nach diesem Verfahren.

Im Gegensatz zur DFT-basierten Spektroskopie (vgl. Abschnitt 2.2.3), wo die Signalverarbeitung nahezu vollständig digital erfolgt, wird hier die Auswertung der analogen Signale oft noch mit Hilfe eines Synchrongleichrichters durchgeführt, wie er in Abbildung 2.5 skizziert ist [29].

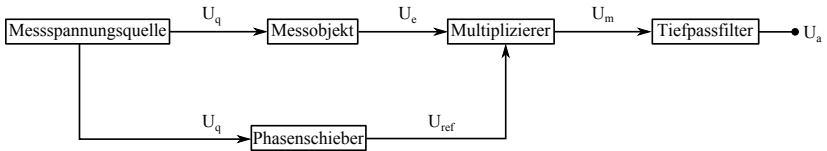


Abbildung 2.5: Blockdiagramm eines Synchrongleichrichters mit Analogmultiplizierer [29]

Eine Spannungsquelle erzeugt ein sinusförmiges Testsignal U_q . Das Antwortsignal U_e vom Messobjekt wird am Analogmultiplizierer mit einem Referenzsignal U_{ref} multipliziert bzw. demoduliert. Die Ausgangsspannung U_m des Multiplizierers enthält im Idealfall die Summe und die Differenz der beiden Frequenzen ω_{ref} und ω_e . Man wählt $\omega_{ref} = \omega_e$ und es ergibt sich eine Gleichspannung am Ausgang des Tiefpasses. Das Referenzsignal wird mit einem geeigneten Phasenschieber bzgl. des Eingangssignals verschoben. Zur Bestimmung von Amplitude und Phase des Antwortsignals ist es erforderlich, zwei Messungen pro Frequenz durchzuführen mit 0° bzw. 90° Phasenversatz zwischen U_q und U_{ref} . Sind die beiden Signale in Phase ergibt sich, bei geeigneter Wahl der

Amplitude von U_{ref} am Tiefpass die Spannung

$$U_{a,0} = \frac{1}{2} \widehat{U}_e \cdot \cos \phi \quad (2.50)$$

\widehat{U}_e ist die Amplitude von U_e und ϕ die Phase zwischen U_e und U_{ref} . Sind U_q und U_{ref} um 90° verschoben, wird die Ausgangsspannung zu

$$U_{a,90} = \frac{1}{2} \widehat{U}_e \cdot \sin \phi \quad (2.51)$$

Der Betrag der komplexen Spannung ist also:

$$U_a = \sqrt{U_{a,0}^2 + U_{a,90}^2} = \frac{1}{2} \widehat{U}_e \sqrt{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi} = \frac{1}{2} \widehat{U}_e \quad (2.52)$$

Eine solche Implementierung wird beispielsweise von [30] vorgenommen. Die Phase lässt sich dann berechnen über:

$$\phi = \arctan \left(\frac{U_{a,90}}{U_{a,0}} \right) = \arctan \left(\frac{\sin \phi}{\cos \phi} \right) = \arctan (\tan \phi) \quad (2.53)$$

Sollen komplexe Impedanzen gemessen werden, so müssen auch die Zuleitungskapazitäten und -Induktivitäten betrachtet werden, wobei bei der Messung kleiner Impedanzen eher die Zuleitungsinduktivitäten und bei der Messung großer Impedanzen eher die Zuleitungskapazitäten von Belang sind. Zuleitungskapazitäten werden in der Regel durch die Verwendung von geschirmten Zuleitungen, meist Koaxialkabeln, eliminiert. Die induktive Kopplung zwischen den Leitungen muss durch vorteilhafte Leitungsführung, wie zum Beispiel verdrehte Kabel, minimiert werden. So sollte neben der Hinleitung für den Erregerstrom gleich die passende Rückleitung verlaufen, dadurch werden die beiden magnetischen Flussdichten gerade kompensiert [27, 31].

Eine beliebte Technik, die nach der analogen Messmethode arbeitet und eine Vierdrahtmessung implementiert, ist die sogenannte *Auto-Balancing-Bridge*. Dieses Verfahren wird im kommerziellen Bereich häufig eingesetzt und wird auch in dieser Arbeit verwendet, da Füllstandsapplikationen in der Regel geringe Anforderungen an die Geschwindigkeit der Messung haben. Vielmehr soll in dieser Arbeit auf die

im Regelfall höhere Genauigkeit und Bandbreite der Messung nach der analogen Methode ausgenutzt werden [32].

Neben diesem Verfahren wurden von einigen Arbeitsgruppen kompaktere und preisgünstigere Aufbauten realisiert, die auf logarithmischen Verstärkern [33] oder speziellen Brückenanordnungen [34] basieren. Ebenso werden Verfahren angewendet bei denen keine Demodulation stattfindet. Stattdessen wird die Phaseninformation zwischen Strom und Spannung durch Wandlung in zwei Rechtecksignale gewonnen, die dann mit einem Exklusiv-Oder-Gatter gemischt werden. Der Mittelwert der resultierenden Pulsfolge ist dann ein Maß für die Phase. Der Betrag der Impedanz wird durch einen Spitzenwertdetektor ermittelt [35].

Zahlreiche weitere Verfahren für spezielle Anwendungen sind veröffentlicht, werden an dieser Stelle jedoch nicht weiter behandelt, da zunächst eine möglichst allgemeingültige Methode zur Anhaftungserkennung gefunden werden soll.

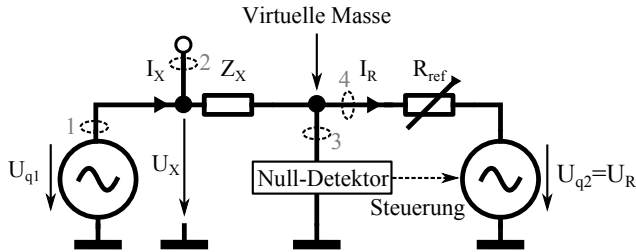


Abbildung 2.6: Prinzip der Auto-Balancing-Bridge gezeichnet nach [27]

Abbildung 2.6 zeigt das Prinzipschaltbild einer *Auto-Balancing-Bridge*. Die unbekannte Impedanz Z_X wird über Anschluss 1 mit der Testspannung U_{q1} beaufschlagt. Die Spannung U_X wird möglichst nahe an Z_X abgegriffen und ist die erste der zwei zu messenden Spannungen. Die Spannung an Anschluss 3 wird möglichst nahe rechtsseitig von Z_X abgegriffen und speist den Null-Detektor der Schaltung (siehe auch Abbildung 2.4b). Dieser steuert Amplitude und Phase von U_{q2} gerade so, dass der Punkt zwischen Anschluss 3 und Anschluss 4 auf Massepoten-

zial liegt. Wegen des hohen Eingangswiderstandes des Null-Detektors ist $I_R = I_X$ und die unbekannt Impedanz kann mit

$$\underline{Z}_X = R_{ref} \frac{\underline{U}_X}{\underline{U}_R} \quad (2.54)$$

berechnet werden, wobei \underline{U}_X und \underline{U}_R jeweils mit einem Vektor-Voltmeter gemessen werden. Das Verfahren hat den Vorteil, dass alle parasitären Impedanzen, die parallel zum Null-Detektor liegen, kompensiert werden, da durch sie wegen des virtuellen Massepotenzials kein Strom fließt. Parasitäre Impedanzen parallel zu U_{q1} , die zusammen mit dem Innenwiderstand der Spannungsquelle einen Spannungsabfall verursachen, werden durch die gesonderte Messung von \underline{U}_X eliminiert. In der Praxis darf der parasitäre Stromfluss allerdings nicht zu groß werden, da \underline{U}_X sonst zu klein wird, was zu einer Verschlechterung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses führt [27].

Die genaue Realisierung des Null-Detektors hängt vom gewünschten Frequenzbereich ab. Für Messfrequenzen im Kilohertz-Bereich kann er als einfacher Operationsverstärker ausgeführt werden, der ja die Spannung zwischen seinen beiden Eingängen prinzipbedingt auf nahezu null Volt regelt [29]. Für höhere Frequenzen muss das Signal an der virtuellen Masse mittels Phasendetektoren und Vektormodulatoren ausgeregelt werden, was einen erheblichen Mehraufwand, aber auch erhebliche Zugewinne an Bandbreite, bedeutet [27].

2.2.3 DFT-basierte Messmethode

Die Gleichungen der Fourier-Transformation (Gleichung 2.43) und der Laplace-Transformation (Gleichung 2.49) zeigen, dass im Frequenz- und Zeitbereich die gleichen Informationen über das System gewonnen werden können. Allerdings sind in der Praxis die Messzeit und damit auch die mögliche Bandbreite begrenzt. Das System muss mit einem geeigneten Signal angeregt werden, sodass es das für die Anwendung interessante Frequenzband abdeckt. In vielen zeitkritischen Applikationen ist vor allem die Anregung mit kurzen Pulsen interessant, da sie kurze Messzeiten bei dennoch breitbandiger Anregung versprechen. Oft werden auch sogenannte Chirp-Signale, also sinusförmige Signale mit zeitabhängiger Frequenz, verwendet [36].

Ebenfalls möglich sind Spektroskopie-Verfahren, die auf der Anregung mit einem Rechtecksignal basieren. Diese können einfach und kostengünstig erzeugt und skaliert werden [37]. Denkbar sind auch rechteckige pseudo-zufällige Sequenzen, in denen nach jedem Taktzyklus der Pegel auf einem von zwei möglichen Werten gesetzt wird. Das Spektrum dieser Signale verläuft nahezu konstant innerhalb der eingestellten Bandbreite [38].

Im Gegensatz zur analogen Messmethode wird bei der DFT-basierten Methode auf digitale Signalverarbeitung zurückgegriffen. Das erlaubt die Verwendung leistungsstarker digitaler Methoden zur Signalverarbeitung. Allerdings ist es dafür erforderlich die Signale durch entsprechend schnelle Analog-Digital-Wandler (ADW) zu digitalisieren. Für eine korrekte Abtastung des Signals muss die Bedingung

$$f_s > 2 \cdot f_{max} \quad (2.55)$$

erfüllt sein. Diese Bedingung heißt Abtasttheorem und erlaubt bei Erfüllung die exakte Rekonstruktion des abgetasteten Signals [39]. f_s ist die Abtastfrequenz des ADWs und f_{max} ist die größte im abzutastenden Signal vorkommende Frequenz. Wird die Bedingung verletzt ist das ursprüngliche Spektrum verfälscht und es ist keine exakte Rekonstruktion mehr möglich. Der dadurch entstehende Aliasing-Effekt muss mit Hilfe geeigneter Tiefpassfilterung vor den ADW-Eingängen unterbunden werden.

Des Weiteren führt eine Abtastung mit einem ADW zu Quantisierungsrauschen, da diese nicht mit einem kontinuierlichen Wertebereich arbeiten sondern mit einer festen Anzahl von quantisierten Stufen, die sich über einen Referenzspannungsbereich erstrecken. Das Rauschen lässt sich, unabhängig von der gewählten Abtastfrequenz, nicht mehr aus dem abgetasteten Signal eliminieren und pflanzt sich durch alle durchgeführten Berechnungen fort [39].

Abbildung 2.7 zeigt beispielhaft eine Skizze für ein zeitaufgelöstes Spektroskopiesystem. Die unbekannte Impedanz wird von einer Signalquelle mit einem geeigneten Signal beaufschlagt und das Antwortsignal nach der Tiefpassfilterung abgetastet. In der Auswerteeinheit erfolgt dann die Berechnung der komplexen Fourier-Transformierten über den FFT-Algorithmus. Das Impedanzspektrum muss dann nur noch über

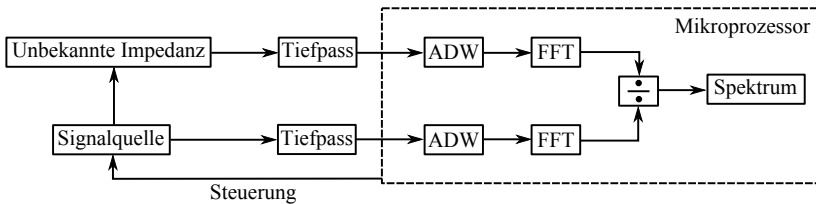


Abbildung 2.7: Blockdiagramm für Impedanzspektroskopie nach der DFT-basierten Messmethode

eine Division berechnet werden. Impedanzspektroskopie nach der DFT-basierten Methode hat insbesondere Vorteile in Anwendungen, die zeitkritisch sind, in denen also ein Spektrum in kurzer Zeit aufgenommen werden muss.

Hierfür ist insbesondere ein kurzes Anregungssignal und hohe Messraten geeignet. In dieser Arbeit und in vielen Füllstandapplikationen ändert sich der zu erfassende Füllstand jedoch nur langsam, sodass in dieser Arbeit auf Spektroskopie nach der analogen Messmethode zurückgegriffen wird.

Dennoch ist die Spektroskopie nach der DFT-basierten Methode nützlich zum Verständnis von kapazitiven Messverfahren, die beispielsweise auf einer gepulsten Anregung der Messelektrode basieren. Ein solches Verfahren wird in Abschnitt 3 vorgestellt.

Kapitel 3

Stand der Forschung & Technik

Kapazitive Sensorik wird wegen ihrer hohen Empfindlichkeit auf jegliche Änderung der elektrischen Eigenschaften des zu detektierenden Objekts in einer Vielzahl von Anwendungsgebieten in Wissenschaft und Technik eingesetzt. So werden kapazitive Sensoren beispielsweise in der Prozessmesstechnik [40, 41, 42] oder zur Bestimmung der elektrischen Eigenschaften unterschiedlichster Materialien [43, 44] eingesetzt.

Im industriellen Bereich werden oft kapazitive Näherungsschalter zur Erfassung der Position eines nicht-leitenden Werkstücks, zur Erfassung von Granulaten und Schuttgütern oder auch zur Grenzstandsüberwachung von Füllständen, beispielsweise als Überlaufschutz, verwendet [45, 4].

Weiterhin werden zur stufenlosen Erfassung von Füllständen kapazitive Sensoren in Form einer Stabsonde oder Kammelektroden [46] eingesetzt, die entweder direkt im Behälter oder außen an der Behälterwand montiert sind. Je nach Anwendung sind die Messelektroden im direkten Kontakt mit dem zu erfassenden Medium, oder werden durch einen geeigneten Isolator vom Medium getrennt.

In diesem Kapitel soll ein kurzer Überblick über den Stand der Technik der kapazitiven Grenz- und Füllstandserkennung gegeben wer-

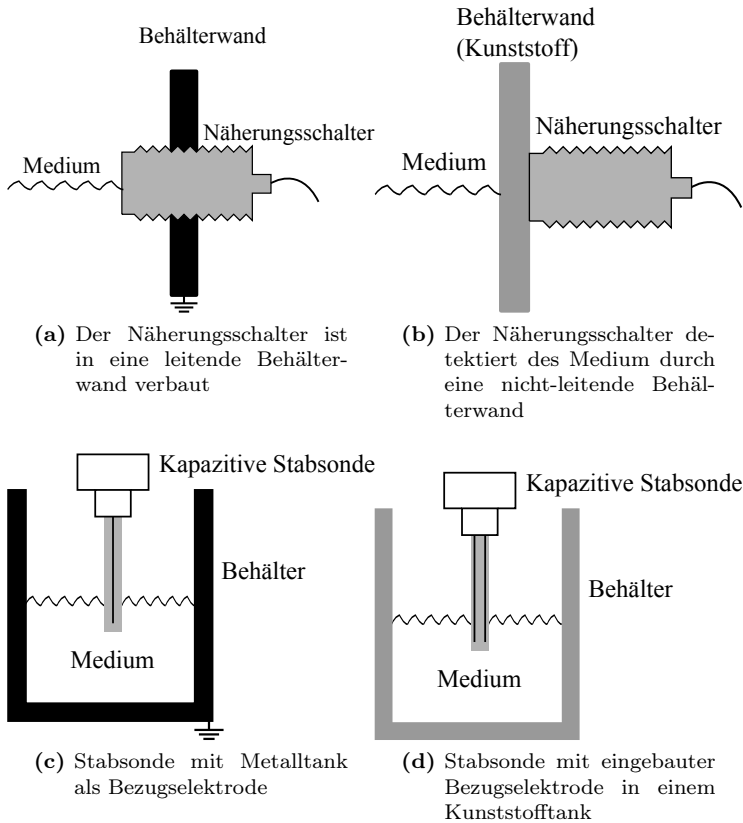


Abbildung 3.1: Übersicht über kapazitive Messverfahren zur Füll- und Grenzstanderkennung

den, wobei zwischen medienberührenden und nicht-medienberührenden Applikationen unterschieden wird.

Als medienberührend sollen hier alle Verfahren bezeichnet werden, bei denen sich der Sensor im direkten Kontakt mit dem Medium befindet, also die Geometrie der Messanordnung fest vorgegeben ist, und zwar unabhängig davon, ob die Elektrode galvanisch mit dem Medium verbunden ist, oder nicht.

Mit nicht-medienberührend werden Sensoren bezeichnet, die das Medium kapazitiv über eine zunächst unbekannte Geometrie, beispielsweise eine im Vorhinein unbekannte Wandstärke, detektieren und erst in der Zielapplikation abgeglichen werden [29]. Abbildung 3.1 zeigt eine Übersicht unterschiedlicher Verfahren zur Füll- und Grenzstandserkennung. Nach obiger Kategorisierung gehören die Abbildungen 3.1a, 3.1c und 3.1d zu den medienberührenden Verfahren. Abbildung 3.1b gehört zu den nicht-medienberührenden Verfahren, da die gezeigte Wanddicke variabel ist. Nicht in der Abbildung aufgeführt, aber ebenfalls möglich, ist der Einbau eines kapazitiven Näherungsschalters in eine nicht-leitende Behälterwand.

3.1 Medienberührende Füll- und Grenzstandserkennung

In [47] werden einige Verfahren zur kapazitiven Füllstandsmessung zusammengefasst. Der Füllstand wird also innerhalb des Messbereichs kontinuierlich überwacht. Allen Verfahren ist gemein, dass durch günstige Elektrodenanordnung eine *region of interest* (ROI) erzeugt wird, deren Einzelkapazitäten ausgewertet werden. Verwendet man hinreichend viele Elektroden, ist es sogar möglich kapazitive Tomographiesysteme zu konstruieren. Hier wird aus der gemessenen Kapazitätsmatrix mit einem geeigneten Rückprojektions-Algorithmus die räumliche Permittivitätsverteilung rekonstruiert [48, 49, 50].

Zur stufenlosen Füllstandsmessung werden sehr oft Stabsonden eingesetzt [51]. Diese können mit relativ wenig Aufwand konstruiert und numerisch oder analytisch beschrieben werden [52, 53, 54]. In [10] wird ein kapazitiver Grenzstandschalter im Metallgehäuse mit Anhaftungs-

erkennung beschrieben, wobei die Elektrode mit einer Kunststoffkappe galvanisch vom Medium getrennt ist. Im Unterschied zu kapazitiven Füllstandsensoren wird bei kapazitiven Grenzstandschaltern kein Füllstand gemessen, sondern die Anwesenheit des Mediums detektiert.

Das Gerät wird entweder direkt im Behälter verschraubt oder mit Hilfe eines Einbauadapters montiert. Eine Induktivität in Reihe zur Messelektrode bildet zusammen mit der Messkapazität und dem leitfähigen Medium einen verlustbehafteten Schwingkreis. Es wird ein Spektrum des Betrages des Sendestroms aufgenommen. Über die Lage des Maximums des Sendestroms werden die Resonanzfrequenz und damit die Kapazität bestimmt. Die Güte des Schwingkreises, bzw. die Amplitude des Stroms bei der Resonanzfrequenz, kann so ebenfalls bestimmt werden und gibt Aufschluss über den Widerstand des kapazitiv gekoppelten Mediums. So lassen sich leitfähige Anhaftungen vom tatsächlichen Grenzstand unterscheiden.

Der Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch, dass der Sensor im Wesentlichen die Kapazität zwischen der Sendeelektrode und dem Gehäuse bzw. dem Einbauadapter misst. Außerdem liegt die verwendete Messfrequenz im niedrigen dreistelligen Megahertz-Bereich. Aufgrund dessen ist der Einsatz dieses Messverfahrens außerhalb eines Behälters mit unbekannter Wandstärke schwierig, da nicht sichergestellt werden kann, dass die Resonanzfrequenz des Systems überhaupt im Messbereich liegt. Des Weiteren ist wegen der Messung der Kapazität zum eigenen Gehäuse die Reichweite des Sensors begrenzt. Damit kann nicht durch dickere Behälterwände gemessen werden, was den Einsatzbereich des Sensors einschränkt.

In [55] und [56] wird ein kapazitives Füllstandmessverfahren mit Hilfe einer Stabsonde beschrieben. Die Sonde besteht aus mehreren Elektrodensegmenten, die jeweils die volle Länge des Stabes einnehmen und deren Kapazität ausgewertet wird. Zur Detektion von Anhaftungen wird das Konzept der „lokalen und globalen elektrischen Felder“ verwendet. Die Kapazität zweier Elektroden mit geringem Abstand wird eher von Materialien in der Nähe des Elektrodenpaares beeinflusst, während ein großer Abstand zwischen den Elektroden die zur Füllstandmessung erforderliche Tiefenwirkung erzeugt. Durch Auswertung der Einzelkapazitäten kann zwischen Leer- und Anhaftungszustand unterschieden

3.1. MEDIENBERÜHRENDE FÜLL- UND GRENZSTANDSERKENNUNG

werden. Das Verfahren hat jedoch den Nachteil, dass bei zu hoher Leitfähigkeit des Mediums die einzelnen Elektroden komplett abgeschirmt werden. Eine Anhaftungserkennung mit einer reinen Kapazitätsmessung ist dann nicht mehr möglich.

Weiterhin ist ein Verfahren zur kapazitiven Füllstandsmessung in Bypassrohren bekannt [57], in dem die eine nicht-induktiv gewickelte, kurzgeschlossene Spule um das Rohr angeordnet ist. „Nicht-induktiv“ bedeutet, dass der Hinfad der Stroms direkt neben dem Rückfad verläuft, sodass sich die Magnetfelder der Leiter gerade kompensieren. Die Gegenelektrode wird hier vom leitfähigen Medium gebildet, wobei in der Publikation bereits wässrige Medien mit geringer Leitfähigkeit, wie beispielsweise Leitungswasser, als leitfähiges Medium bezeichnet werden. Auch hier würde jedoch ein dünner Film eines leitfähigeren Mediums zu einer Abschirmung der Sendeelektrode und damit zu einer Verfälschung des Füllstandes führen.

Auch in der Medizintechnik ist aus hygienischen Gründen der Bedarf nach kontaktlosen Verfahren zur Füllstandsmessung groß. Daher bieten sich auch hier kapazitive Verfahren an. So soll beispielsweise der Füllstand von Urinbeuteln von Patienten, die auf Intensivstationen behandelt werden, gemessen werden, weil die von den Patienten ausgeschiedene Flüssigkeitsmenge von diagnostischer Bedeutung ist [58]. Außerdem können kontaktlose Füllstandsensoren in Trinkgefäßen eingesetzt werden. Durch die Überwachung der Flüssigkeitszufuhr soll eine Dehydrierung des Patienten verhindert werden [59].

Gegebenenfalls wird bei diesen Verfahren der Messwert auch kabellos übertragen, sodass stets mit einer Empfangselektrode gemessen werden muss. Auf die Anhaftungsproblematik wird hier jedoch nicht weiter eingegangen, da die betroffenen Gefäße ohnehin regelmäßig gereinigt oder ausgetauscht werden.

Auch im Gastronomiebereich ist eine solche Anwendung denkbar. Hier könnten „smarte“ Getränkegläser automatisch entsprechenden Nachschub ordern [60]. Aufgrund der kabellosen Übertragung muss auch hier mit einer dedizierten Gegenelektrode gemessen werden, was die Tiefenwirkung der Messung begrenzt. Auch wird, insbesondere bei säurehaltigen und damit leitfähigen Getränken wie zum Beispiel Orangensaft, das rein kapazitive Messverfahren bezüglich Anhaftungs-

erkennung schnell an seine Grenzen stoßen. Ein langsam ablaufender, leitfähiger Flüssigkeitsfilm könnte die Füllstandmessung verfälschen.

Im Automobilbereich wurde vorgeschlagen, einen kapazitiven Füllstandsensoren zur Überwachung der Reinigungsflüssigkeit in der Scheibenwaschanlage einzusetzen [61]. Auch hier wird auf reine Kapazitätsmessung gesetzt, die bereits auf einem integrierten Schaltkreis realisiert ist. Betrachtungen zu möglicher Verschmutzung der Behälterinnenseite mit leitfähigen Anhaftungen sind in der Publikation nicht veröffentlicht.

Des Weiteren gibt es Überlegungen, optische Regensensoren zur Steuerung der Scheibenwischer durch preisgünstigere kapazitive Sensoren zu ersetzen [62]. Hier kann durch Auswertung der gemessenen Kapazität mit einem geeigneten Algorithmus zwischen Unterschiedlichen Niederschlagsarten unterschieden werden. Auch eine Hand, die den Sensor berührt, wird mit Hilfe der Signalverarbeitung ausgeblendet. Betrachtungen zu einer möglichen Verschmutzung der Windschutzscheibe mit Salzwasser bzw. einer Salzkruste sind nicht veröffentlicht.

In der Wasserwirtschaft gibt es ebenfalls Bedarf nach preisgünstigen Füllstandmesssystemen. Aus Gründen der Hygiene bieten sich auch hier kapazitive Verfahren an. In [63] wird ein kapazitiver Sensor zur Füllstandsmessung in großen Trinkwassertanks beschrieben. Der Sensor besteht aus zwei konzentrisch angeordneten Polyethylen-Rohren mit einem Kern aus Aluminium. Die Kapazität dieses Zylinderkondensators verhält sich in guter Näherung linear zum Pegelstand. Zur Füllstandsmessung unterschiedlicher Wassersorten können auch Lamellenkondensatoren eingesetzt werden [64], wobei sich hier zur Kalibrierung des Sensors eine Referenzelektrode im Kontakt mit dem Medium befinden muss. Auf eine Verschmutzung des Sensors wird auch hier nicht weiter eingegangen, obwohl auch der Füllstand von Meerwasser gemessen wurde, welches bereits eine recht hohe Leitfähigkeit aufweist.

Durch [65] wurde ein Verfahren veröffentlicht, das auf einer in der Tankwand eingelassenen Patchantenne basiert. Die Antenne wird mit Frequenzen im niedrigen Gigahertz-Bereich gespeist und das Antwortsignal über einen Empfänger gemessen. Durch die sehr großen Messfrequenzen wird der Medienwiderstand von der Medienkapazität überbrückt, was zu guten Eigenschaften in Sachen Anhaftungserkennung führt. Allerdings muss die Vorrichtung für eine korrekte Funktion zwin-

gend in die Tankwand eingelassen werden, also mehr oder weniger direkten Kontakt mit dem Medium haben.

Eine weitere mögliche Anwendung ist die kapazitive Füllstandsüberwachung der Patronen von Tintenstrahldruckern [66]. Hier wird neben der Kapazität zwischen zwei parallelen Elektroden auch der Verlustfaktor der Kapazität ausgewertet. Die gemessene Kapazität liefert die Füllstandsinformation während der Verlustfaktor zur Identifikation unterschiedlicher Tintensorten verwendet wird.

3.2 Nicht-medienberührende Füll- und Grenzstandserkennung

In diesem Abschnitt sollen Verfahren bzw. Geräte beschrieben werden, bei denen der Abgleich erst nach dem Einbau in die konkrete Applikation erfolgt. Unter diese Kategorie fallen beispielsweise alle kapazitiven Näherungsschalter, die oft zur Grenzstandsüberwachung eingesetzt werden. Es wurden bereits einige interessante Versuche unternommen, Näherungsschalter robuster gegenüber leitfähigen Anhaftungen zu machen.

[67] legt ein kapazitives Verfahren offen, das mit einem kollabierenden Oszillator in einem Frequenzbereich von 4MHz bis 10MHz arbeitet. Durch die erhöhte Arbeitsfrequenz des Sensors kann der konduktive Anteil des Mediums wechselstrommäßig überbrückt werden, sodass das Messsignal wieder von der Kapazität, die vom Medium gebildet wird, abhängt.

Zusätzlich werden zwei Kompensationselektroden so angeordnet, dass die zwischen ihnen gebildete Kapazität vornehmlich von der Behälterwand beeinflusst wird. Mit Hilfe dieser Kapazität wird der Oszillator bei Einbau automatisch so verstimmt, dass eine Justierung des Sensors auf die konkrete Applikation in vielen Fällen nicht erforderlich ist.

Die erhöhte Arbeitsfrequenz ist bezüglich Anhaftungserkennung sicherlich hilfreich, jedoch müsste für eine funktionierende Anhaftungserkennung bei sehr hohen Leitfähigkeiten die Arbeitsfrequenz noch einmal signifikant steigen. Das führt zu erhöhten Störaussendungen der Elektronik und zu Reflexionen des Messsignals an der Messkapazität oder zu stehenden Wellen auf der Versorgungsleitung des Sensors. Auf

diese Weise kann sich der Schalterpunkt des Geräts derart verschieben, dass ein sicherer Betrieb nicht mehr gewährleistet ist.

Ein ähnlicher Ansatz wird von [68] mit einem kapazitiven Grenzstandscharter verfolgt. Hier wird die Kapazität zwischen einem gegenläufig angetriebenen Elektrodenpaar, welches fest im Gerät verbaut ist, mit einem gepulsten Signal beaufschlagt. Die sehr große Flankenteilheit entspricht im Frequenzbereich einer sehr großen Messfrequenz. Durch den Einsatz dieser noch größeren Messfrequenzen lassen sich Anhaftungen mit größerer Leitfähigkeit, als beim zuvor genannten Verfahren, unterdrücken.

Durch eine geringe Wiederholfrequenz der kurzen, schnellen Pulse wird die insgesamt ausgesendete Signalenergie reduziert. Durch den gegenläufigen Antrieb der Elektroden werden parasitäre Effekte und die Störaussendung über das Zuleitungskabel reduziert, sofern die Kapazitäten der beiden Elektroden zur Erde nahezu gleich sind.

Durch die de facto differenzielle Messung entsteht jedoch die Notwendigkeit den Abstand zwischen den Elektroden zu vergrößern, um die erforderliche Tiefenwirkung des elektrischen Feldes zu erzielen. Auch die Fläche der einzelnen Elektroden muss recht groß ausfallen, um eine ausreichende Kopplung durch die Behälterwand ins Medium realisieren zu können. Diese beiden Umstände führen dazu, dass die Baugröße des Messsystems über dem Standardmaß liegt. So wird eine Messung an Bypass-Rohren mit nur geringem Durchmesser erschwert.

In [69] wird ein Verfahren zur Grenzstanderkennung vorgeschlagen, dass nicht auf dem kapazitiven, sondern auf dem induktiven Prinzip basiert. Im Gegensatz zu herkömmlichen induktiven Näherungsschaltern ist hier die Arbeitsfrequenz und die Induktivität der Sendespule jedoch so ausgelegt, dass die Skintiefe nach Gleichung 2.26 im Millimeterbereich liegt.

Das hat den Vorteil, dass die Wirbelstromverluste im Medium und damit das Sensorsignal direkt von der Schichtdicke abhängen. So wird bei korrekter Auslegung der Spule und der Sendefrequenz eine prinzipbedingte Anhaftungserkennung erreicht. Mit Hilfe der Induktivität wird ein Hochfrequenzoszillator aufgebaut. Über einen Gleichrichter wird die Schwingungsamplitude gemessen und aus der Amplitudeninformation ein Schaltsignal generiert.

3.2. NICHT-MEDIENBERÜHRENDE FÜLL- UND GRENZSTANDSERKENNUNG

Dieses Messprinzip hat jedoch den Nachteil, dass das zu detektierende Medium nun, je nach Arbeitsfrequenz, eine gewisse Mindestleitfähigkeit aufweisen muss. Ansonsten ist kein Unterschied zwischen Leer- und Vollzustand messbar. Für nur geringfügig leitfähige Medien müsste die Arbeitsfrequenz wiederum so weit erhöht werden, dass wieder die bekannten Probleme mit Störabstrahlung bzw. Signalreflexionen auftreten. Weiterhin können Wirbelstromverfahren bei bekannter Probengeometrie auch zur Bestimmung der Leitfähigkeit von Elektrolyten eingesetzt werden [70].

Weiterhin gibt es Ansätze, kapazitive Grenzstandscharakteristiken mit einer optimierten Elektrodengeometrie zu konstruieren [71]. Bei diesem Verfahren wird eine Empfangselektrode von einer Sendeelektrode mit einem Signal beaufschlagt und nur die Kapazität zwischen diesem Elektrodenpaar ausgewertet. Jedoch führt auch hier eine leitfähige Anhaftung zu einer Abschirmung der Sende- und Empfangselektrode. Damit wird das System unempfindlich auf Änderungen hinter der leitfähigen Abschirmung, also der Anhaftung.

Außerdem gibt es Versuche mittels einer geeigneten Abgleichvorrichtung [72] kapazitive Näherungsschalter bzgl. ihrer Robustheit gegenüber leitfähigen Anhaftungen zu prüfen und gegebenenfalls neu zu justieren.

Der Sensor wird an einem Kunststoffteil, das eine konstante Dicke aufweist, montiert. Auf der anderen Seite des Wandstückes befindet sich eine Metallelektrode, die über ein Potentiometer mit dem Erdpotential verbunden ist. Über die Positionierung der Empfangselektrode wird der Voll- bzw. Anhaftungszustand simuliert. Der am Potentiometer eingestellte Widerstand, also die gedachte Leitfähigkeit des Mediums, wird so lange reduziert, bis eine Unterscheidung zwischen Voll- und Anhaftungszustand nicht mehr möglich ist.

So lässt sich empirisch eine Obergrenze für die Fähigkeit eines Sensors zur Anhaftungserkennung ermitteln. Die eingestellten Widerstandswerte stellen hier eine Näherung für die Zellkonstante der Anordnung dar. Es wird für die Messung ein Ersatzschaltbild vorausgesetzt,

dass aus einer Kapazität in Reihe zu einem Widerstand besteht.

3.3 Sonstige kapazitive Verfahren

In den Abschnitten 3 und 3 wurde gezeigt, dass rein kapazitive Messverfahren bei leitfähigen Verschmutzungen schnell an ihre Grenzen stoßen. Daher könnte ein möglicher Lösungsansatz sein, nicht nur die Kapazität auszuwerten, sondern die komplexe Impedanz.

Kapazitive Sensorik, gegebenenfalls gekoppelt mit Impedanzspektroskopie, kann verwendet werden, um die elektrischen Eigenschaften eines zu untersuchenden Materials zu ermitteln.

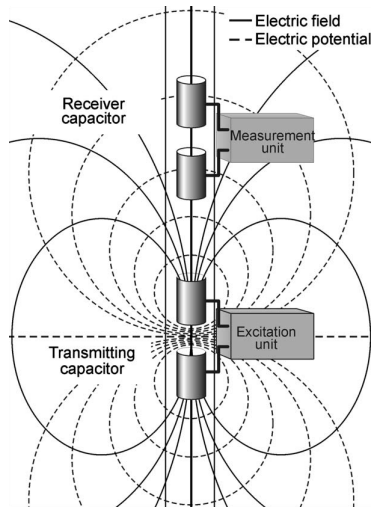


Abbildung 3.2: Sonde zur kontaktlosen Bestimmung der Bodenleitfähigkeit (Graphik übernommen aus [73])

In diesem Abschnitt sollen einige Verfahren vorgestellt werden, in denen Materialeigenschaften berührungslos ermittelt werden. Interessant ist hier insbesondere die elektrische Leitfähigkeit des Materials, da gerade der Fall der leitfähigen Medien in Sachen Anhaftungserkennung immer wieder zu Problemen führt.

All diese Verfahren haben jedoch gemeinsam, dass die Sensorgeo-

metrie vorgegeben ist. So lässt sich meist aus dem ermittelten Realteil der Impedanz die Leitfähigkeit des zu untersuchenden Mediums direkt berechnen. Insbesondere die komplexen elektrischen Eigenschaften unterschiedlich konzentrierter ionischer Lösungen sind von großem wissenschaftlichen Interesse [74].

In der Geologie werden, wie in Abbildung 3.2 gezeigt, kapazitive Stabsonden zur Ermittlung der Leitfähigkeit unterschiedlicher Bodenschichten eingesetzt [73]. Ähnliche Verfahren sind auch bezüglich Füllstandmessung offengelegt [75].

Weiterhin besteht beim Betrieb von Windkraftanlagen das Problem der Vereisung der Rotorblätter bei winterlichen Temperaturen. Um hier effektive Enteisungstechniken einzusetzen soll nicht nur das Vorhandensein von Eis, sondern auch die Art des Eises, detektiert werden.

Hierzu wird in [76] ein Sensor vorgestellt, der aus zwei parallelen Zylinderelektroden besteht, deren komplexe Impedanz ausgewertet wird. Mit der Zeit bilden sich Eisanlagerungen an den Elektroden. Die Kapazität und der Widerstand der beiden Elektroden ist eine Funktion der Eisdicke und der Eissorte.

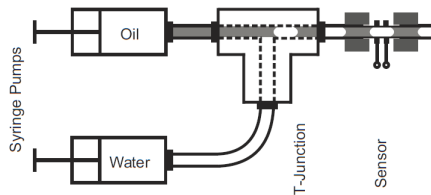


Abbildung 3.3: Kontaktlose Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften von Medien in der Mikrofluidik (Graphik übernommen aus [23])

Auch in der Mikrofluidik werden, wie in Abbildung 3.3 dargestellt, in einem speziell dafür angefertigten Versuchsaufbau mittels Impedanzspektroskopie die Leitfähigkeit einzelner Tropfen des zu untersuchenden Mediums ermittelt [23].

3.4 Kapazitive Näherungsschalter

Als kapazitive Grenzstandschalter werden häufig kapazitive Näherungsschalter eingesetzt. So soll hier eine Untergruppe der kapazitiven Sensoren bezeichnet werden, die der entsprechenden Norm genügen müssen [77]. Die Normierung erfolgt jedoch mit Bezug auf Positionssensorik und ihr Fokus liegt auf der Reproduzierbarkeit und Vergleichbarkeit der durch die Norm festgelegten Parameter. So wird beispielsweise zur Ermittlung des Nennschaltabstandes ein Metalltarget eingesetzt, das mit einem festen Bezugspotenzial verbunden sein muss. Eine denkbare Applikation für kapazitive Näherungsschalter in der Positionssensorik sind beispielsweise berührungslose und damit verschleißfreie Tastfelder oder Handtaster [78].

Die Näherungsschalternorm gibt bestimmte Größen wie beispielsweise den Nennschaltabstand s_n , also den Abstand einer geerdeten Metallplatte von der aktiven Fläche des Näherungsschalters, bei denen der Schalter seinen Schaltzustand ändert, vor. Dieser Abstand muss innerhalb gewisser Toleranzen, zum Beispiel Temperaturänderungen und Fertigungstoleranzen, eingehalten werden.

Außerdem wird, wie in Abbildung 3.4 gezeigt, eine Freizone definiert, also der Mindesteinbauabstand des Sensors zu dämpfenden Werkstoffen. Dieser muss nach hinten mindestens das Dreifache des Nennschaltabstandes betragen und nach außen das Dreifache des Durchmessers d_s der aktiven Fläche. Die Einstellung des Gerätes beim Hersteller erfolgt dann so, dass der Nennschaltabstand in diesen Einbaubedingungen erreicht wird.

Abseits dieser Festlegung ist der Einbau der Geräte in der Applikation mehr oder weniger beliebig, und das Gerät wird in den meisten Fällen auf die Applikation abgeglichen. Die Anwendbarkeit eines Sensors in einer konkreten Applikation hängt demnach von den elektrischen Eigenschaften des Targets und den genauen Einbaubedingungen ab.

Des Weiteren werden auch die Anforderungen an die elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) der Geräte, unter anderem gegen eingestrahelte [79] oder leitungsgebundene [80] elektromagnetische Felder, definiert. In der Positionssensorik lassen sich drei Messverfahren unterscheiden [81, 82], die in Abbildung 3.5 dargestellt sind. Im sogenann-

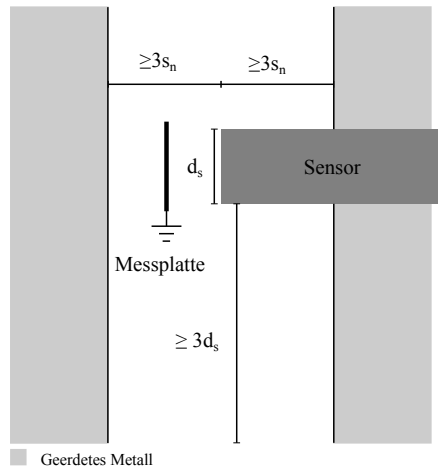


Abbildung 3.4: Einbaubedingungen für einen nicht-bündig einbaubaren kapazitiven Näherungsschalter nach Norm [77]

ten Load-Modus wird ein elektrisches Feld zwischen der Sendeelektrode und dem Target aufgebaut. Es wird im Wesentlichen also die Kapazität zwischen der Elektrode und dem Erdpotential ausgewertet.

Im Shunt-Modus wird ein elektrisches Feld zwischen zwei Elektroden aufgebaut. Ein Objekt zwischen den beiden Elektroden beeinflusst das elektrische Feld und damit die Kapazität zwischen den beiden Elektroden.

Der Transmit-Modus verwendet ebenfalls eine Sende- und eine Empfangselektrode. Im Unterschied zum Shunt-Modus stellt hier jedoch erst das zu detektierende Objekt eine signifikante kapazitive Kopplung zum Empfänger her. Für die Füll- und Grenzstandserfassung gelten im Wesentlichen ähnliche Überlegungen. Das Medium wird als das zu erfassende Target betrachtet. Im Gegensatz zu einem Metalltarget hängt hier jedoch die Kapazitätsänderung nicht nur von der Position, sondern auch von der Leitfähigkeit und der Permittivität des Mediums ab. Aus diesem Grund ist bei kapazitiven Näherungsschaltern der Schalterpunkt stets entweder über ein Potentiometer [3] oder Tasten [2] am Sensor einstellbar.

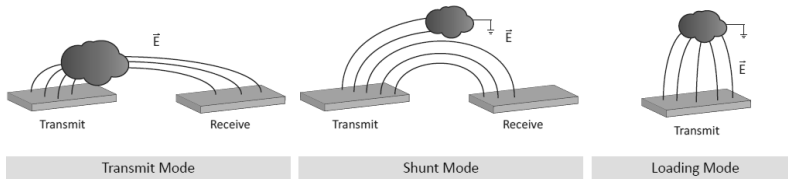


Abbildung 3.5: Illustration der drei Unterschiedlichen kapazitiven Verfahren zur Positionserkennung (Graphik übernommen aus [81])

Zur Erfassung der Sensorkapazität, aus der von der Auswertelektronik des Näherungsschalters ein Schaltsignal generiert wird, werden seit Jahrzehnten unterschiedlichste Verfahren eingesetzt. Zu den klassischen Verfahren gehört der Einsatz von LC-Oszillatorschaltungen [83], wobei die Kapazität des Schwingkreises die Sensorkapazität darstellt und die Induktivität fest vorgegeben ist. Eine Annäherung eines Objektes führt zu einer Änderung der Kapazität und damit auch der Güte des Schwingkreises. Der Schaltungspunkt ist erreicht, wenn die Schwingung aufgrund der zu schlechten Güte zusammenbricht. Ebenso kann die Messkapazität im Rückkopplungspfad einer Verstärkerschaltung platziert werden, um einen kollabierenden Oszillator zu realisieren [29].

Zu den neueren Verfahren, die auch häufig als integrierte Schaltkreise realisiert werden, gehört beispielsweise das direkte Wandeln der Sensorkapazität in einen digitalen Wert. Dieses Verfahren wird *Capacitance-to-Digital-Conversion* (CDC) genannt [84, 85]. Hier wird mit Hilfe eines Sigma-Delta-Modulators [86], einem Integrator und einem Komparator eine Mess- und eine Referenzkapazität geladen bzw. entladen. Am Ausgang des Komparators ergibt sich eine Pulsfolge, die ein Maß für die Differenz der Messkapazität zur Referenzkapazität ist.

Ebenso ist es möglich, anhand der charakteristischen Lade- und Entladezeit eines RC-Elements ein Maß für die Messkapazität zu gewinnen. Eine größere Kapazität erhöht die Zeitkonstante des RC-Elementes und damit auch die Lade- und Entladezeit. Mit Hilfe des *Time-to-Digital-Conversion* (TDC) [87] Verfahrens kann bei bekanntem Widerstand die

Kapazität berechnet werden. Dieses Verfahren lässt sich ebenfalls auf einer integrierten Schaltung realisieren.

Weitere Verfahren sind die Verwendung von Operationsverstärkern, Synchronmodulatoren oder Brückenschaltungen [45].

Mit dem Aufkommen von Industrie 4.0 werden auch kapazitive Näherungsschalter zunehmend intelligenter. So können bereits heute viele Geräte ihren Messwert mit Hilfe von IO-Link, einem asynchronen Kommunikationsprotokoll, über ihren Schaltausgang an einen IO-Link Master übertragen. Auch komplette Parametrierung des Sensors, also beispielsweise die Einstellung des Schaltpunktes, der Hysterese oder die Öffner/Schließer-Funktionalität, können mittels IO-Link konfiguriert werden [88].

Alle bisher beschriebenen Geräte und Verfahren werten die Kapazität bzw. den Betrag der komplexen Impedanz zwischen unterschiedlich angeordneten Messelektroden aus. Bei einem kapazitiven Näherungsschalter bildet oft die Umgebung der Messelektrode die „Gegenelektrode“ aus.

Eine leitfähige Anhaftung verhält sich, abhängig von Messfrequenz und den konkreten Materialeigenschaften, näherungsweise wie ein Metalltarget. Der Gradient des elektrischen Potentials entlang der Oberfläche ist wegen der großen Leitfähigkeit der Anhaftung nahezu Null. Demnach wird durch eine leitfähige Anhaftung das von der Sendelektrode emittierte elektrische Feld abgeschirmt und es ist anhand der gemessenen Kapazität keine Unterscheidung mehr zwischen Voll- und Anhaftungszustand möglich. So kann die Auswertelektronik des Näherungsschalters kein Schaltsignal mehr generieren.

3.5 Offene Fragestellungen zur Anhaftungs- erkennung

Aus den Recherchen geht hervor, dass es im Bereich der Näherungsschalter bereits einige Ansätze zur Anhaftungserkennung gibt, die in Tabelle 3.1 zusammengefasst sind.

Im kapazitiven Bereich wird eine bessere Anhaftungserkennung im Wesentlichen durch eine Erhöhung der Arbeitsfrequenz erreicht, aller-

Tabelle 3.1: Zusammenfassung des Standes der Technik der Anhaftungserkennung bei kapazitiven Näherungsschaltern

Verfahren	Medienkontakt	Anhaftungserkennung	Information über das Medium
Gepulste Anregung	Nein	Verbessert	Nein
Betragspektroskopie mit HF-Schwingkreis	Ja	Verbessert	Ja
Wirbelstrom (Schwingkreis)	Nein	Verbessert	Nein

dings kann hier die Arbeitsfrequenz nicht nach Belieben erhöht werden.

Mit Hilfe des Wirbelstromprinzips lässt sich Anhaftungserkennung auch bei hochleitfähigen Medien realisieren. Das Wirbelstromprinzip funktioniert jedoch nicht bei geringen Leitfähigkeiten, da Medien mit geringer Leitfähigkeit keine ausreichenden Wirbelstromverluste erzeugen. Um auch wenig- oder nicht-leitfähige Medien detektieren zu können, müsste auch hier die Arbeitsfrequenz sehr groß gewählt werden. Die bisher bekannten Verfahren können das gesamte Spektrum an möglichen Problemstellungen also nicht abdecken.

Mit Hilfe von IO-Link oder Anzeige-LEDs am Sensor selbst [89] ist es zwar möglich, eine sich allmählich aufbauende Verschmutzung zu erkennen, jedoch muss bei erkannter Verschmutzung der Sensor stets gereinigt oder ausgetauscht werden, was je nach Anwendungsgebiet aufwändig und teuer sein kann.

Ein möglicher Ausweg aus dieser Problematik könnte die auf Impedanzspektroskopie basierenden berührungslosen Verfahren zur Bestimmung der Leitfähigkeit unterschiedlicher Medien liefern, denn der mit

diesen Verfahren gemessene Realteil der Impedanz ist abhängig von der Geometrie und damit auch der Schichtdicke. Bisher werden diese Verfahren jedoch nur in speziell dafür optimierten Messanordnungen eingesetzt und können daher nicht ohne Änderungen übernommen werden. Beispielsweise sind die elektrischen Eigenschaften der Behälterwand im Vorhinein nicht bekannt und können auch nicht immer ohne weiteres ermittelt werden.

Mit Hilfe der Impedanzspektroskopie soll also ein Verfahren gefunden werden, anhand dessen, gegebenenfalls nach einem Abgleich in der Applikation, der Vollzustand zuverlässig vom Anhaftungszustand unterschieden werden kann. Aufgrund der großen Anzahl an Kombinationen von Geometrie und Materialeigenschaften muss erst ein Modellierungsverfahren gefunden werden, dass die Impedanz dünner leitfähiger Schichten möglichst schnell und effizient darstellen kann.

Die für die Anwendung des gefundenen Verfahrens benötigte Arbeitsfrequenz soll die im Stand der Technik genannten Arbeitsfrequenzen von maximal 10MHz möglichst nicht überschreiten. Weiterhin soll es robust gegenüber störenden Umgebungseinflüssen wie beispielsweise Messrauschen, Änderungen der elektrischen oder geometrischen Eigenschaften der Behälterwand oder parasitären Kapazitäten sein. Des Weiteren muss es möglichst allgemeingültig sein, idealerweise also nur auf grundlegenden Zusammenhängen basieren, um ein möglichst breites Anwendungsgebiet sicherstellen zu können. Außerdem sollen auch Informationen über Wand- und Medieneigenschaften geliefert werden, die ggf. über die IO-Link Schnittstelle eines Sensors ausgegeben werden können.

Neben der Verwendung der Impedanzspektroskopie wäre es weiterhin denkbar induktive und kapazitive Verfahren zu kombinieren, um die Vorteile der beiden Verfahren zu vereinen. Ein solcher Ansatz wird bereits beim Auffinden von Objekten wie Metallrohren oder Holzlaten, die in Wände eingebettet sind, eingesetzt [90]. Auch die Detektion von Passagieren auf Autositzen bzw. deren Unterscheidung von anderen Objekten mit ähnlichen elektrischen Eigenschaften ist ein mögliches Anwendungsgebiet [91]. Dennoch wird in dieser Arbeit der rein kapazitive Ansatz in Verbindung mit Impedanzspektroskopie verfolgt, da die Verwendung spektroskopischer Verfahren mit angeschlossenen

Parameterextraktionsmethoden genaue Rückschlüsse auf die zugrunde liegenden Prozesse zulassen. Auf diese Weise lassen sich auch die Grenzen rein kapazitiver Messverfahren aufzeigen. Bisher ist auch kein Verfahren bekannt, das es erlaubt, berührungslos ein Maß für die elektrische Leitfähigkeit des Mediums bei unbekanntem Wandmaterial zu gewinnen. Bei bekannten Verfahren werden speziell dafür optimierte Versuchsaufbauten eingesetzt um die Leitfähigkeit direkt aus dem Realteil der komplexen Impedanz zu gewinnen. Bei unbekannter Wanddicke bzw. unbekanntem Verlustfaktor des Wandmaterials ist die Verwendung dieser Verfahren schwierig.

Kapitel 4

Lösungsansatz

In diesem Kapitel wird ein Lösungsansatz für die Anhaftungserkennung vorgestellt, der auf der Impedanzspektroskopie basiert. Zunächst werden die Herausforderungen bzgl. der Unterscheidbarkeit zwischen Anhaftungs- und Vollzustand bei der Erkennung leitfähiger Medien anhand des Betrages der komplexen Impedanz dargestellt. Ein Lösungsansatz wird im Anschluss vorgestellt. In Kapitel 6 wird mit den in Kapitel 5 geschaffenen Modellierungswerkzeugen ein Verfahren zur Anhaftungserkennung entwickelt.

4.1 Darstellung der Problematik

Kapazitive Näherungsschalter werten im Wesentlichen den Betrag der komplexen Impedanz $|\underline{Z}|$ zwischen ihrer Messelektrode und ihrer Umgebung aus, also einer gedachten Elektrode, die auf Erdpotenzial liegt [78, 81].

Abbildung 4.1 zeigt eine stark vereinfachte Skizze eines Behälters samt Messelektrode. Im Leerzustand kann die Impedanz zwischen Elektrode und Erdpotenzial vereinfachend durch eine einzige Kapazität C_L beschrieben werden. Wird der Behälter mit einem leitfähigen Medium gefüllt, lässt sich die Impedanz in erster Näherung durch eine Wandkapazität C_W , eine Medienkapazität C_{M1} und einen Medienwiderstand

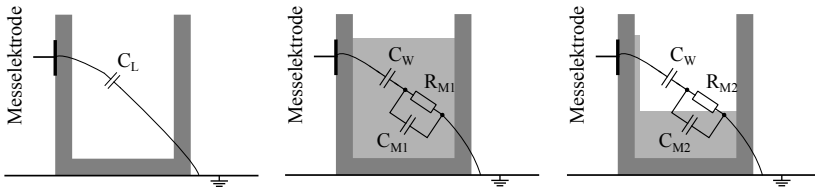


Abbildung 4.1: Darstellung der Anhaftungsproblematik bei leitfähigen Medien. C_L : Sensorkapazität im Leerzustand. C_W : Wandkapazität bei Voll- bzw. Anhaftungszustand. C_{M1} : Medienkapazität im Vollzustand. C_{M2} : Medienkapazität im Anhaftungszustand. R_{M1} : Medienwiderstand im Vollzustand. R_{M2} : Medienwiderstand im Anhaftungszustand.

R_{M1} beschreiben. Ist nun statt des tatsächlichen Vollpegels nur eine leitfähige Anhaftung vorhanden (Anhaftungsfall), bleibt C_W davon im Wesentlichen unverändert. Die Kapazität C_{M2} im Anhaftungsfall ist kleiner, als C_{M1} , da sich mehr Luft zwischen Elektrode und Erdpotential befindet. Der Widerstand R_{M2} im Anhaftungsfall ist größer, als R_{M1} , da der gedachte Leitungsquerschnitt des Mediums geringer wird.

Abbildung 4.2 zeigt den Betrag der komplexen Impedanz für die drei Fälle „Leer“, „Anhaftung“ und „Voll“ jeweils für Leitfähigkeiten des Mediums von $2 \frac{mS}{cm}$ in Abbildung 4.2a und $20 \frac{mS}{cm}$ in Abbildung 4.2b. Die Impedanz wurde mit Hilfe des analytischen Modells berechnet, das in Kapitel 5 vorgestellt werden wird.

Es können, wie in Abbildung 4.3 gezeigt, im Wesentlichen drei Frequenzbereiche unterschieden werden. Bei kleinen Frequenzen (Abbildung 4.3a) dominiert die Koppelkapazität zwischen Elektrode und Medium den Betrag der Impedanz. Außerdem beginnt neben dem Verschiebungsfluss ein Strom zu fließen, der von der Leitfähigkeit des Mediums abhängt.

Wird die Frequenz weiter erhöht (Abbildung 4.3b), steigt der Verschiebungsfluss im Medium proportional zur Frequenz an. Sein Anteil gegenüber dem konduktiv bedingten Strom wächst, ist aber noch nicht dominant. Dieser Bereich ist der Übergangsbereich zwischen zwei für den Sensor sichtbaren Kapazitäten.

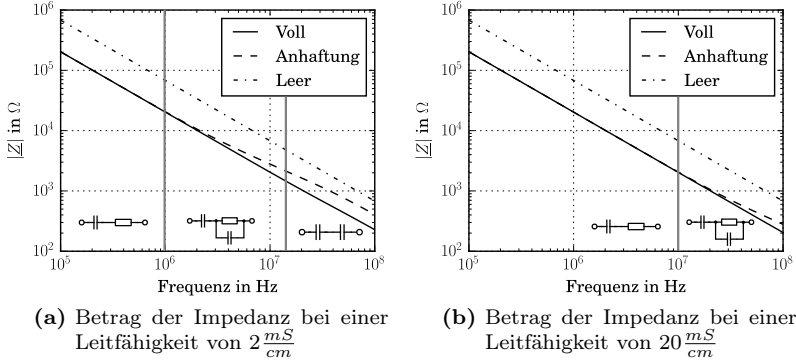


Abbildung 4.2: Beispielhafter Verlauf des Betrags der Impedanz zwischen Elektrode und Erdpotenzial bei Anwesenheit eines leitfähigen Mediums

Bei weiterer Erhöhung der Frequenz (Abbildung 4.3c) wird das Spektrum von der Reihenschaltung zwischen der Wandkapazität und der Medienkapazität dominiert. Der Strom durch C_{M1} ist nun wesentlich größer, als der Strom durch R_{M1} .

Um nur anhand des Betrags der Impedanz zwischen Anhaftungs- und Vollzustand zu unterscheiden, muss die Messfrequenz idealerweise so gewählt werden, dass das Betragsspektrum von der Reihenschaltung von Wand und Medienkapazität dominiert wird, da im Betrag der Impedanz nur die Medienkapazität signifikant von der Schichtdicke des Mediums abhängt.

Außerdem ist in Abbildung 4.2 zu erkennen, dass die für die Unterscheidbarkeit notwendige Messfrequenz sich bei ansonsten konstanter Umgebungsgeometrie in guter Näherung proportional zur Leitfähigkeit des Mediums verhält, denn in Abbildung 4.2a beginnt die Unterscheidbarkeit der Vollkurve und der Anhaftungskurve ab einer Frequenz größer 1MHz. In Abbildung 4.2b ist schon eine Frequenz von mindestens 10MHz nötig.

Um bei dieser gegebenen Geometrie bei einer Leitfähigkeit von

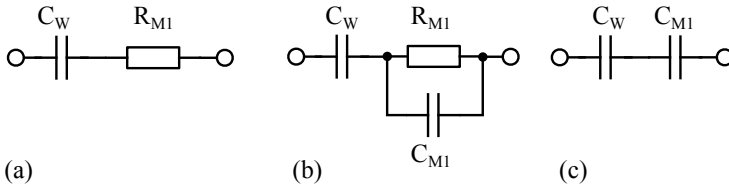


Abbildung 4.3: Wirksamkeit einzelner Komponenten eines Ersatzschaltbildes über die Frequenz am Beispiel des Vollzustands. (a): Geringe Messfrequenz. Wandkapazität und Medienwiderstand dominieren. (b): Mittlere Messfrequenz, Strom durch die Medienkapazität steigt. (c): Hohe Frequenz, nur die Kapazitäten sind noch relevant.

$200 \frac{mS}{cm}$ Anhaftungserkennung möglich zu machen, müsste die Messfrequenz mindestens auf etwa 100MHz erhöht werden. Das ist unter Gesichtspunkten der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) ungünstig, da viele Näherungsschalter an langen Versorgungskabeln, typischerweise sind diese etwa zwei Meter lang [92], betrieben werden. Oftmals ist dieses Kabel Teil der Messstrecke und darf daher nicht mit zu hohen Frequenzen beaufschlagt werden.

Um dieses Problem zu umgehen, kann auf rein differenzielle Messverfahren zurückgegriffen werden. Dazu müssten die beiden differenziell messenden Elektroden so ausgelegt sein, dass ihre Kapazität zum Erdpotential hin nahezu identisch ist. Werden die beiden Elektroden dann mit Wechselspannungen angetrieben, die um 180° gegeneinander verschoben sind, wird der fließende Strom nur noch von der Kapazität zwischen den Elektroden beeinflusst.

Allerdings ist dann durch die differenzielle Elektrodenanordnung keine ausreichende Eindringtiefe des elektrischen Feldes in das Medium gegeben, sodass der Abstand zwischen den differenziell messenden Elektroden groß werden muss. Des Weiteren wird bei sehr großen Messfrequenzen auch die Stromaufnahme der Sensorschaltung erhöht, da der Imaginärteil des Stroms durch eine Kapazität proportional zur Frequenz ist.

4.2 Darstellung des Lösungsansatzes

Stellt man dagegen die Impedanzdaten, wie in den Abbildungen 4.4a und 4.4b gezeigt, in einer komplexen Ortskurve dar, so zeigt sich eine deutliche Unterscheidbarkeit zwischen dem Voll- und dem Anhaftungszustand schon in einem Frequenzbereich, wo in Abbildung 4.2 noch kein Unterschied zu erkennen war.

Insbesondere im niederfrequenten Bereich, wo die Ortskurve eine Gerade bildet, sind die drei Zustände nun deutlich unterscheidbar, was bisher im Stand der Technik so nicht gegeben war. Dort wurde bis jetzt auf eine Erhöhung der Messfrequenz bzw. alternative Messprinzipien, wie das Wirbelstromprinzip, gesetzt, um eine Anhaftung vom tatsächlichen Vollpegel zu unterscheiden.

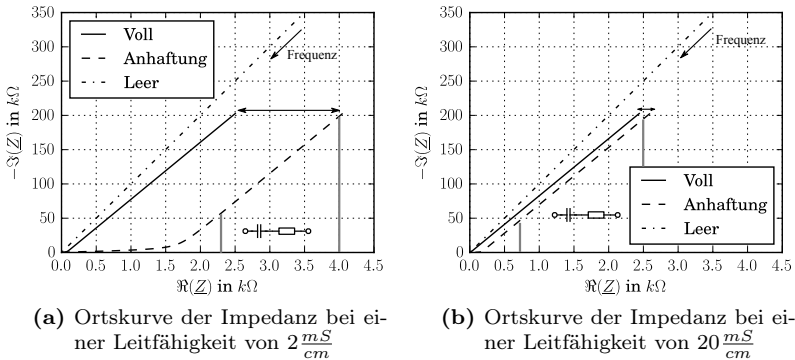


Abbildung 4.4: Beispielhafter Verlauf der Ortskurven für die Impedanz zwischen Elektrode und Erdpotential bei Anwesenheit eines leitfähigen Mediums

Wie in Abbildung 4.4 gezeigt ist der Realteil im niederfrequenten Bereich abhängig von der Schichtdicke und der Leitfähigkeit des Mediums. Verringert sich die Leitfähigkeit des Mediums bei gleichbleibender Geometrie, so erhöht sich der für den Sensor „sichtbare“ Widerstand, was zu einer Verschiebung der niederfrequenten Gerade zu größeren Realteilen führt. Erhöht sich die Schichtdicke des Mediums, so ist auch

mehr leitfähiges Material in der Nähe der Sensorelektrode, was zu einem kleineren Widerstand führt. Damit verschiebt sich die niederfrequente Gerade zu kleineren Realteilen. Um sich diesen Effekt zunutze zu machen, wird in dieser Arbeit vorgeschlagen, durch Extrapolation der niederfrequenten Gerade den Schnittpunkt mit der $\Im(Z) = 0$ -Achse zu bestimmen.

Dieser Parameter wäre jedoch als alleinige Messgröße nicht ausreichend, da sowohl im Leerzustand, als auch im Vollzustand bei einem hochleitfähigen Medium der Realteil der Impedanz nahezu unverändert bleibt. Als Konsequenz muss das Messsystem auch den Betrag der Impedanz bzw. die Kapazität auswerten, um auch Voll- und Leerzustand zuverlässig unterscheiden zu können. Mit dieser zusätzlichen Messgröße ließen sich auch weitere Informationen beispielsweise über die elektrischen Eigenschaften der Tankwand, an der der Sensor angebracht ist, gewinnen.

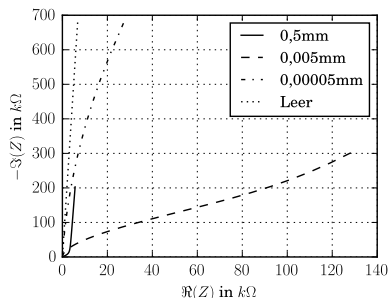


Abbildung 4.5: Ortskurven des Grenzübergangs zwischen Anhaftungs- und Leerzustand

Abbildung 4.5 zeigt die Ortskurve für eine logarithmisch dünner werdende Anhaftung. Für dünner werdende Schichten, wird der ihnen zugeordnete Widerstand größer, was zu einer Vergrößerung des Radius des RC-Elements führt (vgl. Abbildung 2.3 in Abschnitt 2.2.1). Eine weitere Verringerung der Schichtdicke führt zu einer Verringerung der Krümmung und zu einer asymptotischen Annäherung an die Ortskurve des Leerzustands. Damit ist eine Unterscheidung zwischen Voll- und

Leerzustand anhand des Betrages der Impedanz, also anhand der Länge der Verbindungslinie vom Nullpunkt der Ortskurve, möglich.

Im Laufe dieser Arbeit wird gezeigt, dass aus der komplexen Impedanz extrahierte Parameter als Maß für die Schichtdicke des Mediums und damit als Kriterium für das Vorhandensein einer Anhaftung verwendet werden können. Außerdem wird in Abschnitt 6.3 gezeigt, dass diese Parameter verwendet werden können, um Rückschlüsse auf die Wand- und Medieneigenschaften zu ziehen.

Da bei der Anwendung kapazitiver Näherungsschalter zur Grenzstanderkennung eine große Anzahl an Kombinationen von Materialeigenschaften, Geometrien und Frequenzen möglich sind, besteht die Notwendigkeit, schnell die komplexe Impedanz für eine Vielzahl an Parameterkombinationen zu berechnen. Dazu bietet sich eine analytische Modellierung auf Basis einer Geometrie an, die die wesentlichen Eigenschaften der Anhaftungsproblematik abbildet. Eine solche Modellierung kommt mit kürzeren Berechnungszeiten aus, als Finite-Elemente Methoden und ist robuster gegenüber Diskretisierungseffekten.

Bei der analytischen Modellierung wird zunächst auf Basis der Kontinuitätsgleichung (vgl. Gleichung 2.13) der elektrischen Stromdichte ein analytisches Modell mit vereinfachter Geometrie erstellt, mit dessen Hilfe die Impedanz kapazitiv gekoppelter, dünner und leitfähiger Schichten berechnet werden kann.

Anhand der berechneten komplexen Impedanz wird ein Verfahren entwickelt, mit dem zum einen ohne eine Erhöhung der Messfrequenz der Vollzustand vom Anhaftungszustand unterschieden werden kann und zum anderen Rückschlüsse über die Leitfähigkeit des Mediums gezogen werden kann. Insbesondere ist es wichtig, dass sich das Unterscheidungskriterium monoton zur Schichtdicke verhält. Außerdem wird der Einfluss unterschiedlicher Größen, wie der Arbeitsfrequenz, der Wandeigenschaften und des Messrauschens untersucht.

Zur experimentellen Verifizierung wird ein Versuchsaufbau hergestellt, der es erlaubt, dünne Schichten aus wässrigen Medien zu erzeugen. Die Impedanz wird mit Hilfe eines kommerziellen Impedanzanalyzers gemessen. Begleitend dazu wird ein FE-Modell des Versuchsaufbaus erstellt, das dazu dient, die in der Messung auftretenden Effekte nachzuvollziehen. Für diese Aufgabe sind FE-Modelle besser geeignet,

da hier auch die komplexere Geometrie des Versuchsaufbaus modelliert werden kann. Außerdem können mit dem FE-Modell des Versuchsaufbaus Einflussgrößen, wie beispielsweise eine Änderung seiner Materialeigenschaften, simuliert werden, die am tatsächlichen Versuchsaufbau wenn überhaupt nur mit erheblichem Aufwand zu ändern sind. Das Zusammenwirken der unterschiedlichen Modelle und Messungen wird in Abbildung 1.2 zusammengefasst.

Kapitel 5

Modellierung

Um ein Verfahren zur Anhaftungserkennung auf Basis der Impedanzspektroskopie entwickeln zu können, muss zunächst ein Modell erstellt werden, mit dem die Impedanz dünner leitfähiger Schichten schnell über möglichst viele Kombinationen von Materialeigenschaften und Geometrien berechnet werden kann. Das kann in Abschnitt 5.1 mit Hilfe eines analytischen Modells, das auf der Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte basiert, realisiert werden. Um das Verhalten der berechneten Spektren breitbandig charakterisieren zu können, wird in Abschnitt 5.2 ein Verhaltensmodell erstellt, dessen Parameter mit Hilfe einer nichtlinearen Regression ermittelt werden. Mit diesem Modell wird in Kapitel 6 ein Verfahren zur Anhaftungserkennung entwickelt. In Kapitel 7 werden Messungen durchgeführt, um das entwickelte Verfahren zur Anhaftungserkennung zu verifizieren. Zur Validierung bzw. Glättung von Messdaten wird in Abschnitt 5.3 ein Verfahren beschrieben, das auf einem modifizierten Kramers-Kronig Regressionsalgorithmus basiert.

5.1 Impedanz dünner, leitfähiger Schichten

5.1.1 Modellierungsansatz

Um den Einfluss leitfähiger Medien untersuchen zu können, wurde ein rotationssymmetrisches Modell erstellt, das in drei Bereiche mit unterschiedlicher Leitfähigkeit und Permittivität aufgeteilt ist. Der Sensor wird in Abbildung 5.1 durch eine Elektrode mit dem Radius c repräsentiert, die durch einen Luftspalt der Länge $l - c$ von der Masse des Aufbaus getrennt ist. Bereich 1 ist hier eine isolierende Barriere, durch die die Elektrode vom zu untersuchenden Medium in Bereich 2 getrennt ist. Bereich 3 repräsentiert den Raum hinter der leitfähigen Schicht, der typischerweise Luft ist. Ausgangspunkt für die Modellierung ist die Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte \vec{J} für ein quellenfreies Gebiet [14]:

$$\oint_F \vec{J} d\vec{F} = \oint_F \left(\sigma \vec{E} + j\omega\epsilon_0\epsilon_r \vec{E} \right) d\vec{F} = 0 \quad (5.1)$$

Mit der Leitfähigkeit σ , der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 , der relativen Permittivität ϵ_r , der imaginären Einheit j , dem Flächenelement $d\vec{F}$ und der elektrischen Feldstärke \vec{E} . Vereinfachend erfolgt eine Beschränkung auf zeitharmonische Vorgänge mit der Kreisfrequenz ω . Der linke Summand ist die leitungsgebundene Stromdichte $\sigma \vec{E}$, der rechte Summand die dielektrische Verschiebungsstromdichte $j\omega\epsilon_0\epsilon_r \vec{E}$. Aus Gleichung 5.1 ist erkennbar, dass die Summe aller Ströme, die in den betrachteten Bereich herein- oder herausfließen gleich Null sein muss, sofern sich die Ladungsmenge darin nicht zeitlich ändert [14]. Mit dem Satz von Gauß wird aus Gleichung 5.1:

$$\int_V \operatorname{div} \left(\sigma \vec{E} + j\omega\epsilon_0\epsilon_r \vec{E} \right) dV = 0 \quad (5.2)$$

Mit dV : Volumenelement

Vereinfachend wird angenommen, dass die Materialeigenschaften in den einzelnen Teilgebieten isotrop sind. Des Weiteren kann die elektrische Feldstärke als Gradient eines elektrischen Skalarpotenzials φ dargestellt werden [14]. Man substituiert also $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$ in Gleichung 5.2 und erhält:

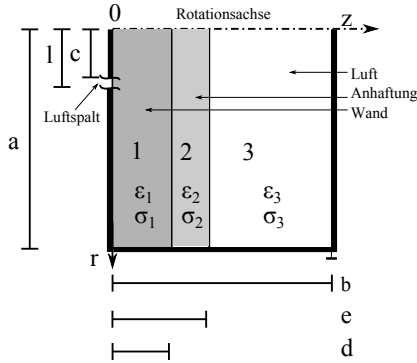


Abbildung 5.1: Skizze der Geometrie für die analytische Modellierung

$$-(\sigma + j\omega\epsilon_0\epsilon_r)\Delta\varphi = 0 \quad \text{mit } \Delta\varphi = \text{divgrad } \varphi \quad (5.3)$$

Der Ansatz führt auf eine Laplace-Gleichung. Da es sich um ein rotationssymmetrisches (vgl. Abbildung 5.1) Modell handelt, muss der Laplace-Operator Δ in Zylinderkoordinaten definiert werden. Mit [93] ergibt sich die zu lösende Differenzialgleichung:

$$\Delta\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (5.4)$$

Mit den Ortskoordinaten r und z (s. Abbildung 5.1).

5.1.2 Bestimmung des elektrischen Potentials

Die Lösung von Gleichung 5.4 erfolgt mittels des Ansatzes der Separation der Variablen [13] und wird in [94] wie folgt angegeben:

$$\varphi_n(r, z) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(q_{i,n}r) \cdot [A_{i,n} \cdot \sinh(q_{i,n}z) + B_{i,n} \cdot \cosh(q_{i,n}z)] \quad (5.5)$$

Mit den Koeffizienten $q_{i,n}$, $A_{i,n}$ und $B_{i,n}$. $J_0(r)$ ist die Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung. Der Index n repräsentiert die

Regionen in Abbildung 5.1. Es müssen insgesamt neun Koeffizienten bestimmt werden. Zunächst werden die Randbedingungen für das Modell festgelegt. Um die Elektrode abbilden zu können, werden Dirichlet-Randbedingungen [12] verwendet, wobei am linken Rand des Modells mit konstantem Potenzial u_0 auf der Elektrode der folgende Zusammenhang angenommen wird:

$$\varphi(r, 0) = \begin{cases} u_0 & 0 \leq r \leq c \\ u_0 - \frac{u_0}{l-c}(r - c) & c < r \leq l \\ 0 & l < r \leq a \end{cases} \quad (5.6)$$

Dieser lineare Abfall des Potenzials entspricht einer konstanten elektrischen Feldstärke, wie sie auch bei einem idealen Plattenkondensator vorkommt. Auf den beiden anderen Rändern in Abbildung 5.1 wird vereinfachend das Potenzial auf 0V festgelegt:

$$\varphi(a, z) = 0 \text{ für } 0 \leq z \leq b \quad (5.7)$$

$$\varphi(r, b) = 0 \text{ für } 0 \leq r \leq a \quad (5.8)$$

Man setzt Gleichung 5.7 in Gleichung 5.5 ein und erhält:

$$\varphi(a, z) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(q_{i,n}a) \cdot [A_{i,n} \cdot \sinh(q_{i,n}z) + B_{i,n} \cdot \cosh(q_{i,n}z)] = 0 \quad (5.9)$$

Dieser Ausdruck wird nur dann zu Null, wenn der folgende Zusammenhang gilt [94]:

$$q_{i,n} = \frac{\alpha_{0,m}}{a} \quad (5.10)$$

$\alpha_{0,m}$ ist die m-te Nullstelle der Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung. Dieser Zusammenhang gilt für alle $q_{i,n}$, weil der Rand aus Gleichung 5.7 alle drei Gebiete durchläuft. Daher ist es ausreichend, statt $q_{i,n}$ nur noch q_i zu schreiben. Als nächstes wird Gleichung 5.6 in Gleichung 5.5 eingesetzt:

$$\varphi(r, 0) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(q_i r) \cdot B_{i,1} = \begin{cases} u_0 & 0 \leq r \leq c \\ u_0 - \frac{u_0}{l-c}(r-c) & c < r \leq l \\ 0 & l < r \leq a \end{cases} \quad (5.11)$$

Um $B_{i,1}$ bestimmen zu können, kann die Funktion $\varphi(r, 0)$ in Form einer Fourier-Bessel-Reihe dargestellt werden. Die Berechnung wird dann wie folgt für jeden der drei Fälle durchgeführt [11]:

$$B_{i,1} = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot (a \cdot J_1(q_i a))^2} \cdot \int_0^a r \cdot \varphi(r, 0) \cdot J_0(q_i r) dr \quad (5.12)$$

Mit Hilfe von [95] ergibt sich die folgende Lösung:

$$\begin{aligned} B_{i,1} = & \frac{1}{0,5 \cdot (a J_0(q_i a))^2} \cdot \left[\frac{u_0 c}{q_i} \cdot J_0(q_i c) + \frac{1}{2q_i^2 \cdot (c-l)} \right. \\ & \cdot (lu_0 \cdot (\pi H_1(q_i l) \cdot J_0(q_i l) - J_0(q_i l) \cdot \pi H_0(q_i l))) - \frac{1}{2q_i^2 \cdot (c-l)} \\ & \left. \cdot (cu_0 \cdot (\pi H_1(q_i c) \cdot J_0(q_i c) - J_1(q_i c) \cdot (2q_i(l-c) + \pi H_0(q_i c)))) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

H_0 und H_1 sind die Struve-Funktionen [95]. Die fehlenden 5 Konstanten, für Gleichung 5.5 für die 3 Gebiete aus Abbildung 5.1, können nun mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems ermittelt werden. Unter der Annahme, dass auf den beiden Grenzflächen zwischen den Gebieten 1 und 2 bzw. 2 und 3 die Ladungsmenge zeitlich konstant ist, werden nach [12] für das Potenzial auf den Grenzflächen die folgenden Zusammenhänge angenommen:

$$\varphi_1(r, d) = \varphi_2(r, d) \quad (5.14)$$

$$\varphi_2(r, e) = \varphi_3(r, e) \quad (5.15)$$

Ebenso sind dann die Normalkomponenten der Stromdichte $J_{n,norm}$ stetig. Das führt nach [12] zu folgenden Bedingungen:

$$J_{1,norm}(r, d) = J_{2,norm}(r, d) \quad (5.16)$$

$$J_{2,norm}(r, e) = J_{3,norm}(r, e) \quad (5.17)$$

Zusammen mit der Randbedingung aus Gleichung 5.8 ergeben sich die fünf benötigten Gleichungen. Für die Stromdichte gilt außerdem der Zusammenhang:

$$\vec{J}_n = -j\omega\epsilon_n\epsilon_0 \text{ grad}\varphi \quad (5.18)$$

Mit der komplexen Permittivität [12]:

$$\epsilon_n = \epsilon_n - j \frac{\sigma_n}{\omega\epsilon_0} \quad (5.19)$$

Aufgrund der Verwendung einer komplexen Permittivität müssen die Koeffizienten der allgemeinen Lösung sowie alle Feldgrößen nun auch als komplexwertig angenommen werden. Zunächst setzt man die Gleichungen 5.14, 5.15 und 5.8 in Gleichung 5.5 ein. Anschließend wird zuerst Gleichung 5.5 in Gleichung 5.18 eingesetzt. In diesen Zusammenhang können dann die Bedingungen aus Gleichung 5.16 und 5.17 eingesetzt werden. Man erhält ein komplexes lineares Gleichungssystem $\underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}}$ (s. Gleichungen 5.20 und 5.21), dessen Lösung die fehlenden Koeffizienten liefert.

$$\underline{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \sinh(q_i b) & \cosh(q_i b) \\ 0 & -\sinh(q_i e) & -\cosh(q_i e) & \sinh(q_i e) & \cosh(q_i e) \\ \sinh(q_i d) & -\sinh(q_i d) & -\cosh(q_i d) & 0 & 0 \\ 0 & -\epsilon_2 \cdot \cosh(q_i e) & -\epsilon_2 \cdot \sinh(q_i e) & \epsilon_2 \cdot \cosh(q_i e) & \epsilon_2 \cdot \sinh(q_i e) \\ -\epsilon_1 \cdot \cosh(q_i d) & \epsilon_2 \cdot \cosh(q_i d) & \epsilon_2 \cdot \sinh(q_i d) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

$$\underline{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -B_{i,1} \cdot \cosh(q_i d) \\ 0 \\ \epsilon_1 \cdot B_{i,1} \cdot \sinh(q_i d) \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

$$\underline{\mathbf{x}} = [\underline{A}_{i,1} \ \underline{A}_{i,2} \ \underline{B}_{i,2} \ \underline{A}_{i,3} \ \underline{B}_{i,3}]^T \quad (5.22)$$

Eine ausführlichere Beschreibung befindet sich im Anhang (Abschnitt A.1). Durch die Verwendung komplexer Zahlen in den Materialeigenschaften wird die Lösung elektrischen Potentials $\underline{\varphi}$ ebenfalls komplexwertig.

5.1.3 Bestimmung der Sensorimpedanz

Im vorherigen Abschnitt wurde ein analytischer Zusammenhang für das elektrische Potential für die Geometrie in Abbildung 5.1 hergeleitet. Nun wird mit Hilfe des Potentials ein Ausdruck für die Sensorimpedanz in Abhängigkeit von der Geometrie, der Arbeitsfrequenz und den Materialeigenschaften hergeleitet. Hier bezeichnet der Begriff „Sensorimpedanz“ die Impedanz zwischen der Elektrode und der Masse am Rand des Modells. Um diese bestimmen zu können, muss zunächst der Strom \underline{I} durch die Elektrode ermittelt werden. Das erfolgt durch Integration der Normalkomponente der Stromdichte \vec{J}_1 , die in der Elektrodenebene in positive z -Richtung in den betrachteten Bereich hinein fließt. Um Gleichung 5.18 zur Berechnung der Stromdichte heranziehen zu können, muss zunächst die Lösung für das elektrische Potential (Gleichung 5.5) in den Zusammenhang $\underline{\vec{E}} = -\text{grad}\underline{\varphi}$ eingesetzt werden. So ergibt sich das folgende Integral:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= - \int_F j\omega\epsilon_0\epsilon_1 \text{grad}\underline{\varphi}_1 d\vec{F} \\ &= -j\omega\epsilon_0\epsilon_1 \int_F \text{grad}\underline{\varphi}_1 d\vec{F} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Für die Berechnung des Stroms ist nur der Anteil der Stromdichte relevant, der durch die Elektrode fließt, also senkrecht darauf steht. Die Elektrodenfläche ist ein Kreis in der r -Ebene für $z = 0$, also ist nur die Normalkomponente $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ des elektrischen Feldes relevant. Das Flächenelement für eine solche Ebene ist $d\vec{F} = r dr d\beta$ mit dem Winkel β [93]. Man leitet also $\underline{\varphi}_1(r, z)$ nach z ab und setzt das Ergebnis für $z = 0$ in Gleichung 5.23 ein:

$$\underline{I} = -j\omega\epsilon_0\epsilon_1 \int_0^{2\pi} \int_0^c \sum_{i=1}^{\infty} q_i \underline{A}_{i,1} J_0(q_i r) r dr d\beta \quad (5.24)$$

Die Lösung des äußeren Integrals ist 2π , weil der Integrand eine

Konstante im Bezug auf β ist. q_i und $\underline{A}_{i,1}$ sind Konstanten und können vor das Integral gezogen werden. Das so übrig bleibende Integral $\int r J_0(q_i r) dr$ wird mit [13] gelöst. Damit lautet die Lösung für den Strom wie folgt:

$$\underline{I} = -2\pi c j \omega \epsilon_0 \epsilon_1 \sum_{i=1}^{\infty} \underline{A}_{i,1} J_1(q_i c) \quad (5.25)$$

Durch die Integration entfällt q_i aufgrund der Kettenregel. Die komplexe Impedanz \underline{Z} wird dann mit dem in den Randbedingungen vorgegebenen Potenzial u_0 über $\underline{Z} = \frac{u_0}{\underline{I}}$ berechnet:

$$\underline{Z} = -\frac{u_0}{2\pi c j \omega \epsilon_0 \epsilon_1 \sum_{i=1}^{\infty} \underline{A}_{i,1} J_1(q_i c)} \quad (5.26)$$

Die Informationen über Materialeigenschaften und Geometrie sind im Parameter $\underline{A}_{i,1}$ enthalten. Alle anderen Koeffizienten dienen zur Berechnung der Potenzialverteilung bzw. der Ströme durch die anderen Ränder des Modells. Die praktische Implementierung wurde mit Hilfe von [96] und [97] in Python durchgeführt [98, 99, 100, 101]. Die Berechnung der restlichen Koeffizienten sowie die Berechnung der Feldgrößen ist im Anhang (Abschnitt A.1 bzw. A.2) beschrieben.

5.1.4 Vergleich mit der FE-Methode

In den Abschnitten 5.1.2 und 5.1.3 wurden analytische Ausdrücke für das elektrische Potenzial in Gleichung 5.5 und die Sensorimpedanz in Gleichung 5.26 hergeleitet. Jetzt soll mit Hilfe eines FE-Modells mit identischer Geometrie das Ergebnis der Berechnungen überprüft werden. Da es sich beim analytischen Ergebnis um eine unendliche Reihe handelt, muss auch der Einfluss des Reihenabbruchs untersucht werden.

Zur Untersuchung des Einflusses des Reihenabbruchs nach einer Anzahl N von Reihensummanden wurde eine Berechnung mit den Abmessungen und Materialeigenschaften aus Tabelle 5.1 und 5.2 bei einer Leitfähigkeit von $\sigma = 212 \frac{mS}{cm}$, einer Schichtdicke $e - d = 0,5mm$ und einer Frequenz von 110MHz durchgeführt, um eine ausreichend hohe Stromdichte im betrachteten Gebiet zu erreichen. Für $N > 1000$ liegt die relative Änderung der berechneten Werte unter $\frac{1}{100}\%$.

Für die FE-Simulation wurden ebenfalls die Parameter aus Tabelle 5.1 und 5.2 verwendet. Abbildung 5.2 zeigt den Betrag und die Phase der komplexen Sensorimpedanz \underline{Z} für eine konstante Schichtdicke $e-d = 0,5\text{mm}$ und drei verschiedene Leitfähigkeiten in einem Frequenzbereich von 10kHz bis 110MHz. Für die Berechnung wurde $N = 10000$ gewählt.

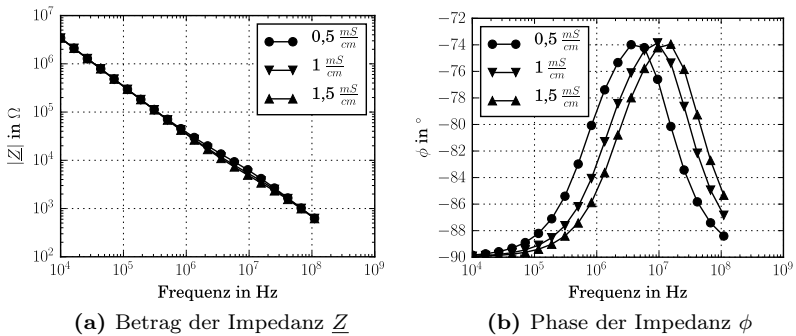


Abbildung 5.2: Mit dem analytischen Modell berechnete Impedanz für eine Schichtdicke von $e - d = 0,5\text{mm}$ für unterschiedliche Leitfähigkeiten

Im Betrag ergibt sich aufgrund des nichtleitenden Bereichs 1 der zu erwartende $\frac{1}{\omega}$ -Verlauf. Für niedrige Frequenzen bewegt sich auch der Phasenwinkel bei nahezu -90° , da sich die leitfähige Schicht wie eine Elektrode verhält. Steigt die Frequenz, verbessert sich die kapazitive Kopplung in das Medium (Bereich 2 in Abbildung 5.1), sodass ein leitungsgebundener Strom zu fließen beginnt, welcher sich in einem steigenden Phasenwinkel ϕ äußert. Da der Imaginärteil der Impedanz für hohe Frequenzen gegen Null strebt, ihr Realteil jedoch durch die Leitfähigkeit des Mediums begrenzt ist, strebt der Phasenwinkel nach Erreichen seines Maximums wieder auf seinen Ausgangspunkt zurück. Der Minimalwert des Realteils fällt für höhere Leitfähigkeiten, was zu einer Verschiebung des Phasenmaximums zu höheren Frequenzen führt. Abbildung 5.3 zeigt die relative Abweichung des Betrags und der Phase

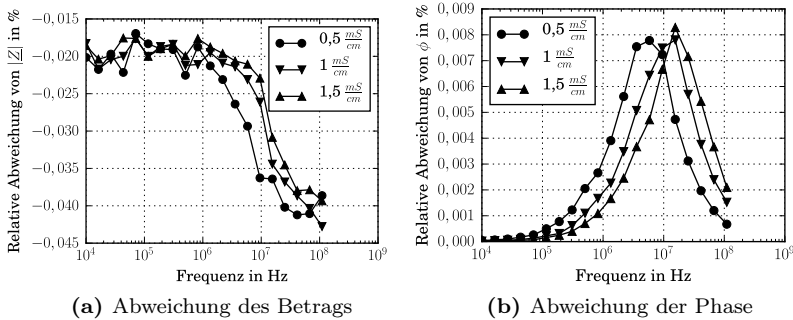


Abbildung 5.3: Modellvalidierung: Abweichung der analytisch berechneten Impedanz von einem FE-Modell mit identischer Geometrie und Materialeigenschaften

der Sensorimpedanz zwischen FE-Simulation und analytischer Berechnung. Diese bewegt sich für den Betrag bei maximal 0,04% und für die Phase bei maximal 0,008%. Damit ist die Implementierung des analytischen Modells verifiziert.

Tabelle 5.1: Verwendete Materialeigenschaften für den Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE-Modell

Bereich	Leitfähigkeit σ in $\frac{mS}{cm}$	Permittivität ϵ_r	Material
1	0	3,4	z.B. POM
2	Variabel	78	z.B. wässrige Lösung
3	0	1	z.B. Luft

5.2 Verhaltensmodell

Mit Hilfe des analytischen Modells lässt sich die Impedanz dünner leitfähiger Schichten auf der Innenseite eines Behälters modellieren. Um leitfähige Schmutzschichten von tatsächlichen Füllstand unterscheiden

Tabelle 5.2: Verwendete Abmessungen (vgl. Abbildung 5.1) für den Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE-Modell

Abmessung	Länge in m
a	0,035
b	0,1
c	0,0095
d	0,002
e	0,0025
l	0,011

zu können, muss aus den komplexen Impedanzdaten ein Unterscheidungsmerkmal isoliert werden. Dazu ist es hilfreich die Daten auf ein Modell mit möglichst wenigen Parametern abzubilden und anhand der Änderung der Abbildungsparameter zwischen einer sehr dicken Schicht des Mediums (Vollpegel) und einer sehr dünnen Schicht (Anhaftung) zu unterscheiden. Typischerweise werden dazu aus gemessenen oder simulierten Daten die Parameter eines elektrischen Ersatzschaltbildes ermittelt.

5.2.1 Modellparameter

Um das Verhalten von modellierten und gemessenen Impedanzen darzustellen und Erkenntnisse über den Zusammenhang zwischen Materialeigenschaften (Permittivität, Leitfähigkeit) und der Geometrie (z.B. Dicke der Behälterwand, Dicke der anhaftenden Schicht) zu gewinnen, werden mit Hilfe einer nicht-linearen Regression die Parameter eines in Abbildung 5.4 gezeigten Ersatzschaltbildes ermittelt.

Da die Elektrode des Sensors an der Außenseite des Tanks angebracht ist, besteht eine kapazitive Kopplung in das Medium. Diese Kopplung erfolgt in der Regel durch einen verlustbehafteten Kunststoff mit einem konstanten Verlustfaktor. Dieser Kopplungsmechanismus kann mit Hilfe eines Constant Phase Elements (CPE) dargestellt werden [19]. Die Impedanz des CPEs lässt sich wie folgt darstellen [102]:

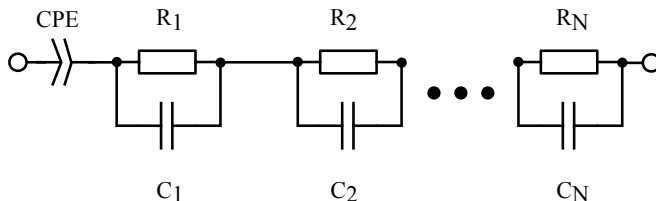


Abbildung 5.4: Verhaltensmodell für die komplexe Impedanz kapazitiv gekoppelter leitfähiger Anhaftungen

$$\underline{Z}_{CPE} = \frac{1}{K} \cdot (j\omega)^n \quad (5.27)$$

Hier ist j die imaginäre Einheit und K die Amplitude des CPEs. Der Exponent n kann Werte von -1 bis 1 annehmen und ist ein Maß für den Verlustfaktor des Kunststoffes D , der allgemein wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$D = \frac{\Re(\underline{Z})}{\Im(\underline{Z})} \quad (5.28)$$

Für $n = 0$ geht das CPE in einen ohmschen Widerstand mit dem Wert $\frac{1}{K}$ über. Setzt man $n = -1$, erhält man eine reine Kapazität mit dem Wert K . Für $n = 1$ ergibt sich eine Induktivität mit dem Wert $\frac{1}{K}$. Das CPE stellt also wegen der konstanten Phase seiner Impedanz eine Verallgemeinerung der bekannten drei Grundbausteine für elektronische Schaltungen dar.

Um den Zusammenhang zwischen D und n zu ermitteln, wird zunächst Formel 5.27 umgeschrieben [102].

$$\underline{Z}_{CPE} = \frac{\omega^n}{K} \cdot \left(\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right) + j \cdot \sin\left(n\frac{\pi}{2}\right) \right) \quad (5.29)$$

Einsetzen in Gleichung 5.28 liefert den Zusammenhang

$$D = \frac{1}{\tan\left(n\frac{\pi}{2}\right)}, \quad (5.30)$$

Die Gleichungen für den Phasenwinkel ϕ und die Güte Q ergeben sich dann wie folgt:

$$\phi = n \frac{\pi}{2} \quad (5.31)$$

$$Q = \tan \left(n \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.32)$$

Das Verhalten eines leitfähigen Mediums soll hier als eine Serie aus RC-Elementen darstellt werden. Legt man eine Wechselspannung an die Elektrode an, beginnt ein Wechselstrom zu fließen, der sich, wie in Gleichung 5.1 gezeigt, in einen ohmschen und einen dielektrisch bedingten Teil aufteilen lässt. Die Impedanz eines einzelnen RC-Glieds ist:

$$\underline{Z}_{RC} = \frac{R}{1 + j\omega RC} \quad (5.33)$$

Normiert auf die Grenzfrequenz $\omega_g = \frac{1}{RC}$ erhält man:

$$\underline{Z}_{RC} = \frac{R}{1 + j \frac{\omega}{\omega_g}} \quad (5.34)$$

5.2.2 Nicht-lineare Regression

Um die Parameter des in Abbildung 5.4 gezeigten Ersatzschaltbildes zu ermitteln soll ein differenzieller Evolutionsalgorithmus angewendet werden [103]. Evolutionsalgorithmen zeichnen sich durch einen großen möglichen Suchraum, robustes Konvergenzverhalten und niedriger Empfindlichkeit gegenüber zufälligem Rauschen aus [104]. Besonders interessant sind hier die ersten beiden Kriterien, da, wie in Abbildung 5.2 zu erkennen ist, das Impedanzspektrum über mehrere Dekaden verläuft.

Im Vergleich zu Gradientenverfahren, die insbesondere bei veräuschten Messdaten dazu neigen können zu lokalen Minima einer Kostenfunktion zu konvergieren, sind stochastische Verfahren robuster, da kein Gradient berechnet werden muss [105]. Dennoch sollte an dieser Stelle erwähnt werden, dass die Robustheit eines Optimierungsproblems bezüglich Rauschen auch von der verwendeten Kostenfunktion abhängt [106].

Für eine erfolgreiche Regression muss eine geeignete Kostenfunktion, die durch den Algorithmus minimiert wird, ausgewählt werden. Da es sich bei den hier vorhandenen Daten stets um ein kapazitiv gekoppeltes leitfähiges Medium handelt, ist der Phasenwinkel immer relativ nahe an -90° bzw. die Güte sehr hoch. Daher ist es nicht empfehlenswert die absolute Differenz zwischen Modelldaten \underline{Z}_{mod} und Messdaten \underline{Z}_{mess} heranzuziehen, weil bei einer solchen Gewichtung in einem kapazitiven System im Wesentlichen der Imaginärteil zur Minimierung der Kostenfunktion herangezogen wird. Stattdessen wird wie in [107] eine parametrische Kostenfunktion c_o über N Messpunkte und M Modellparameter herangezogen.

$$c_o = \frac{1}{N - M} \sum_{i=1}^N \left(\frac{(\Re(\underline{Z}_{i,mess}) - \Re(\underline{Z}_{i,mod}))^2}{\Re(\underline{Z}_{i,mess})^2} + \frac{(\Im(\underline{Z}_{i,mess}) - \Im(\underline{Z}_{i,mod}))^2}{\Im(\underline{Z}_{i,mess})^2} \right) \quad (5.35)$$

In dieser Konstellation gehen sowohl Real- als auch Imaginärteil der Messimpedanz mit der gleichen Gewichtung in die Kostenfunktion ein. Da ein nicht-linearer Suchalgorithmus verwendet wird, hängt die gefundene Lösung stark vom gewählten Suchbereich ab. Bei der differenziellen Evolution werden zu Beginn die Individuen der Population mit Zufallszahlen initialisiert. Da über einen sehr breiten Frequenzbereich gesucht wird, ergibt sich ein sehr großer möglicher Wertebereich für die Widerstände und Kapazitäten des Verhaltensmodells. Daher wird hier vorgeschlagen, Widerstands- und Kapazitätswerte logarithmisch darzustellen, um eine Kompression des möglichen Wertebereichs zu erhalten.

$$R_{log} = \log_{10} \left(\frac{R}{1\Omega} \right) \quad (5.36)$$

So wird beispielsweise aus einem Suchbereich von 1Ω bis $1M\Omega$ nach Einsetzen in Gleichung 5.36 ein Suchbereich von Null bis Sechs. Eine ähnliche Überlegung kann für die Kapazitätswerte des Verhaltensmodells angestellt werden. Auf diese Weise könnte mit einer relativ geringen Populationsgröße ein sehr großer Wertebereich abgedeckt werden.

Ein Impedanzspektrum des in Abbildung 5.4 gezeigten Modells wird bei niedrigen Frequenzen im Wesentlichen vom in Reihe geschalteten CPE beeinflusst. Eine kleine Abweichung der CPE-Parameter verursacht daher eine sehr große Abweichung im niederfrequenten Impedanzspektrum. Um eine schnelle Konvergenz der Regression sicherzustellen, sollte also die Anfangspopulation der beiden CPE-Parameter bereits sehr nahe am tatsächlichen Wert liegen. Die Ermittlung des Schätzwertes für die CPE-Parameter erfolgt wiederum durch eine lineare Regression an ein Polynom erster Ordnung der Form

$$\Re(\underline{Z}) = D_N \cdot \Im(\underline{Z}) + R_O, \quad (5.37)$$

Abbildung 5.5 zeigt eine Illustration des Verfahrens. Zur Abschätzung wird der Frequenzbereich verwendet, bei dem die Ortskurve der komplexen Impedanz in guter Näherung eine Gerade darstellt. Als unabhängige Variable wird der Imaginärteil der Impedanz verwendet. R_O ist der Schnittpunkt der Gerade mit der reellen Achse und D_N ist die Steigung der Gerade.

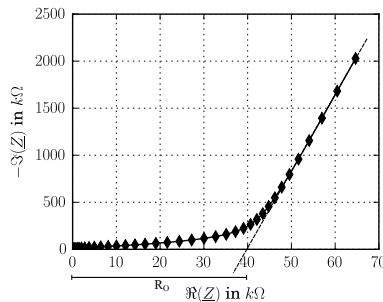


Abbildung 5.5: Illustration für die Abschätzung der CPE-Parameter

Die beiden Parameter werden mit Hilfe einer linearen Regression ermittelt. Mit Gleichung 5.31 kann dann der Exponent n_{ab} des CPEs berechnet werden. Die Amplitude K des CPEs wird ermittelt, indem Gleichung 5.27 umgestellt wird:

$$K_{ab} = \frac{1}{\Re(\underline{Z}(\omega_1)) - R_O} \cdot (j\omega_1)^{n_{ab}} \quad (5.38)$$

Hier ist $\underline{Z}(\omega_1)$ die komplexe Impedanz bei der niedrigsten gemessenen Frequenz. Mit den so abgeschätzten CPE-Parametern und den logarithmierten Parametern der RC-Elemente kann nun die Anfangspopulation initialisiert werden. Die vom Evolutionsalgorithmus ermittelten optimalen Parameter werden anschließend mit einem direkten Suchalgorithmus verfeinert [108, 109].

Evaluation der vorgeschlagenen Änderungen

Um die vorgeschlagenen Änderungen zu evaluieren, wird mit Hilfe eines Verhaltensmodells zweiter Ordnung (vgl. Abbildung 5.4) ein Testdatensatz in einem Frequenzbereich von 1kHz bis 100MHz erzeugt. Die Sollwerte für die Parameter des Verhaltensmodells sind in Tabelle 5.3 dargestellt. Das modifizierte Verfahren mit logarithmischer Kompression des Suchraums und Schätzung der Koppel-CPE Parameter wurde mit dem klassischen Verfahren verglichen. Für beide Verfahren wurde eine Populationsgröße von 80 Individuen verwendet. Die maximale Anzahl der Iterationen wurde auf 10^4 festgelegt. Der Algorithmus endet, wenn

$$\frac{\text{Standardabweichung (Population)}}{\text{Mittelwert (Population)}} < 10^{-3} \quad (5.39)$$

erfüllt ist [103]. Alle anderen Parameter des Algorithmus werden bei Standardwerten belassen, die die Implementierung zur Verfügung stellt [99]. Die Kapazitäten C_1 und C_2 werden ebenfalls als CPEs an den Optimierer übergeben. Ihr Exponent n wird allerdings so gewählt, dass ihr Verlustfaktor den Wert $1,6 \cdot 10^{-12}$ nicht überschreitet.

Die Suchintervalle für die Widerstände betragen $[0, 6]$ (logarithmisch) für das modifizierte Verfahren und $[1\Omega, 1M\Omega]$ für das klassische Verfahren. Für die Kapazitäten wurde Intervalle von $[-13, -8]$ (logarithmisch) und $[10^{-13}\text{F}, 10^{-8}\text{F}]$ gewählt. Der Suchraum für das Koppel-CPE wurde auf $[0,5 \cdot K_{\text{ab}}, 1,5 \cdot K_{\text{ab}}]$ und $[-1, 0,9 \cdot n_{\text{ab}}]$ für die modifizierte Methode und auf $\left[10^{-13} \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^n, 10^{-8} \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^n\right]$ und $[-1, -0,8]$ festgelegt. Die Implementierung wurde mit Hilfe von [98, 99] durchgeführt.

Tabelle 5.3: Ergebnis der Parameterrekonstruktion

Parameter	Sollwert	Modifiziertes Verfahren	Klassisches Verfahren
n	-0.9923	-0.9923	-0.9923
$K \text{ in } \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^n \cdot 10^{-12}$	4	4	4
$C_1 \text{ in pF}$	150	149,99	10^4
$C_2 \text{ in pF}$	14,5	14,5	13,2
R_1	500,00	500,00	999633,70
R_2	6600	6599,99	7086,71
Kostenfunktion c_o	0	$2,61 \cdot 10^{-20}$	$1,01 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 5.3 zeigt, dass mit dem modifizierten Verfahren eine sehr gute Rekonstruktion der Sollparameter möglich ist. Bei Anwendung der klassischen Methode konvergiert der Algorithmus auf ein lokales Minimum der Kostenfunktion, wie in der rechten Spalte der Tabelle zu erkennen ist. Die extrahierten Parameter unterscheiden sich stark von den Sollwerten und c_o ist gegenüber der korrekten Lösung um etwa 14 Dekaden größer.

Weiterhin ist das Ergebnis der klassischen Methode nicht immer reproduzierbar. Wird der Algorithmus mehrfach ausgeführt kann es vorkommen, dass die Optimierung bereits bei Werten vom $c_o \approx 0,3$ angehalten wird.

Damit die klassische Methode die Sollwerte reproduzieren kann, muss ihr Suchraum um jeweils zwei Dekaden auf $[10^{-12}\text{F}, 10^{-9}\text{F}]$ für die Kapazitäten und $[1\Omega, 10\text{k}\Omega]$ für die Widerstände verkleinert werden. Demnach kann mit Hilfe der logarithmischen Kompression bei gleicher Populationsgröße ein größerer Suchraum abgedeckt werden.

Das Abschätzen der CPE-Parameter mit Hilfe der linearen Regression scheint jedoch nicht zwingend erforderlich zu sein, so lange zumindest logarithmische Kompression verwendet wird. Der Evolutionsalgorithmus konvergiert auch dann auf das korrekte Ergebnis, wenn der Suchraum für das Koppel-CPE auf $\left[10^{-13} \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^n, 10^{-8} \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^n\right]$ bzw. $[-1, -0,8]$ festgelegt wird.

Auch wenn die lineare Regression keine Verbesserung des Optimierungsalgorithmus zu erzielen scheint, liegt ihr Nutzen in der Charakterisierung von Medien, deren Leitfähigkeit zu groß ist, um mit der

nicht-linearen Regression alle Parameter zu bestimmen. Diese Anwendung wird in Kapitel 6 genau betrachtet.

5.3 Konsistenzprüfung & Glättung experimenteller Daten

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die in der Modellierung erarbeiteten Ergebnisse experimentell überprüft werden (vgl. Kapitel 7). Dabei werden aus den gemessenen Daten Parameter für unterschiedliche Modelle bestimmt. Die Qualität der Modelle wird anhand der Abweichung der Modelldaten von den gemessenen Daten beurteilt. Sollte die Abweichung zu groß sein, ist es erforderlich zu unterscheiden, ob die Abweichung von einem unzureichenden Modell oder systematischen Abweichungen in den Messdaten verursacht wird. Um diese Unterscheidung vornehmen können, sollen die ermittelten Messdaten validiert bzw. auf Konsistenz geprüft werden [110].

5.3.1 Kramers-Kronig-Beziehungen

Um die Konsistenz der in Kapitel 7 gemessenen Daten zu überprüfen, soll getestet werden, ob sie den Kramers-Kronig-Beziehungen (KK-Beziehungen) genügen. Diese Beziehungen beschreiben den Zusammenhang zwischen dem Real- und dem Imaginärteil einer komplexwertigen Übertragungsfunktion, wie etwa der komplexen elektrischen Admittanz $\underline{Y}(\omega)$. Die relevanten Gleichungen lauten wie folgt [111]:

$$\Re(\underline{Y}(\omega)) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\omega' \cdot \Im(\underline{Y}(\omega'))}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (5.40)$$

$$\Im(\underline{Y}(\omega)) = -\frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\omega \cdot \Re(\underline{Y}(\omega'))}{\omega^2 - \omega'^2} d\omega' \quad (5.41)$$

Alternativ können auch folgende Formen der Gleichungen für den Realteil verwendet werden [112, 113]:

$$\Re(\underline{Y}(\omega)) - \Re(\underline{Y}(\infty)) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\omega' \cdot \Im(\underline{Y}(\omega')) - \omega \cdot \Im(\underline{Y}(\omega))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \Re(\underline{Y}(\omega)) - \Re(\underline{Y}(0)) &= \frac{2\omega}{\pi} \cdot \int_0^\infty \left[\frac{\omega}{\omega'} \cdot \Im(\underline{Y}(\omega')) - \Im(\underline{Y}(\omega)) \right] \\ &\cdot \frac{1}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \end{aligned} \quad (5.43)$$

Und für den Imaginärteil [112, 113]:

$$\Im(\underline{Y}(\omega)) = -\frac{2\omega}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\Re(\underline{Y}(\omega')) - \Re(\underline{Y}(\omega))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (5.44)$$

Die Gleichungen 5.42 und 5.43 sind insbesondere dann nützlich, wenn die Werte der Admittanz bei Frequenz Null und bei unendlich großer Frequenz bekannt sind. Gehorcht der Real- und der Imaginärteil der Admittanz diesen Relationen, so ist das zugrunde liegende System linear, kausal und zeitinvariant [110]. Je nachdem, ob die Admittanz als $\underline{Y}(\omega) = \Re(\underline{Y}(\omega)) - j \cdot \Im(\underline{Y}(\omega))$ oder als $\underline{Y}(\omega) = \Re(\underline{Y}(\omega)) + j \cdot \Im(\underline{Y}(\omega))$ definiert ist, ändert sich jeweils das Vorzeichen für die Transformation in den Imaginärteil.

Für reine Serienelemente, für die der Realteil der Admittanz gleich Null ist, also ideale Kapazitäten bzw. Induktivitäten, wird in [110] vorgeschlagen Gleichung 5.44 umzuschreiben in:

$$\Im(\underline{Y}(\omega)) = -\omega C + \frac{1}{\omega L} - \frac{2\omega}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\Re(\underline{Y}(\omega')) - \Re(\underline{Y}(\omega))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \quad (5.45)$$

Jedoch gilt dieser Zusammenhang nicht für alle Frequenzen, da das Integral für die Kapazität gegen Unendlich geht. So lange jedoch nur ein begrenztes Frequenzband betrachtet wird, kann diese Einschränkung vernachlässigt werden [110].

5.3.2 Berechnung mit Hilfe der linearen Regression

Die praktische Berechnung der Kramers-Kronig-Beziehungen (KK-Beziehungen) ist jedoch schwierig, da jeweils die obere Integrationsgrenze im Unendlichen liegt. Weiterhin geht bei kapazitiv gekoppelten Systemen die Impedanz gegen unendlich, wenn die Frequenz gegen Null läuft, was das Erreichen der unteren Integrationsgrenze ebenfalls schwierig macht. Um dennoch die Transformation durchführen zu können, wird ein Ersatzschaltbild herangezogen, dessen Parameter mit Hilfe einer linearen Regression ermittelt werden [110].

In [21, 111] wurde zu diesem Zweck ein sogenanntes Voigt-Ersatzschaltbild verwendet. Es besteht aus einer Reihenschaltung von RC-Elementen in Reihe zu einem ohmschen Widerstand. Es ist beispielsweise geeignet zur Konsistenzprüfung von Impedanzdaten, die zur Diagnose von Gerätebatterien herangezogen werden.

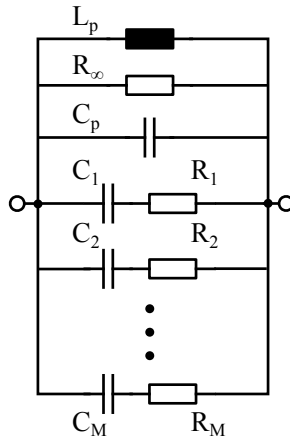


Abbildung 5.6: Maxwell-Ersatzschaltbild zur Lösung der Kramers-Kronig-Integrale [110]

Für Systeme, die bei geringen Frequenzen eine große Impedanz aufweisen, empfiehlt [110] die Verwendung des sogenannten Maxwell-Ersatzschaltbildes, das in Abbildung 5.6 gezeigt ist. Es besteht aus einer Serie aus M RC-Elementen, deren Grenzfrequenzen $\omega_{g,k}$ fest vorgege-

ben werden, wodurch das zu lösende Gleichungssystem linear wird [110]. Die Induktivität L_p und die Kapazität C_p werden eingeführt, um diejenigen Komponenten der Admittanz zu berücksichtigen, die nur zum Imaginärteil des Spektrums beitragen und daher nicht aus dem Realteil rekonstruiert werden können (vgl. Gleichung 5.45) [110]. Durch die Vorgabe der Grenzfrequenzen und damit der Polstellen des Systems kann die Stabilität des Modells sichergestellt werden. Die Admittanz $\underline{Y}(\omega)$ des Ersatzschaltbildes berechnet sich wie folgt:

$$\underline{Y}(\omega) = R_\infty^{-1} + j\omega C_p - \frac{j}{\omega L_p} + \sum_{k=1}^M \frac{j\omega C_k}{j\omega R_k C_k + 1} \quad (5.46)$$

Man substituiert $\omega_{g,k} = \frac{1}{R_k C_k}$ und erhält

$$\underline{Y}(\omega) = R_\infty^{-1} + j\omega C_p - \frac{j}{\omega L_p} + \sum_{k=1}^M \frac{j\omega C_k}{j \frac{\omega}{\omega_{g,k}} + 1}, \quad (5.47)$$

Mit den durch die Regression zu ermittelnden Parametern C_k , R_∞^{-1} , C_p , und L_p . Das zu lösende Problem lässt sich in Matrixdarstellung in der Form

$$\underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \underline{\mathbf{x}} \quad (5.48)$$

schreiben. Der Vektor $\underline{\mathbf{b}}$ enthält die N Messwerte der komplexen Admittanz bei den Frequenzen ω_i :

$$\underline{\mathbf{b}} = [\underline{Y}(\omega_1) \quad \underline{Y}(\omega_2) \quad \cdots \quad \underline{Y}(\omega_i) \quad \cdots \quad \underline{Y}(\omega_N)]^T \quad (5.49)$$

Die $M + 3$ zu ermittelnden Parameter sind im Vektor $\underline{\mathbf{x}}$ wie folgt hinterlegt:

$$\underline{\mathbf{x}} = [R_\infty^{-1} \quad C_p \quad L_p^{-1} \quad C_1 \quad C_2 \quad \cdots \quad C_k \quad \cdots \quad C_M]^T \quad (5.50)$$

Die Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ hat demnach N Zeilen und $M + 3$ Spalten nach folgendem Schema:

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & j\omega_1 & \frac{-j}{\omega_1} & \frac{j\omega_1}{j\frac{\omega_1}{\omega_{g,1}}+1} & \frac{j\omega_1}{j\frac{\omega_1}{\omega_{g,2}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_1}{j\frac{\omega_1}{\omega_{g,k}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_1}{j\frac{\omega_1}{\omega_{g,M}}+1} \\ 1 & j\omega_2 & \frac{-j}{\omega_2} & \frac{j\omega_2}{j\frac{\omega_2}{\omega_{g,1}}+1} & \frac{j\omega_2}{j\frac{\omega_2}{\omega_{g,2}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_2}{j\frac{\omega_2}{\omega_{g,k}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_2}{j\frac{\omega_2}{\omega_{g,M}}+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & j\omega_i & \frac{-j}{\omega_i} & \frac{j\omega_i}{j\frac{\omega_i}{\omega_{g,1}}+1} & \frac{j\omega_i}{j\frac{\omega_i}{\omega_{g,2}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_i}{j\frac{\omega_i}{\omega_{g,k}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_i}{j\frac{\omega_i}{\omega_{g,M}}+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & j\omega_N & \frac{-j}{\omega_N} & \frac{j\omega_N}{j\frac{\omega_N}{\omega_{g,1}}+1} & \frac{j\omega_N}{j\frac{\omega_N}{\omega_{g,2}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_N}{j\frac{\omega_N}{\omega_{g,k}}+1} & \cdots & \frac{j\omega_N}{j\frac{\omega_N}{\omega_{g,M}}+1} \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

Da $\underline{\mathbf{A}}$ keine quadratische Matrix ist und komplexe Einträge enthält, handelt es sich um ein überbestimmtes Gleichungssystem und damit ein komplexes, lineares Quadratmittelproblem, dessen Lösung wie folgt bestimmt wird [93]:

$$\underline{\mathbf{x}} = \left(\underline{\mathbf{A}}^\dagger \underline{\mathbf{A}} \right)^{-1} \underline{\mathbf{A}}^\dagger \underline{\mathbf{b}} \quad (5.52)$$

Zur Lösung des Quadratmittelproblems muss die pseudo-inverse Matrix $\left(\underline{\mathbf{A}}^\dagger \underline{\mathbf{A}} \right)^{-1} \underline{\mathbf{A}}^\dagger$ berechnet werden, wobei $\underline{\mathbf{A}}^\dagger$ die hermitesche transponierte Matrix von $\underline{\mathbf{A}}$ ist. Dazu wird hier auf eine bereits vorhandene Implementierung zurückgegriffen, die auf Singulärwertzerlegung basiert [114]. Darüber hinaus kann eine Gewichtungsmatrix $\underline{\mathbf{W}}$ definiert werden. Damit wird aus Gleichung 5.52 [93]:

$$\underline{\mathbf{x}} = \left(\underline{\mathbf{A}}^\dagger \underline{\mathbf{W}} \underline{\mathbf{A}} \right)^{-1} \underline{\mathbf{A}}^\dagger \underline{\mathbf{W}} \underline{\mathbf{b}} \quad (5.53)$$

Die Gewichtungsmatrix soll hier nur auf ihrer Hauptdiagonalen von Null verschiedene Elemente aufweisen, die Gewichtungsvektor $\underline{\mathbf{v}}$ angeordnet sind.

$$\underline{\mathbf{v}} = \text{diag}(\underline{\mathbf{W}}) \quad (5.54)$$

Zur Lösung von Gleichung 5.48 gibt es nun im Wesentlichen vier unterschiedliche Lösungsansätze. Die erste Möglichkeit besteht darin, $\underline{\mathbf{x}}$ nur anhand des gemessenen Realteils der Admittanz zu ermitteln und

den Imaginärteil aus den ermittelten Parametern zu berechnen [110]. Aus Gleichung 5.48 wird dann:

$$\Re(\underline{\mathbf{b}}) = \Re(\underline{\mathbf{A}}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.55)$$

Wobei die zweite und die dritte Spalte aus $\underline{\mathbf{A}}$ gelöscht werden, da sie keine Informationen über den Realteil enthalten. Ebenso fehlen im Lösungsvektor \mathbf{x} die Einträge C_p und L_p^{-1} . In Anlehnung an die Kostenfunktion c_0 aus Gleichung 5.35 hat sich der Gewichtungsvektor der Form

$$\mathbf{v} = \left[\Re(\underline{Y}_{mess,1})^{-2} \Re(\underline{Y}_{mess,2})^{-2} \dots \Re(\underline{Y}_{mess,i})^{-2} \dots \Re(\underline{Y}_{mess,N})^{-2} \right] \quad (5.56)$$

als praktikabel erwiesen, da so jeder Messpunkt gleich gewichtet wird. Als zweite Möglichkeit können die Parameter aus dem Imaginärteil ermittelt werden. Die Berechnung des Realteils erfolgt dann ebenfalls aus den ermittelten Parametern [110]. Gleichung 5.48 ändert sich dann wie folgt:

$$\Im(\underline{\mathbf{b}}) = \Im(\underline{\mathbf{A}}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.57)$$

Im Imaginärteil der gemessenen Daten ist keine Information über R_∞ vorhanden. Daher fehlt die erste Spalte von $\underline{\mathbf{A}}$ und der erste Eintrag von \mathbf{x} . Der Gewichtungsvektor lautet dann:

$$\mathbf{v} = \left[\Im(\underline{Y}_{mess,1})^{-2} \Im(\underline{Y}_{mess,2})^{-2} \dots \Im(\underline{Y}_{mess,i})^{-2} \dots \Im(\underline{Y}_{mess,N})^{-2} \right] \quad (5.58)$$

Weiterhin besteht die Möglichkeit sowohl Real- als auch den Imaginärteil für die lineare Regression heranzuziehen [110, 21]. Nach [21] kann man Gleichung 5.48 in ein reellwertiges Gleichungssystem überführen, indem den Imaginärteil unter den Realteil des Gleichungssystems schreibt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Re(\underline{\mathbf{A}}) \\ \Im(\underline{\mathbf{A}}) \end{bmatrix} \quad (5.59)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \Re(\underline{\mathbf{b}}) \\ \Im(\underline{\mathbf{b}}) \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \begin{bmatrix} \Re(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,1})^{-2} \Re(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,2})^{-2} \dots \Re(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,i})^{-2} \dots \Re(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,N})^{-2} \\ \Im(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,1})^{-2} \Im(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,2})^{-2} \dots \Im(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,i})^{-2} \dots \Im(\underline{\mathbf{Y}}_{mess,N})^{-2} \end{bmatrix} \\ & \quad (5.61) \end{aligned}$$

Als letzte Variante kann die Matrix $\underline{\mathbf{b}}$ und der Vektor $\underline{\mathbf{A}}$ auch komplexwertig belassen werden, wie in den Gleichungen 5.20 und 5.49 dargestellt. Als Gewichtungsvektor kann

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{Y}}_{mess,1}^{-1} \underline{\mathbf{Y}}_{mess,2}^{-1} \dots \underline{\mathbf{Y}}_{mess,i}^{-1} \dots \underline{\mathbf{Y}}_{mess,N}^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

gewählt werden. Tabelle 5.4 zeigt eine Zusammenfassung der vier unterschiedlichen Ansätze zur Berechnung der Kramers-Kronig-Beziehungen.

Tabelle 5.4: Zusammenfassung der unterschiedlichen Varianten zur Berechnung der KK-Transformation mit Hilfe einer linearen Regression

Variante	Koeffizientenmatrix	Gewichtung	Lösungsvektor
#1	Gleichung 5.55	Gleichung 5.56	reell
#2	Gleichung 5.57	Gleichung 5.58	reell
#3	Gleichungen 5.59 & 5.60	Gleichung 5.61	reell
#4	Gleichung 5.48	Gleichung 5.62	komplex

Ist der Lösungsvektor reell, wird aus Gleichung 5.53:

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{b} \quad (5.63)$$

Statt der hermiteschen transponierten Matrix kann nun die transponierte Matrix \mathbf{A}^T verwendet werden.

5.3.3 Vergleich der Berechnungsansätze

Nun sollen die vier Ansätze zur Berechnung der KK-Beziehungen und ihre Eignung zur Validierung von kapazitiv gekoppelten Messdaten, wie sie in dieser Arbeit vorkommen, verglichen werden. Dazu wird ein Verhaltensmodell zweiter Ordnung (vgl. Abbildung 5.4) mit definierten Parametern herangezogen, die in Tabelle 5.5 dargestellt sind. Das Impedanzspektrum wird in einem Frequenzbereich von 1kHz bis 100MHz mit 200 logarithmisch verteilten Frequenzpunkten berechnet. Die Kapazitäten sind so gewählt, dass sich zusammen mit den Widerständen Grenzfrequenzen von 1MHz bzw. 10MHz ergeben.

Tabelle 5.5: Werte für das Verhaltensmodell, die zur Evaluierung unterschiedlicher Berechnungsmethoden der Kramers-Kronig-Beziehungen verwendet werden

Parameter	Wert
$K \text{ in } \frac{1}{\Omega} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^n \cdot 10^{-12}$	8
n	-0,99
$R_1 \text{ in } \Omega$	1000
$R_2 \text{ in } \Omega$	1000
$C_1 \text{ in pF}$	159
$C_2 \text{ in pF}$	15,9

Aufgrund der vorgegebenen, stabilen Polstellen und der konstanten Widerstände bzw. Kapazitäten sind die beiden RC-Elemente linear, kausal und zeitinvariant. Auch das CPE ist mit den vorliegenden Werten Kramers-Kronig konform [113]. Der Vorteil in der Verwendung eines Ersatzschaltbildes besteht darin, dass beispielsweise durch die Vorgabe einer negativen Grenzfrequenz eine Impedanz erzeugt werden kann, die nicht Kramers-Kronig konform ist. Die Grenzfrequenzen der RC-Elemente des Maxwell-EECs (*Electrical Equivalent Circuit*) werden logarithmisch im relevanten Frequenzband verteilt [110]. Die relativen Abweichungen Δ_{re} und Δ_{im} des Real- und Imaginärteils der Impedanz werden wie folgt berechnet:

$$\Delta_{re} = \frac{\Re(\underline{Z}_{mess}) - \Re(\underline{Z}_{KK})}{\Re(\underline{Z}_{mess})} \cdot 100\% \quad (5.64)$$

$$\Delta_{im} = \frac{\Im(\underline{Z}_{mess}) - \Im(\underline{Z}_{KK})}{\Im(\underline{Z}_{mess})} \cdot 100\% \quad (5.65)$$

Dabei ist \underline{Z}_{KK} die durch die Regression ermittelte Impedanz und \underline{Z}_{mess} die gemessene Impedanz, wobei hier für die Evaluation \underline{Z}_{mess} mit Hilfe des Verhaltensmodells erzeugt wird.

Da die Qualität der Regression auch von der gewählten Modellordnung, also der Anzahl der RC-Elemente im Ersatzschaltbild, abhängt wird hier vorgeschlagen, ähnlich wie in [111] gezeigt, die optimale Anzahl an RC-Elementen zu ermitteln, indem das Gleichungssystem für Modellordnungen in einem Wertebereich von $M = 0,01 \cdot N$ bis $M = 0,8 \cdot N$ gelöst wird.

Ansonsten könnten zu kleine Werte von M dazu führen, dass das Modell ein eigentlich valides Spektrum nicht abbilden kann. Ist M zu groß gewählt, folgt das Modell möglicherweise dem Messrauschen. Darüber hinaus kann es bei zu hohen Modellordnungen zu Oszillationen der numerischen Lösung kommen [111].

Als optimale Lösung wird hier dann diejenige Lösung betrachtet, für die die Kostenfunktion in Gleichung 5.35 nach Substitution von \underline{Z}_{KK} für \underline{Z}_{mod} minimal wird. Konkret bedeutet das in dem hier vorliegenden Fall, dass eine lineare Regression für jeden Wert von M zwischen 2 und 160 durchgeführt wird.

Abbildung 5.7 zeigt Δ_{re} und Δ_{im} für den Real- und Imaginärteil der Impedanz. In Abbildung 5.7a ist zu erkennen, dass eine reine Regression des Realteils kein plausibles Ergebnis zu liefern scheint. Eine mögliche Ursache dafür ist, dass bei kapazitiv gekoppelten Systemen der Phasenwinkel der Impedanz immer relativ nahe bei -90° ist und dementsprechend der Imaginärteil eine wesentlich größere Amplitude aufweist, als der Realteil.

Variante #2 (vgl. Tabelle 5.4), in der die Regression nur mit dem Imaginärteil des Spektrums durchgeführt wird, zeigt hingegen eine signifikant bessere Übereinstimmung mit der Sollimpedanz. An den beiden Rändern des Spektrums zeigen sich jedoch zeigen sich jedoch sys-

5.3. KONSISTENZPRÜFUNG & GLÄTTUNG EXPERIMENTELLER DATEN

tematische Abweichungen im Realteil (vgl. Abbildung 5.7b). Die Varianten #3 und #4, in denen Real- und Imaginärteil zur Regression verwendet werden (vgl. Tabelle 5.4), stimmen hingegen sehr gut mit der Sollimpedanz überein.

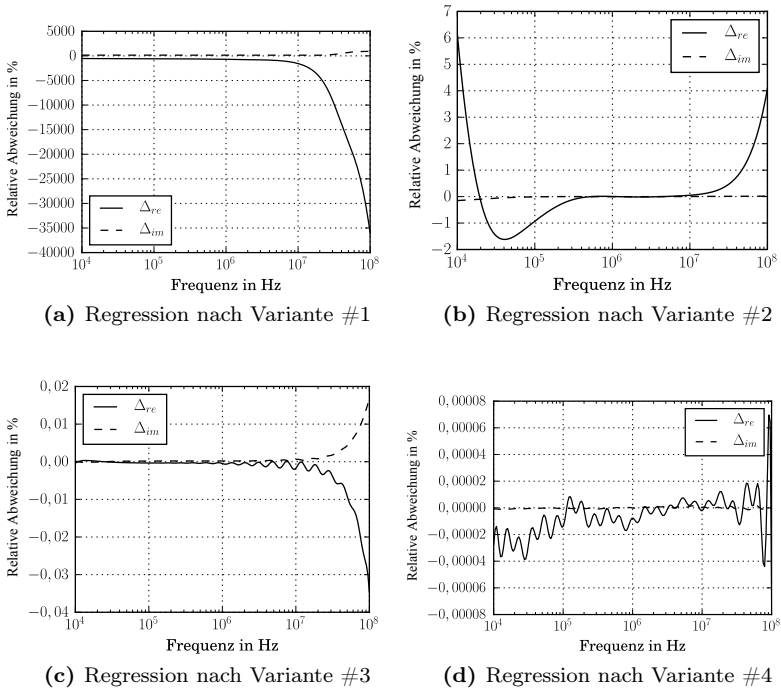


Abbildung 5.7: Relative Abweichungen der vier unterschiedlichen Varianten zur linearen Regression

Die relativen Abweichungen in den Abbildungen 5.7c und 5.7d sind jeweils deutlich unter 1‰. Als Konsequenz werden im Folgenden nur noch diese beiden Varianten weiter evaluiert.

Um zu testen wie die unterschiedlichen Varianten der Validierungsverfahren auf Messrauschen bzw. Störstellen reagieren, wird das ideale

Spektrum mit normalverteiltem Rauschen beaufschlagt, das einen Mittelwert von Null und eine Standardabweichung von $6 \cdot \zeta = 1\%$ vom Betrag der Impedanz bei der jeweiligen Frequenz aufweist. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Bei beiden Varianten kommt es bezüglich des Realteils zu Oszillationen der Lösung deren Amplitude jedoch die maximal möglichen 1% nicht signifikant überschreitet. Diese Oszillationen treten eher in den Randbereichen des Spektrums auf. Insbesondere können einzelne Störungen am Rand des Messbereichs solche Oszillationen auslösen [21]. Gegebenenfalls muss die Datenvalidierung am Rand der Spektren gesondert betrachtet werden.

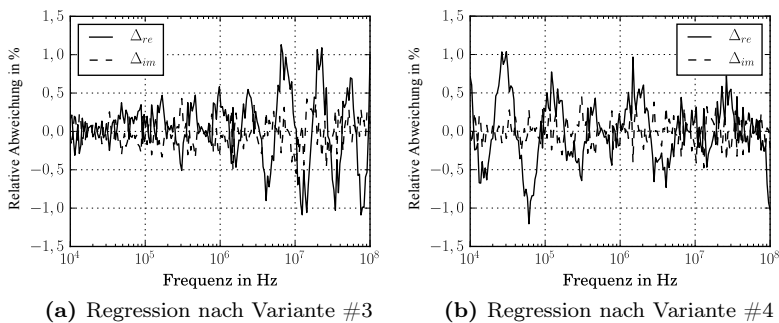


Abbildung 5.8: Lineare Regression der mit normalverteiltem Rauschen beaufschlagten Modelldaten

Ein ähnlicher Effekt zeigt sich, wenn in das Testspektrum einzelne Störstellen in Höhe von 1% des jeweiligen Impedanzbetrags eingefügt werden. Insbesondere das Residuum des Realteils in Abbildung 5.9 scheint anfällig gegenüber Oszillationen zu sein. Wird eine feste Fehlergrenze definiert, kann es passieren, dass Messpunkte aus dem Spektrum ausgeschlossen werden, die eigentlich valide sein sollten. Positiv ist jedoch, dass sich mit den gewählten Gleichungen 5.64 und 5.65 für die Residuen die eingepprägten Abweichungen in guter Näherung in gleicher Höhe in den Residuenplots reproduzieren.

Die eigentliche Hauptaufgabe der Datenvalidierung mit Hilfe der KK-Beziehungen ist das Aufspüren von Instabilitäten und Nichtlinea-

5.3. KONSISTENZPRÜFUNG & GLÄTTUNG EXPERIMENTELLER DATEN

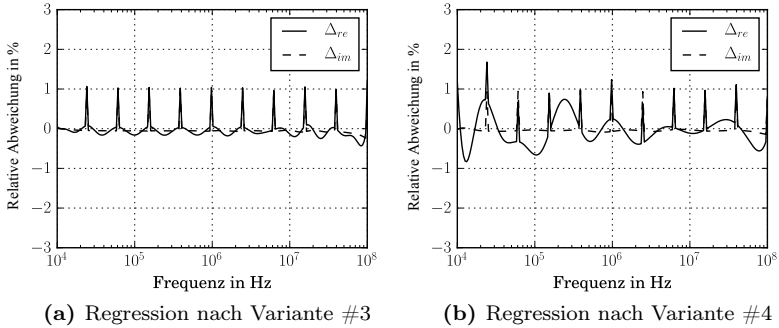


Abbildung 5.9: Lineare Regression der mit einzelnen Störstellen beaufschlagten Modelldaten

ritäten in gemessenen Impedanzspektren. Dies soll nun überprüft werden, indem dem ersten der beiden RC-Elemente eine negative Grenzfrequenz zugeordnet wird. C_1 wird negativ gewählt, sodass die Polstelle des RC-Elements in der rechten Halbebene der komplexen Ebene liegt. So wird das System absichtlich instabil gemacht. Eine lineare Regression, die die KK-Relationen abbildet, sollte bei einem solchen System eine signifikante Abweichung aufweisen.

Abbildung 5.10 zeigt das Ergebnis der Regression. Wie erwartet liefert die Regression nach Variante #3 eine systematische Abweichung im Real- und Imaginärteil. Die Regression mit einem komplexwertigen Lösungsvektor nach Variante #4 bildet jedoch den Frequenzgang des instabilen Systems mit Abweichungen im Zehntelpromillebereich nach, was im Sinne einer Datenvalidierung unerwünscht ist.

Die Ursache für diesen Verhalten liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit im Zulassen eines komplexen Lösungsvektors \underline{x} . Anschaulich bedeutet ein komplexer Lösungsvektor, dass statt reellwertiger Kapazitäten auch CPEs mit beliebiger Phase bzw. Exponent n als Lösungen in Frage kommen. Aus [113] geht hervor, dass CPEs KK-transformierbar sind, wenn $-1 \leq n \leq 1$ gilt. Das CPE muss also einen Phasenwinkel zwischen -90° und 90° aufweisen bzw. der Realteil seiner Admittanz muss größer

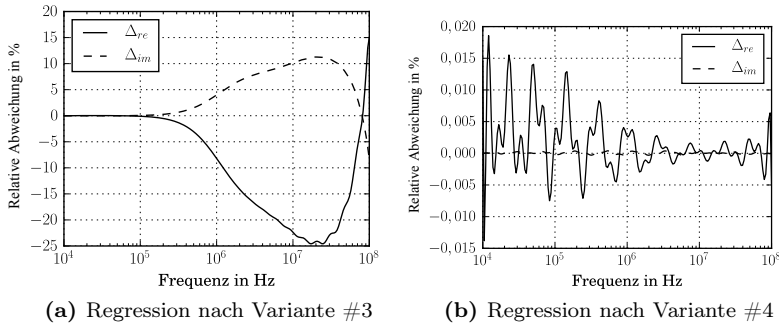


Abbildung 5.10: Lineare Regression der Modelldaten mit einer positiven und damit instabilen Polstelle

oder gleich Null sein. Bei der komplexen linearen Regression kann die Einhaltung dieser Bedingung jedoch nicht garantiert werden. Sie ist nur erfüllt, wenn die Parameter in Gleichung 5.46 reell sind.

Weiterhin wird in [115] gezeigt, dass jeder nicht schwingfähige elektrochemische Prozess mit einer Summe aus sogenannten „verallgemeinerten RC-Elementen“ dargestellt werden kann. Das sind stabile RC-Elemente, deren Widerstand und Kapazität beide positiv oder negativ sind.

Die Konsequenz für die hier angestellten Betrachtungen ist, dass für eine Validierung von Messdaten im Sinne der KK-Relationen eine Beschränkung auf reelle Lösungsvektoren erforderlich ist. Lässt man komplexe Lösungsvektoren zu können, wie in Abbildung 5.10 gezeigt, auch instabile Systeme angenähert werden, was nicht im Sinne einer Datenvalidierung ist. Hier kann lediglich von einer Glättung der Messdaten gesprochen werden.

Abbildung 5.11 zeigt Δ_{re} und Δ_{im} der linearen Regression nach den Varianten #3 und #4 mit einer Serieninduktivität $L_s = 300\text{nH}$ in Reihe zum Verhaltensmodell. Das entspricht einer Resonanzfrequenz von etwa 102MHz. Bei Anwendung von Variante #3 ergibt sich bereits unter der eigentlichen Resonanzfrequenz eine systematische Abweichung. Variante #4 verhält sich hingegen robuster bei der Regression eines

5.3. KONSISTENZPRÜFUNG & GLÄTTUNG EXPERIMENTELLER DATEN

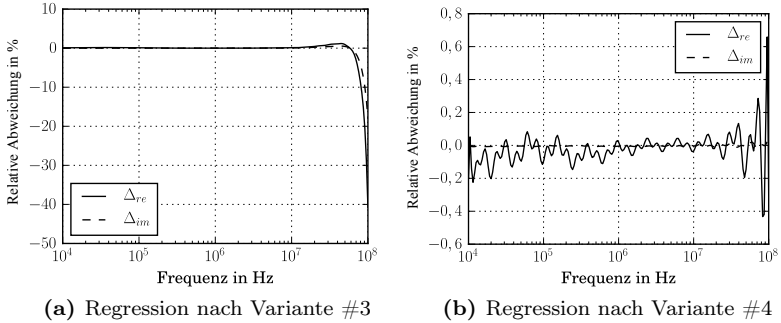


Abbildung 5.11: Lineare Regression der Modelldaten mit einer Serieninduktivität $L_s = 300\text{nH}$

schwingfähigen Systems, so lange der betrachtete Frequenzbereich hinreichend weit von der Resonanzfrequenz entfernt ist.

In dieser Arbeit soll nur eine Glättung der Daten vorgenommen werden. Es wird also ein komplexer Lösungsvektor zugelassen. Ein Grund dafür ist, dass aufgrund der kapazitiven Kopplung etwaige auftretende, durch elektrochemische Effekte verursachte, Nichtlinearitäten vernachlässigt werden können. Die Wandstärke des Behälters ist stets größer, als die Dicke der an Metallelektroden in Elektrolytlösungen auftretenden Doppelschicht [23]. Weiterhin sind die Messzeiten an dem in Kapitel 7 vorgestellten Messaufbau hinreichend kurz, sodass ein Auftreten von zeitabhängigem Verhalten nicht zu erwarten ist.

Wie bereits erwähnt ist ein Maxwell-Ersatzschaltbild bestehend aus stabilen RC-Elementen mit reellen Koeffizienten geeignet, um nichtschwingfähige Systeme nachzubilden. Bei dem in Kapitel 7 vorgestellten Messaufbau tritt jedoch eine Serieninduktivität auf, die ab einer Frequenz von etwa 10MHz das gemessene Spektrum beeinflusst und ein schwingfähiges System erzeugt. Aus Sicht einer Datenvalidierung müsste dieser Frequenzbereich dann gesondert behandelt bzw. geglättet werden.

Wird dagegen nur eine Glättung angewendet, können auch Frequenzen betrachtet werden, die größer als 10MHz sind. Einzelne große Ab-

weichungen im gemessenen Spektrum werden durch dieses Glättungsverfahren erfasst und aus dem Spektrum entfernt.

5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die für die Entwicklung einer Messmethodik zur Anhaftungserkennung (vgl. Kapitel 6) mit Impedanzspektroskopie erforderlichen Modelle hergeleitet und beschrieben. Zur Berechnung der Impedanz kapazitiv gekoppelter, dünner und leitfähiger Schichten wurde in Abschnitt 5.1 ein analytisches Modell mit einer vereinfachten Geometrie erstellt. Dieses Modell ist frei von Abweichungen durch diskrete Gitter, wie sie typischerweise bei der Verwendung von FE-Modellen vorkommen. So können bei Bedarf auch extrem dünne Schichten simuliert werden. Außerdem erlaubt das analytische Modell eine schnellere Berechnung komplexer Impedanzspektren für unterschiedliche Geometrie- und Materialparameter.

Zur Validierung und Glättung von Messdaten wurde in Abschnitt 5.3 ein Ersatzschaltbild, welches die KK-Relationen abbildet, vorgestellt. Um überhaupt eine lineare Regression durchführen zu können, wurde für die RC-Glieder des Ersatzschaltbildes je eine positive und reelle Polstelle vorgegeben.

Da die Koeffizienten beliebige reelle oder im Falle der komplexen linearen Regression sogar komplexe Werte annehmen können, lassen sich aus diesen Werten keine Aussagen über die physikalischen Eigenschaften des Systems treffen. Es handelt sich also um ein rein mathematisches Verhaltensmodell.

Sollen Linearität, Kausalität und Zeitinvarianz eines gemessenen Spektrums eines nicht schwingfähigen Systems geprüft werden, sollte eine lineare Regression mit reellwertigem Lösungsvektor durchgeführt werden. Für die in dieser Arbeit auftretenden Systeme hat sich Variante #3 aus Tabelle 5.4 als praktikabel erwiesen.

Sollen schwingfähige Systeme, etwa ein kapazitiv gekoppeltes leitfähiges Medium mit einer beispielsweise durch Zuleitungen verursachten Serieninduktivität, abgebildet werden, kann eine lineare Regression nach Variante #4 mit komplexwertigen Lösungsvektoren verwendet werden. Dadurch gehen die Validierungseigenschaften der linearen

Regression verloren. Allerdings können dadurch auch Frequenzbereiche des Spektrums geglättet werden, die näher an der Resonanzfrequenz liegen, als bei Variante #3.

Um Informationen über die tatsächliche Anzahl der Zeitkonstanten des Systems und deren Verhalten zu bekommen, wurde das Verhaltensmodell in Abschnitt 5.2 basierend auf einer nicht-linearen Regression erstellt. Im Unterschied zur Validierung werden hier für die Koeffizienten reelle Werte und die Modellordnung vorgegeben, sodass der verwendete Evolutionsalgorithmus eine Verteilung von Zeitkonstanten liefert. Damit lassen sich dann Rückschlüsse auf die Systemeigenschaften ziehen.

Kapitel 6

Entwicklung eines Messverfahrens zur Anhaftungserkennung

Nach dem in Kapitel 5 die theoretischen Grundlagen beschrieben und Modellierungswerkzeuge geschaffen wurden, soll in diesem Kapitel mit deren Hilfe ein Messverfahren zur Anhaftungserkennung bei kapazitiven Näherungsschaltern entwickelt werden. Zunächst werden in Abschnitt 6.1 mit Hilfe von Impedanzspektren aus dem analytischen Modell und der nicht-linearen Regression die Parameter eines Ersatzschaltbildes in Abhängigkeit unterschiedlicher Modellparameter ermittelt. Darauf basierend wird in Abschnitt 6.2 ein vereinfachtes Verfahren abgeleitet, das die Unterscheidung des tatsächlichen Vollpegels von einer Anhaftung und die Gewinnung eines Maßes für die Leitfähigkeit des Mediums ermöglicht. Anschließend wird in Abschnitt 6.3 das vereinfachte Verfahren hinsichtlich unterschiedlicher Einflussgrößen evaluiert. In Abschnitt 6.4 werden zusammenfassend Überlegungen angestellt, wie das entwickelte Verfahren praktisch implementiert werden kann. Messungen zur Verifizierung des Verfahrens zur Anhaftungserkennung werden in Kapitel 7 durchgeführt.

6.1 Breitbandige Charakterisierung

6.1.1 Einfluss der Leitfähigkeit

Zunächst soll der Einfluss der Medienleitfähigkeit auf das Impedanzspektrum untersucht werden, weil diese Eigenschaft für die Anwendbarkeit kapazitiver Näherungsschalter entscheidend bei anhaftenden Medien ist. Tabelle C.12 zeigt die Parameter, die für die Berechnung der Spektren mit dem analytischen Modell verwendet werden.

Die Leitfähigkeit in Bereich zwei (siehe Abbildung 5.1), also dem Medium, das detektiert werden soll, ist variabel. Es wird für drei verschiedene Leitfähigkeiten jeweils das komplexe Impedanzspektrum einem Frequenzbereich von 10kHz bis 100MHz berechnet. Dabei werden die Leitfähigkeiten so gewählt, dass das Maximum der Phasengänge etwa in der Mitte des logarithmisch aufgetragenen Frequenzbereichs liegt. Die gewählten Leitfähigkeiten entsprechen etwa der Leitfähigkeit von Leitungswasser. Abbildung 6.1 zeigt das Ergebnis der Berechnung.

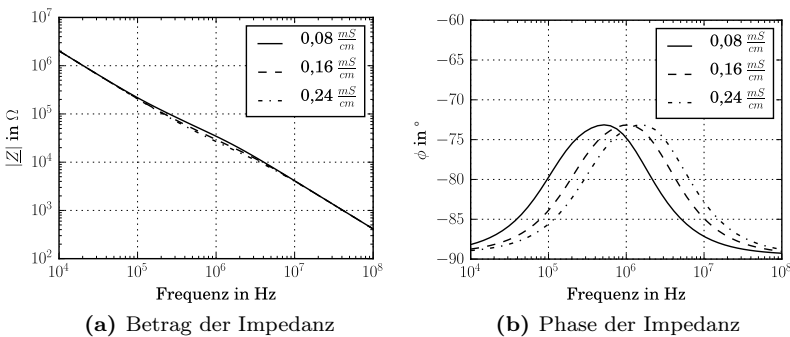


Abbildung 6.1: Betrag und Phase der komplexen Impedanz aus dem analytischen Modell für drei verschiedene Leitfähigkeiten bei einer konstanten Anhaftungsdicke von 0,5mm

Aus den berechneten Impedanzspektren werden mit Hilfe des in Abschnitt 5.2 beschriebenen Algorithmus die Parameter für ein Ver-

haltensmodell dritter Ordnung bestimmt. Der Suchbereich für die Widerstände liegt jeweils zwischen 1Ω und $1M\Omega$, also Null bis Sechs in der logarithmischen Darstellung. Die Kapazitäten werden in einem Bereich von $0,1pF$ bis $10nF$ gesucht. Tabelle 6.1 zeigt das Ergebnis der nicht-linearen Regression. Die relative Abweichung zwischen dem Spektrum des Verhaltensmodells und dem Spektrum des analytischen Modells wird wie in den Gleichungen 5.64 und 5.65 berechnet und liegt bei maximal 3%.

Tabelle 6.1: Ergebnis der nicht-linearen Regression für ein Verhaltensmodell dritter Ordnung mit variabler Leitfähigkeit

Parameter	Leitfähigkeit		
	0,08 mS/cm	0,16 mS/cm	0,24 mS/cm
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	8,821	8,787	8,784
n	-0,9916	-0,9920	-0,9921
C_1 in pF	11,17	24,62	10,91
C_2 in pF	979,81	826,14	781,72
C_3 in pF	23,77	10,97	25,01
R_1 in Ω	12980,7	13172,1	4563,2
R_2 in Ω	3,6	3,5	3,6
R_3 in Ω	26412,9	6734,9	8735,2

Aufgrund des logarithmisch komprimierten Suchbereichs und der Initialisierung der Population mit Zufallszahlen ist nicht garantiert, dass bei mehreren Suchläufen mit dem gleichen Datensatz die gleichen Parameter extrahiert werden. Es kann also vorkommen, dass im ersten Suchlauf eine Zeitkonstante $\tau = R_1 C_1$ gefunden wird und im zweiten Suchlauf für die gleiche Zeitkonstante $\tau = R_3 C_3$ gilt. Die extrahierten Zahlenwerte bleiben über mehrerer Suchläufe konstant, ihre Position kann sich jedoch ändern. Daher verhält sich beispielsweise R_3 nicht monoton bzgl. der Leitfähigkeit des Mediums. Die CPE-Parameter K und n sinken monoton mit der Leitfähigkeit des Mediums. n nähert sich dem Wert an, der dem Verlustfaktor der Tankwand (Bereich 1 in Abbildung 5.1) entspricht. Je leitfähiger das Medium umso mehr ähnelt das Verhalten der Koppelkapazität zwischen der Elektrode und dem Medium

dem eines Plattenkondensators. Auch K nähert sich so einem konstanten Wert an, der näherungsweise der Kapazität eines verlustbehafteten Plattenkondensators entspricht. Betrachtet man die Parameter der drei RC-Glieder, fällt auf, dass das zweite RC-Glied nur eine geringe Verstärkung, bei der Impedanz (bzw. der Übertragungsfunktion), eines parallelen RC-Gliedes ist das sein Widerstand, von ca. 4Ω aufweist. Da die Verstärkung der anderen beiden RC-Glieder um Größenordnungen höher ist, kann es für die weitere Analyse ignoriert werden. Die RC-Glieder mit signifikanter Verstärkung weisen bereits bei vergleichsweise geringen Leitfähigkeiten Grenzfrequenzen im Bereich von 0,25MHz bis 3,2MHz auf. Das ist, insbesondere wenn ein preisgünstiges System entwickelt werden soll, bereits eine sehr hohe Bandbreite. Außerdem gilt in erster Näherung der Zusammenhang $\left(\sum_{i=1}^3 R_i\right) \cdot \sigma \approx \text{const.}$. Diese Konstante ist die Zellkonstante, die der Geometrie des Modells zugeordnet ist. Einem Modell mit konstanten Abmessungen lässt sich also eine einzelne Zellkonstante z_k zuordnen, z.B. dem Zustand „Anhaftung“ und „Voll“.

6.1.2 Einfluss der Schichtdicke

Um den Einfluss der Schichtdicke zu untersuchen, wird mit dem analytischen Modell bei einer konstanten Medienleitfähigkeit von $0,16 \frac{mS}{cm}$ Impedanzspektren für drei verschiedene Schichtdicken berechnet. Alle anderen Parameter werden wieder Tabelle C.12 entnommen. Die berechneten Spektren sind in Abbildung 6.2 dargestellt.

Auch hier erfolgt bei steigender Schichtdicke eine Verschiebung des Phasengangs zu höheren Frequenzen, da die Leitfähigkeit zwar konstant bleibt, aber der geometrieabhängige Leitwert steigt. Im Unterschied zu einer reinen Leitfähigkeitsänderung ändert sich bei steigender Anhaftungsdicke auch die durch das Medium hervorgerufene Kapazität. Das führt dazu, dass der Imaginärteil gegenüber dem Realteil signifikanter wird, was sich in einer kleineren Amplitude des Phasenmaximums äußert.

Heutige kapazitive Näherungsschalter messen nur den Betrag der komplexen Impedanz (ggf. bei mehreren Frequenzen). Bei einer zu kleinen Messfrequenz ist keine Unterscheidung zwischen Anhaftung und

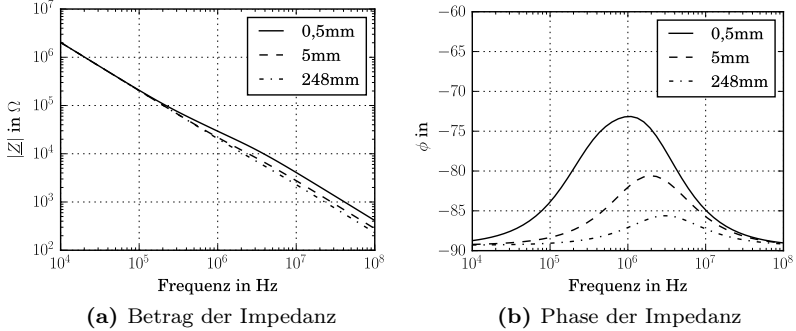


Abbildung 6.2: Betrag und Phase der komplexen Impedanz aus dem analytischen Modell für drei verschiedene Schichtdicken bei einer konstanten Leitfähigkeit von $0,16 \frac{mS}{cm}$

Vollpegel mehr möglich. Die zur Unterscheidung anhand des Betrages erforderliche Messfrequenz verschiebt sich mit steigender Leitfähigkeit ebenfalls zu höheren Frequenzen (vgl. Abbildung 4.2). Tabelle 6.2 zeigt das Ergebnis der nicht-linearen Regression für die drei berechneten Spektren. Die maximale relative Abweichung zwischen den analytischen Daten und dem Ergebnis der Regression beträgt circa 3%.

Wie erwartet nimmt bei steigender Schichtdicke die Summe der Widerstände ab und die Gesamtkapazität, also die Reihenschaltung aus C_1 , C_2 und C_3 , zu. Auch ändern sich die Parameter des CPEs über die Anhaftungsdicke kaum.

6.1.3 Anwendbarkeit der nicht-linearen Regression

Es soll ein Verfahren gefunden werden, um eine leitfähige Anhaftung vom tatsächlichen Vollpegel zu unterscheiden. Aus den bisher durchgeführten Berechnungen geht jedoch hervor, dass ein sehr breitbandiges Spektrum erforderlich ist, um alle ablaufenden Prozesse abbilden zu können. Die bisher verwendete Leitfähigkeit war mit maximal $0,24 \frac{mS}{cm}$ sehr gering. Das Leitungswasser in der Region um Friedrichshafen am Bodensee weist eine Leitfähigkeit von circa $0,5 \frac{mS}{cm}$ auf. Orangensaft be-

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

Tabelle 6.2: Ergebnis der nicht-linearen Regression für ein Verhaltensmodell dritter Ordnung mit variabler Schichtdicke

	Anhaftungsdicke		
Parameter	0,5mm	3mm	248mm
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	8,787	8,825	8,822
n	-0,9920	-0,9921	-0,9925
C_1 in pF	24,66	94,22	7009,23
C_2 in pF	10,99	256,59	9996,70
C_3 in pF	858,98	29,39	56,08
R_1 in Ω	13167,8	1182,4	1752,5
R_2 in Ω	6739,5	116,9	82,0
R_3 in Ω	3,4	2117,4	864,8

sitzt je nach Fabrikat bereits eine Leitfähigkeit von ungefähr $4 \frac{mS}{cm}$ [116] und fünfzehnprozentige Kaliumchloridlösung schon $208 \frac{mS}{cm}$ [117, 118]. Da eine Änderung der Leitfähigkeit zu einer Verschiebung des Phasengangs um den gleichen Faktor zu höheren Frequenzen bewirkt (vgl. Abbildung 6.1), erfordert die vollständige Charakterisierung der Impedanz einen circa drei Dekaden breiten Frequenzbereich, der sich bis in den hohen dreistelligen Megahertz-Bereich erstreckt und dessen Messung sich nicht mehr preisgünstig realisieren lässt. Es sollte also ein Ansatz gefunden werden, der mit einer begrenzten Bandbreite einen möglichst großen Leitfähigkeitsbereich abdecken kann.

6.2 Charakterisierung mittels linearem Gesamtwiderstand

Anstatt des komplexe Impedanzspektrum über seine gesamte Bandbreite zu charakterisieren, soll auf Formel 5.37 zurückgegriffen werden, die bei der nicht-linearen Regression zur Annäherung der CPE-Parameter verwendet wird. Der darin vorkommende Gesamtwiderstand R_O beschreibt den Schnittpunkt der Ortskurve für $\Im(\underline{Z}) = 0$. Abbildung 6.3 zeigt die Impedanzspektren aus Abbildung 6.2 aufgetragen als Orts-

6.2. CHARAKTERISIERUNG MITTELS LINEAREM GESAMTWIDERSTAND

kurve. Der Gesamtwiderstand R_O ist abhängig von der Schichtdicke des Mediums und kann daher als Merkmal für das Vorhandensein einer Anhaftung bzw. des Vollpegels herangezogen werden.

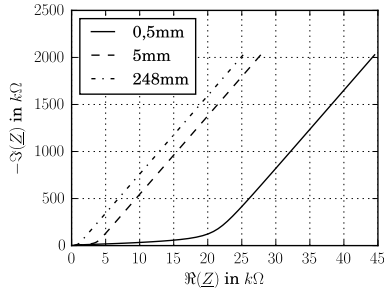


Abbildung 6.3: Ortskurve der komplexen Impedanzspektren bei konstanter Leitfähigkeit für drei verschiedene Schichtdicken bei einer konstanten Leitfähigkeit von $0,16 \frac{mS}{cm}$

Nun soll anhand eines Verhaltensmodells (vgl. Abbildung 5.4) erster Ordnung gezeigt werden, dass R_O eine Näherung des Medienwiderstands R_1 darstellt. Das CPE wird mit Formel 5.29 dargestellt. Man separiert Real- und Imaginärteil der Impedanz des Verhaltensmodells erster Ordnung und erhält:

$$\Re(\underline{Z}) = \frac{1}{K(C_1^2 R_1^2 \omega^2 + 1)} \left(C_1^2 R_1^2 \omega^{n+2} \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + K R_1 + \omega^n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right) \quad (6.1)$$

$$\Im(\underline{Z}) = \frac{1}{K(C_1^2 R_1^2 \omega^2 + 1)} \left(C_1^2 R_1^2 \omega^{n+2} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) - C_1 K R_1^2 \omega + \omega^n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right) \quad (6.2)$$

Im Frequenzbereich des Impedanzspektrums, das von der Reihenschaltung des CPEs und R_1 dominiert wird, verläuft die Ortskurve in guter Näherung als Gerade. Dort wird bei zwei Frequenzen ω_1 und ω_2

die Näherung des Verlustfaktors bzw. die Steigung der Ortskurve D_N wie folgt definiert:

$$D_N(\omega_1, \omega_2) = \frac{\Re(\underline{Z}(\omega_1)) - \Re(\underline{Z}(\omega_2))}{\Im(\underline{Z}(\omega_1)) - \Im(\underline{Z}(\omega_2))} \quad (6.3)$$

Für R_O kann mit der Näherungsgeraden aus Gleichung 5.37 und D_N der Ausdruck

$$R_O(\omega_1, \omega_2) = \Re(\underline{Z}(\omega_1)) - D_N(\omega_1, \omega_2) \cdot \Im(\underline{Z}(\omega_1)) \quad (6.4)$$

angegeben werden. Als nächstes wird der Ausdruck für R_O in eine Steigung im Sinne der Differentialrechnung überführt. Dazu bildet man dem Grenzwert

$$R_O(\omega_2) = \lim_{\omega_1 \rightarrow \omega_2} R_O(\omega_1, \omega_2) \quad (6.5)$$

und erhält

$$R_O(\omega_2) = \frac{R_1 \left(\frac{C_1 R_1 \omega_2}{\tan\left(\frac{\pi n}{2}\right)} + 1 \right)}{C_1^2 R_1^2 \omega_2^2 + 1} \quad (6.6)$$

Nun setzt man noch $R_1 C_1 = \frac{1}{\omega_g}$:

$$R_O(\omega_2) = \frac{R_1}{\frac{\omega_2^2}{\omega_g^2} + 1} \left(\frac{\omega_2}{\omega_g \tan\left(\frac{\pi n}{2}\right)} + 1 \right) \quad (6.7)$$

Gleichung 6.7 besitzt eine Polstelle für $n = 0$. Diese ist jedoch für die Praxis nicht relevant, weil in diesem Fall das CPE in einen reinen Widerstand übergeht und so keine kapazitive Kopplung mehr vorliegt. Die Ortskurve liegt dann auf der reellen Achse und es existiert kein Schnittpunkt mit der $\Im(\underline{Z}) = 0$ -Achse. R_O ist dann eine gute Näherung des Medienwiderstands R_1 , wenn $\omega_g \gg \omega_2$ gilt. Dann werden die Terme $\frac{\omega_2^2}{\omega_g^2}$ und $\frac{\omega_2}{\omega_g \tan\left(\frac{\pi n}{2}\right)}$ vernachlässigbar klein und es gilt $R_O = R_1$. Diese Bedingung ist für hochleitfähige Medien typischerweise erfüllt. Bei kleinen Leitfähigkeiten ist eine Unterscheidung von Vollpegel und

Anhaftung anhand des Betrages der komplexen Impedanz möglich (vgl. Abbildung 6.2).

Als nächstes soll gezeigt werden, dass die Näherung des Verlustfaktors D_N dem Verlustfaktor D des CPEs entspricht. Für D gilt:

$$D = \frac{\frac{KR_1}{\omega_g^2+1} + \frac{\omega^2\omega^n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\omega_g^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_g^2}+1\right)} + \frac{\omega^n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\frac{\omega^2}{\omega_g^2}+1}}{-\frac{KR_1\omega}{\omega_g\left(\frac{\omega^2}{\omega_g^2}+1\right)} + \frac{\omega^2\omega^n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\omega_g^2\left(\frac{\omega^2}{\omega_g^2}+1\right)} + \frac{\omega^n \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{\frac{\omega^2}{\omega_g^2}+1}} \quad (6.8)$$

Damit der durch die lineare Regression ermittelte Verlustfaktor dem Verlustfaktor des CPEs entspricht, muss der Frequenzbereich für die Regression wieder so gewählt sein, dass $\omega_g \gg \omega$ gilt. Dann ergibt sich der Grenzwert

$$\begin{aligned} D_N &= \lim_{\omega_g \rightarrow 0} D \\ &= \frac{\omega^{-n}}{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)} \left(KR_1 + \omega^n \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \right) \\ &= \frac{\omega^{-n} KR_1}{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)} + \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Für hinreichend kleine R_1 , also Medien mit hoher Leitfähigkeit, entspricht D_N dem Verlustfaktor des CPEs (vgl. Gleichung 5.30). Statt also wie bisher nur anhand des Betrages der Impedanz zu beurteilen, ob der Vollpegel erreicht ist, müssen nun zwei Kriterien erfüllt sein. Sowohl der Betrag der Impedanz, als auch R_O müssen jeweils einen Schwellwert unterschreiten, damit ein Schaltsignal ausgegeben wird.

Abbildung 6.4 zeigt die Abweichung zwischen dem durch die lineare Regression ermittelten Gesamtwiderstand und dem wahren Widerstandswert eines Verhaltensmodells erster Ordnung. Dabei wird der Anhaftung bzw. dem Vollzustand eine Zellkonstante von 0,025m bzw. 0,1m (vgl. Abschnitt 6.1.1) zugeordnet. Der wahre Widerstand des RC-Gliedes ist dann der Kehrwert des Produkts aus Zellkonstante und Leitfähigkeit. Für seine Kapazität werden die gleiche Zellkonstante und die gleiche Permittivität verwendet. Für das Koppel-CPE wurden die Werte $K = 5 \cdot 10^{-12}$ und $n = -0,99$ verwendet. Ab einer Leitfähigkeit

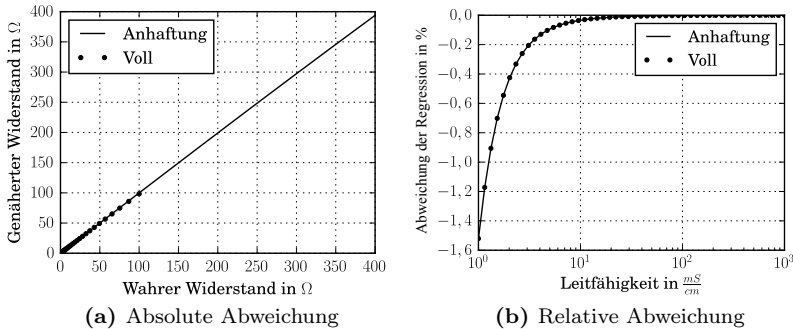


Abbildung 6.4: Vergleich zwischen dem genäherten Gesamtwiderstand und dem tatsächlichen Widerstand eines Verhaltensmodells erster Ordnung

von $1 \frac{mS}{cm}$ ist die relative Abweichung unter 2%. Diese systematische Abweichung tritt in Erscheinung, wenn durch die geringe Leitfähigkeit die Grenzfrequenz des RC-Glieds nahe an die Messfrequenz rückt (vgl. Gleichung 6.7). Ob diese Abweichung für die Praxis relevant ist, hängt von den konkreten Verhältnissen, also Materialeigenschaften und Geometrie, ab. Tendenziell wird jedoch für hochleitfähige Medien die Regressionsabweichung gegen Null streben. Als nächstes wird die Robustheit des Verfahrens betrachtet, indem der Einfluss verschiedener Parameter auf R_O untersucht wird.

6.3 Betrachtung der Einflussgrößen

Der Gesamtwiderstand R_O kann prinzipiell von allen geometrischen Größen, also Wanddicke, Anhaftungsdicke oder Elektrodengröße, und Materialeigenschaften wie beispielsweise Leitfähigkeit und Permittivität der Anhaftung beeinflusst werden. Es ist daher wenig zielführend, jede denkbare Kombination dieser Größen zu untersuchen. Vielmehr muss der Näherungsschalter in einem vorgegebenen Anwendungsfall mit einer festen Geometrie und Materialeigenschaften einstellbar sein.

Das ist dann der Fall, wenn zwischen Voll- und Leerzustand eine ausreichende Differenz im Betrag der Impedanz und R_O vorliegt.

Zusätzlich kann R_O zur Überwachung der Medienleitfähigkeit eingesetzt werden, da, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, dieser Parameter in guter Näherung dem Widerstand des leitfähigen Mediums entspricht. In diesem Abschnitt sollen grundsätzliche Zusammenhänge zwischen R_O und insbesondere den Anhaftungs- und Wandeigenschaften herausgestellt werden. Der Elektrodenradius wird für die folgenden Untersuchungen auf 12mm festgelegt. Das entspricht in etwa der M30-Bauform für kapazitive Näherungsschalter. Die Untersuchungen werden mit Hilfe des analytischen Modells durchgeführt (vgl. Abschnitt 5.1). In den folgenden Untersuchungen werden die Frequenzen so gewählt, dass die in Abschnitt 6.2 aufgestellte Näherung für die Bestimmung von R_O gilt. In Abschnitt 6.3.3 werden dagegen die Auswirkungen bei Ungültigkeit der beschriebenen Näherung untersucht.

6.3.1 Einfluss der Anhaftungseigenschaften

Tabelle C.11 zeigt die Abmessungen der Geometrie des analytischen Modells, die für die Untersuchungen verwendet werden. Für Abbildung 6.5 wurde aus dem komplexen Impedanzspektrum für verschiedene Leitfähigkeiten und Schichtdicken der leitfähigen Anhaftung der Gesamtwiderstand ermittelt.

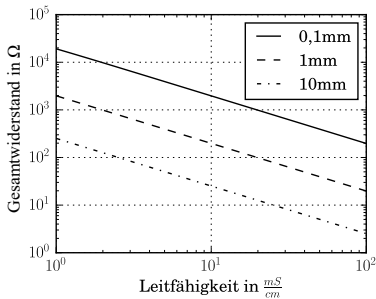
Aus Abbildung 6.5a kann abgelesen werden, dass der ermittelte Gesamtwiderstand in guter Näherung umgekehrt proportional zur Leitfähigkeit ist.

$$R_O \propto \frac{1}{\sigma} \tag{6.10}$$

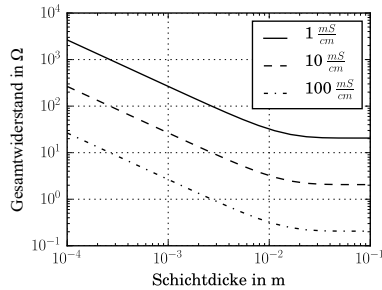
Das stimmt mit den Erwartungen aus der Modellierung überein, da sich für eine konstante Schichtdicke, also eine konstante Geometrie, die Zellkonstante des Modells nicht ändert. Abbildung 6.5b zeigt den Einfluss der Anhaftungsdicke bei mehreren konstanten Leitfähigkeiten. Für eine Schichtdicke unter 10mm zeigt sich auf der doppelt logarithmischen Skala ein linearer Abfall von R_O , dessen Steigung unabhängig von der Leitfähigkeit ist. Für Schichtdicken über 10mm nähert sich R_O einem konstanten Wert an, der von der Leitfähigkeit und der Zellkonstante

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

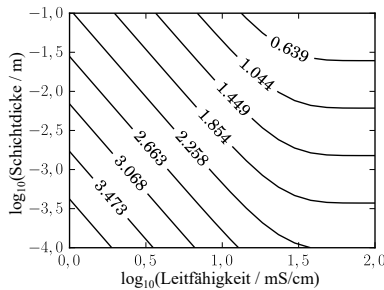
im Vollzustand abhängt. Wegen der Proportionalität von Leitfähigkeit und linearem Gesamtwiderstand äußert sich dieser Effekt als konstanter Offset zwischen den Kurven.



(a) Einfluss der Leitfähigkeit auf den Gesamtwiderstand



(b) Einfluss der Schichtdicke auf den Gesamtwiderstand



(c) Konturplot von $\log_{10} \left(\frac{R_O}{\Omega} \right)$ ggü. Schichtdicke und Leitfähigkeit

Abbildung 6.5: Einfluss der Anhaftungsparameter auf den Gesamtwiderstand

Interessant für das Ausblenden leitfähiger Anhaftungen ist besonders die Differenz von R_O zwischen Anhaftungs- und Vollzustand. Diese ist jedoch, bei gleichbleibender Geometrie, ebenfalls proportional zur Leitfähigkeit des Mediums. Daher hängt die maximale Leitfähigkeit,

bei der Anhaftungen erfolgreich ausgeblendet werden können, von der Auflösung des Messsystems ab.

Abbildung 6.5c illustriert die Abhängigkeit von R_O sowohl von Geometrie, als auch von der Leitfähigkeit des Mediums. Ein einziger Wert kann verschiedenen Schichtdicken und Leitfähigkeiten zugeordnet werden.

Die Abhängigkeit von R_O von der Permittivität des zu untersuchenden Mediums soll an dieser Stelle nicht gesondert untersucht werden, da der Gesamtwiderstand des Mediums sich nicht ändert solange Gleichung 6.7 gilt. Erst, wenn durch eine Permittivitätsänderung die Ortskurve keine Gerade mehr beschreibt, ist ein Einfluss zu erwarten.

6.3.2 Einfluss der Wandeigenschaften

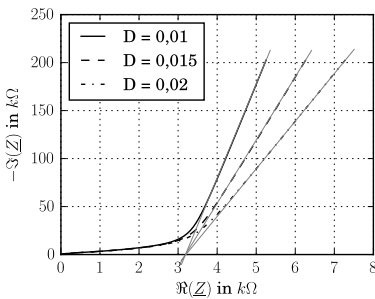
Nun werden die Einflüsse der Behälterwand, also Permittivität, Verlustfaktor und Dicke, auf den Gesamtwiderstand untersucht. Die dazu verwendeten Parameter des analytischen Modells werden aus Tabelle C.10 entnommen.

Ändert sich ausschließlich die Permittivität der Behälterwand, so ändert sich in der Ortskurve der komplexen Impedanz nur die Länge des Geradenabschnitts, sodass die lineare Regression wieder den gleichen Wert für R_O liefern sollte. Eine Änderung des Verlustfaktors der Tankwand führt zu einer Änderung des gemessenen Phasenwinkels und damit zu einer Verringerung der Steigung der Ortskurve bei einer Erhöhung des Verlustfaktors und zu einer Erhöhung der Steigung bei einem sinkenden Verlustfaktor. Der Schnittpunkt mit der reellen Achse und damit R_O sollte davon nicht beeinflusst werden (vgl. Abbildungen 6.6a und 6.6b).

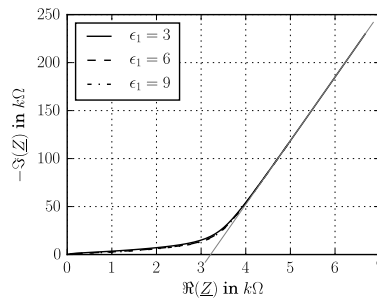
Danach ist die Ermittlung von R_O nahezu unabhängig von der Änderung der Wandeigenschaften beispielsweise durch Temperaturdrift oder Alterungseffekte. R_O kann allerdings sehr wohl durch die Wanddicke beeinflusst werden. Eine Erhöhung der Wanddicke führt zu einer kleineren Koppelkapazität in das Medium, was wiederum zu einer geringeren Stromdichte im Medium und einem vergrößerten Imaginärteil der Impedanz führt. Da in Anlehnung an einen Plattenkondensator die Distanz zur Anhaftung größer wird und die Fläche konstant bleibt,

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

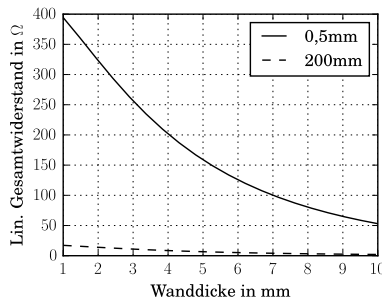
führt das zu einer Verringerung der Zellkonstante und damit bei gleicher Leitfähigkeit zu einem geringeren R_O , wie in Abbildung 6.6c zu erkennen ist. Gleichzeitig reduziert sich auch die Signaldifferenz des Gesamtwiderstands bezüglich der Anhaftungsdicke.



(a) Ortskurve für unterschiedliche Verlustfaktoren $\sigma = 1 \frac{mS}{cm}$



(b) Ortskurve für unterschiedliche Wandpermittivitäten $\sigma = 1 \frac{mS}{cm}$



(c) Einfluss der Wanddicke auf den Gesamtwiderstand bei konstanter Schichtdicke

Abbildung 6.6: Einfluss der Eigenschaften der Behälterwand

Die Ausblendung leitfähiger Anhaftungen ist also dann besonders gut möglich, wenn die Behälterwand möglichst dünn ist, also der Einfluss der Medieneigenschaften auf die Impedanz maximal wird.

Bei den hier gemachten Aussagen zur Robustheit von R_O bzgl. der Wandeigenschaften ist jedoch zu beachten, dass beim analytischen Modell die Feldlinien des elektrischen Feldes immer durch Bereich 1, also die Wand, verläuft. Nach dem Passieren der Wand verlaufen die Feldlinien immer durch das Medium zurück zur Masse des Modells, sofern der Parameter a des analytischen Modells hinreichend groß ist. Bei komplexeren Geometrien gibt es jedoch auch kapazitive Pfade von der Elektrode zur Erde, die nicht durch das Medium führen. Hier führt eine Änderung der elektrischen Eigenschaften der Umgebung zu einer Änderung der Kopplung in das Medium und damit zu einer Änderung von R_O .

Das lässt sich besonders gut anhand des FE-Modells des Versuchsaufbaus zeigen, das in Kapitel 7 vorgestellt wird. Daraus erwächst die Notwendigkeit die Messelektrode gegen ihre Umgebung abzuschirmen, sodass möglichst alle entstehenden E-Feldlinien durch das Medium verlaufen (siehe auch Abschnitt 6.4).

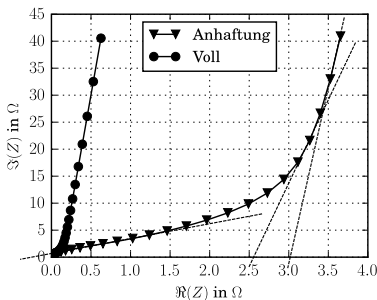
6.3.3 Einfluss der Frequenz

Die Bestimmung von R_O erfolgt über eine lineare Regression, die die Parameter eines Polynoms erster Ordnung ermittelt. Der ermittelte Wert ist jedoch nur valide, wenn die Ortskurve im untersuchten Frequenzbereich tatsächlich eine Gerade beschreibt. Ist dies nicht erfüllt, so bedeutet das, dass Gleichung 6.7 nicht mehr vereinfacht werden kann. Das ist der Fall bei zu groß gewählter Messfrequenz bzw. bei zu geringer Leitfähigkeit. Allerdings bedeutet dieser Umstand auch, dass Voll- und Anhaftungszustand in diesem Bereich auch anhand des Betrages der komplexen Admittanz unterschieden werden kann.

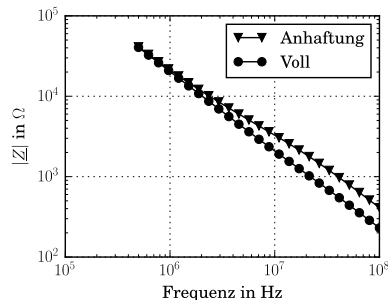
Abbildung 6.7 zeigt die Ortskurve bzw. den Betrag der Impedanz bei konstanten Materialeigenschaften im Voll- und im Anhaftungsfall. Die gestrichelten Linien stellen die Regression von R_O für jeweils zwei Frequenzpunkte dar. Wird die Messfrequenz zu hoch gewählt oder ist die Leitfähigkeit des Mediums zu gering, kommt es zu einer Schätzabweichung bei der Ermittlung von R_O . Gegebenenfalls sind auch negative Werte für R_O möglich. Die Regressionsabweichung wird jedoch nur einem Frequenz- bzw. Leitfähigkeitsbereich groß, in dem ohnehin der

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

Vollzustand anhand des Betrags der Impedanz vom Anhaftungszustand unterschieden werden kann.



(a) Die gestrichelten Linien sind die linearen Regressionen für jeweils 2 Frequenzpunkte



(b) Betrag der Impedanz. Wird R_O falsch geschätzt, so kann dennoch anhand des Betrages zwischen Anhaftungs- und Vollzustand unterschieden werden.

Abbildung 6.7: Darstellung der Abhängigkeit von R_O von der Messfrequenz für einen Anhaftungsfall. Eine zu groß gewählte Messfrequenz oder eine zu geringe Leitfähigkeit führt zu einer Unterschätzung von R_O

Abbildung 6.8 zeigt die Regressionsabweichung für einen vordefinierten Frequenzbereich für unterschiedliche Leitfähigkeiten.

Für die Berechnung wurde ein Verhaltensmodell erster Ordnung mit den Parametern, die auch in Abschnitt 6.2 verwendet wurden, angewendet. Wird die Regressionsabweichung aufgrund der geringen Leitfähigkeit groß, kann dennoch anhand von $|Z|$ zwischen Anhaftungs- und Vollzustand unterschieden werden. Ist das aufgrund der Leitfähigkeit nicht mehr möglich, strebt auch die Regressionsabweichung gegen Null und R_O kann zur Unterscheidung herangezogen werden. Diese beiden Fälle können entweder anhand des Vorzeichens von R_O , oder anhand des Residuums zwischen der durch die Regression ermittelten Impedanz und der gemessenen Impedanz ermittelt werden.

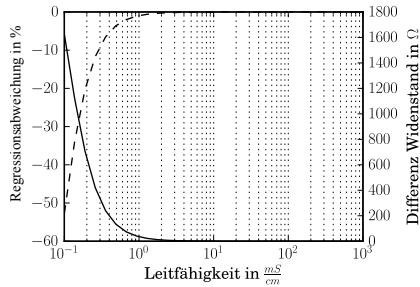


Abbildung 6.8: Betrachtung der Regressionsabweichung bei vordefiniertem Frequenzbereich für verschiedene Leitfähigkeiten. Die Abweichung läuft gegen Null, wenn auch die absolute Differenz von $|\underline{Z}|$ zwischen Voll- und Anhaftungszustand gegen Null läuft.

6.3.4 Einfluss des Messrauschens

Bisher wurden die Betrachtungen anhand idealer Spektren durchgeführt. Reale Messergebnisse sind jedoch mit Rauschen überlagert. Der Einfluss des Rauschens soll nun ermittelt werden, in dem im Rahmen einer Monte-Carlo-Analyse [119] der Betrag und die Phase der Impedanz mit normalverteiltem Rauschen beaufschlagt werden. Über mehrere Iterationen ergeben sich dann ebenfalls normalverteilte Werte von R_O .

Hier werden der Betrag, also die Amplitude der Sinus-Funktion, und die Phase der Sinus-Funktion, also der Phasenversatz zwischen Spannung und Strom, als unabhängige Größen betrachtet. Die daraus abgeleiteten Real- und Imaginärteile hängen dann über den Phasenwinkel und die trigonometrischen Funktionen zusammen. Steigt beispielsweise der Betrag der Impedanz, steigen sowohl ihr Real- als auch ihr Imaginärteil. Ändert sich die Phase der Impedanz in Richtung -90° , wird der Imaginärteil größer und der Realteil kleiner, und umgekehrt. Die Untersuchung wird mit den Parametern aus Tabelle C.9 durchgeführt.

Für das normalverteilte Rauschen wird für den Betrag der Impedanz eine Standardabweichung von 0,07% vom Messwert und für die Pha-

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

se eine Standardabweichung von 0,007% vom Messwert angenommen. Diese Werte wurden mit Hilfe eines Keysight 4294A Impedanzanalysators in einem Frequenzbereich von 1MHz bis 5MHz mit 50 Messpunkten ermittelt. Es wurde ein auf einer FR4-Leiterplatte aufgebauter Lamellenkondensator mit den CPE-Parametern $K = 5,7 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n$ und $n = -0,99$ in Reihe zu einem 150Ω -Widerstand gemessen. Für 600 Spektren wurden bei jeder Frequenz der Mittelwert und die Standardabweichung ermittelt. Die beiden Maximalwerte werden für diese Untersuchung verwendet.

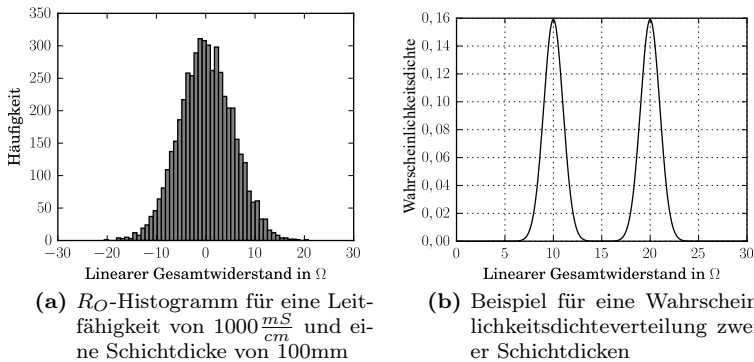


Abbildung 6.9: Beispiel für den Einfluss des Messrauschens auf die Detektierbarkeit leitfähiger Anhaftungen

Die Leitfähigkeit des Mediums wird in einem Bereich von $10 \frac{mS}{cm}$ bis $1000 \frac{mS}{cm}$ variiert. Es wird für jede Kombination aus Materialeigenschaften und Geometrie ein Impedanzspektrum in einem Frequenzbereich von 1MHz bis 2MHz berechnet. Jeder Messpunkt wird mit Rauschen beaufschlagt und anschließend R_O ermittelt. Nach 1000 Iterationen ergibt sich eine Verteilung von R_O deren Mittelwert und Standardabweichung berechnet wird.

Abbildung 6.9a zeigt ein Histogramm von R_O nach der Monte-Carlo-Simulation. Um aus den Simulationen eine Machbarkeit bezüglich Anhaftungserkennung für verschiedene Wanddicken und Leitfä-

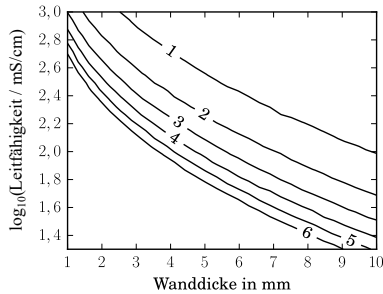


Abbildung 6.10: Güte G_R der Anhaftungserkennung für unterschiedliche Wanddicken und Leitfähigkeiten bezogen auf das Messrauschen

higkeiten zu gewinnen, wird die Signaländerung von R_O zwischen Voll- und Anhaftungszustand zu den jeweiligen Standardabweichungen $s_{Anhaftung}$ und s_{Voll} in Beziehung gesetzt. Abbildung 6.9b zeigt beispielhaft zwei Werte für R_O für den Anhaftungs- und Vollzustand. Die beiden Zustände sind dann zuverlässig unterscheidbar, wenn sich beiden Wahrscheinlichkeitsdichten nicht überschneiden. Als Gütekriterium G_R wird

$$G_R = \frac{R_{O,Anhaftung} - R_{O,Voll}}{s_{Anhaftung} + s_{Voll}} \quad (6.11)$$

angesetzt. Ist die Signaländerung größer als die sechsfache Summe der Standardabweichung, liegt keine Überlappung der Wahrscheinlichkeitsdichten vor und der Vollzustand kann bezüglich der Messunsicherheit zuverlässig von der Anhaftung unterschieden werden.

Abbildung 6.10 zeigt den Wert von G_R über mehrere Wanddicken und Leitfähigkeiten. Unterhalb der mit Sechs markierten Linie ist unter den gegebenen Bedingungen eine Anhaftungserkennung mittels des linearen Gesamtwiderstands möglich. Der Bereich erstreckt sich bis zu einer Wanddicke von knapp 9mm und einer Leitfähigkeit von circa $500 \frac{mS}{cm}$. Oberhalb dieser Linie kann keine einwandfreie Unterscheidung bzgl. Rauschen mehr gewährleistet werden. Die konkrete Machbarkeit

einer Applikation hängt stets von den Einbaubedingungen, Wand- und Medieneigenschaften ab.

6.3.5 Einfluss der parasitären Parallelkapazität

Es soll weiterhin untersucht werden, welchen Einfluss eine parasitäre Parallelkapazität C_p , die von der Sendeelektrode und dem Bezugspotenzial gebildet wird, auf das Verfahren zur Anhaftungserkennung hat. In Abschnitt 6.2 wurde bereits gezeigt, dass bei einem Verhaltensmodell erster Ordnung sich R_O dem Widerstand R_1 annähert, wenn die Messfrequenz wesentlich kleiner ist, als die vom RC-Element gebildete Grenzfrequenz. Nun soll der Einfluss von C_p auf R_1 und insbesondere auf die Änderung von R_1 untersucht werden.

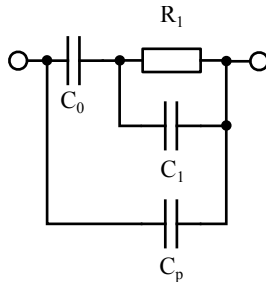


Abbildung 6.11: Ersatzschaltbild zur Bestimmung des Einflusses von C_p auf R_O

Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Bei Anwesenheit von C_p lautet der Realteil der Impedanz:

$$\Re(\underline{Z}) = C_0^2 R_1 \omega_g^2 \cdot (C_0^2 C_p^2 R_1^2 \omega^2 \omega_g^2 + 2C_0^2 C_p R_1 \omega^2 \omega_g + C_0^2 \omega^2 + C_0^2 \omega_g^2 + 2C_0 C_p^2 R_1 \omega^2 \omega_g + 2C_0 C_p \omega^2 + 2C_0 C_p \omega_g^2 + C_p^2 \omega^2 + C_p^2 \omega_g^2)^{-1} \quad (6.12)$$

Wobei $\omega_g = \frac{1}{R_1 C_1}$ ist. Man erweitert den obigen Ausdruck mit ω_g^{-2} und bildet den Grenzwert $\frac{\omega}{\omega_g} \rightarrow 0$:

$$\lim_{\frac{\omega}{\omega_g} \rightarrow 0} \Re(\underline{Z}) = \frac{C_0^2 R_1}{C_0^2 C_p^2 R_1^2 \omega^2 + C_0^2 + 2C_0 C_p + C_p^2} \quad (6.13)$$

Unter der Voraussetzung, dass $\omega \ll \frac{1}{C_p R_1}$ gilt, kann der linke Summand im Nenner der obigen Gleichung vernachlässigt werden. Außerdem können wir C_p durch den Ausdruck $x \cdot C_0$ ersetzen, wobei $x \geq 0$ gelten muss. Dann wird aus Gleichung 6.13:

$$\lim_{\frac{\omega}{\omega_g} \rightarrow 0} \Re(\underline{Z}) \approx R_1 \cdot \frac{1}{1 + 2x + x^2} \quad (6.14)$$

Für $x = 0$ geht die niederfrequente Näherung von $\Re(\underline{Z})$ wie erwartet in R_1 über. Bei vorhandener parasitärer Kapazität erscheint der durch die lineare Regression ermittelte Parameter R_O also kleiner, als er tatsächlich ist. Auch die Änderung dieses Wertes zwischen Voll- und Anhaftungszustand wird dann mit dem Faktor $\frac{1}{1+2x+x^2}$ gewichtet. Ist beispielsweise $x = 1$, also $C_p = C_0$, so reduziert sich die Signaländerung zwischen Voll- und Anhaftungszustand um Faktor vier.

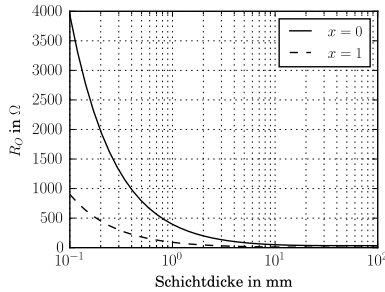


Abbildung 6.12: Einfluss von C_p auf den linearen Gesamtwidstand R_O

Mit Hilfe des analytischen Modells und den Werten aus Tabelle C.11 wurde Abbildung 6.12 erzeugt. Gezeigt ist der Verlauf von R_O über unterschiedliche Anhaftungsdicken für $x = 0$ und $x = 1$. Für $x = 1$ wurde nach Berechnung der Admittanz ein passender C_0 -Wert addiert.

Wie erwartet ist fällt die Steigung der Kurve für $x = 1$ wesentlich geringer aus. In ungestörten Fall ergibt zwischen einer Anhaftungsdicke von 0,1mm und 1mm ein Signaländerung von R_O von etwa $3,5k\Omega$ und im gestörten Fall eine Änderung von circa 830Ω . Damit ergibt sich ein Faktor von 4,2, was eine gute Übereinstimmung mit der in Gleichung 6.14 vorausgesagten Änderung von Faktor 4 darstellt.

Aus der Abschätzung geht hervor, dass C_p durch geeignete Maßnahmen, wie etwa dem Antreiben einer Abschirmelektrode auf gleichem Potenzial wie die Sendelektrode, abgeschirmt werden muss. Ansonsten ist insbesondere bei hoch-leitfähigen Medien oder einer großen Wandstärke mit Einschränkungen bei der Anhaftungserkennung zu rechnen.

6.4 Überlegungen für die praktische Implementierung

In den vorherigen Abschnitten wurde ein Verfahren zur Anhaftungserkennung beschrieben, das auf der Impedanzspektroskopie basiert. Aus den niederfrequenten Impedanzdaten wird der Gesamtwiderstand R_O und die beiden Parameter des Koppel-CPEs in das Medium gewonnen. Aus dem Verhalten dieser drei Parameter und der Untersuchung der Einflussgrößen ergeben sich nun einige Anforderungen an die praktische Implementierung eines Messsystems.

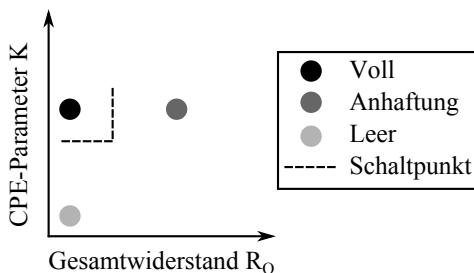


Abbildung 6.13: Beispiel für das Festlegen eines Schaltpunktes mit dem impedanzbasierten Verfahren zur Anhaftungserkennung

Abbildung 6.13 zeigt, wie mit Hilfe des neuen impedanzbasierten Verfahrens ein Schaltungspunkt festgelegt werden kann. Im Gegensatz zu einer reinen Kapazitätsmessung (vgl. Fall 2 in Abbildung 1.1) kann nun eine leitfähige Anhaftung anhand des Gesamtwiderstands R_O vom Vollpegel unterschieden werden.

In Abschnitt 6.3.5 wurde gezeigt, dass die parasitäre Kapazität, die von der Sensorelektrode direkt zur Umgebung wirksam ist, also nicht vom Medium beeinflusst wird, die Signaländerung bezüglich des Gesamtwiderstands negativ beeinflusst. Eine solche Kapazität kann beispielsweise von der kapazitiven Kopplung der Messelektrode zur Masse des Gerätes oder zu Metallteilen in der Einbauumgebung verursacht werden. Zur Vermeidung solcher Effekte sollte die Messelektrode mit einer aktiven oder passiven Abschirmung versehen werden. Bei einem Gerät mit runder Hülse bietet es sich beispielsweise an, eine zweilagige Leiterplattenelektrode zu verwenden, wobei die Kupferlage auf der Rückseite der Messelektrode auf Schirmpotenzial liegt. Zusätzlich könnte auch ein Abschirmring verwendet werden, der konzentrisch um die Elektrode herum angebracht ist.

Damit die Änderung des Gesamtwiderstands über die Schichtdicke möglichst groß wird, muss eine möglichst gute Kopplung ins Medium sichergestellt werden. Daher ist es empfehlenswert mit Erdbezug zu messen, um die erforderliche „Tiefenwirkung“ zu erreichen. Sollte dennoch die Verwendung eines differenziellen Messverfahrens erforderlich sein, so sollte die Elektrodengeometrie so ausgelegt sein, dass möglichst viele Feldlinien in das Medium eindringen können. Eine Möglichkeit das zu erreichen ist beispielsweise die Erhöhung des Abstands zwischen den Elektroden [55].

Für das beschriebene Verfahren zur Anhaftungserkennung bei leitfähigen Medien sollte der Gesamtwiderstand aus der komplexen Impedanz bestimmt werden. Dazu muss die Ortskurve im betrachteten Messbereich eine Gerade beschreiben. In einem echten Messsystem kann jedoch aufgrund der begrenzten Auflösung und des begrenzten Dynamikbereichs nicht bei beliebig niedrigen Frequenzen gemessen werden. Daher muss ein Kompromiss zwischen niedriger Messfrequenz und ausreichendem Dynamikbereich bzw. Auflösung gefunden werden. Ein gangbarer Vorschlag wäre eine an den Stand der Technik angelehnte

KAPITEL 6. ENTWICKLUNG EINES MESSVERFAHRENS ZUR ANHAFTUNGSERKENNUNG

Messfrequenz von 0,5MHz bis 3MHz. Diese ist niedrig genug, um bei hoch-leitfähigen Medien den Gesamtwiderstand mit geringer Abweichung zu bestimmen, aber groß genug, damit ein ausreichend großer Gesamtstrom fließt.

Dennoch besteht bei der Detektion von gering leitfähigen Medien die Gefahr, dass im betrachteten Frequenzbereich die Ortskurve der komplexen Impedanz keine Gerade beschreibt. Für diesen Fall kann die Abweichung der Regressionsgerade von den gemessenen Daten verwendet werden, um festzustellen, ob tatsächlich ein leitfähiges Medium vorliegt. Gegebenenfalls kann die Unterscheidung zwischen Voll, Leer- und Anhaftungszustand dann wieder ausschließlich über den Betrag der Impedanz erfolgen, wie in Abbildung 6.8 zu erkennen ist.

Im Stand der Technik war die Beschränkung der Messfrequenz der begrenzende Faktor bei der Anhaftungserkennung, wohingegen beim beschriebenen neuartigen Verfahren die Auflösung des Messsystems bzgl. des Realteils der Impedanz die maximale Leitfähigkeit, bei der Anhaftungserkennung möglich ist, begrenzt.

Soll der Gesamtwiderstand verwendet werden, um die absolute Leitfähigkeit des Mediums zu überwachen, so sollte vor Inbetriebnahme der Applikation ein Vollabgleich mit einem Medium mit bekannter Leitfähigkeit durchgeführt werden. Sollen jedoch nur Änderungen der Leitfähigkeit erkannt werden, ist ein Vollabgleich mit bekannter Leitfähigkeit nicht erforderlich.

Kapitel 7

Experimentelle Verifizierung

In diesem Kapitel werden die in der Modellierung (Kapitel 5 & 6) gemachten Vorhersagen verifiziert. Die wichtigsten Vorhersagen sind dabei die Eignung des Gesamtwiderstands R_O als Merkmal zur Anhaftungserkennung und als Maß für die Leitfähigkeit des Mediums. Dazu wurde im Abschnitt 7.1 ein Versuchsaufbau entwickelt, der es erlaubt, dünne Schichten leitfähiger und wässriger Medien herzustellen. Die Impedanz dieses Aufbaus wird mit Hilfe eines kommerziellen Messgeräts vermessen und die Daten mit Hilfe des in Abschnitt 5.3 beschriebenen Verfahrens geglättet. Um auftretende parasitäre Effekte nachvollziehen zu können, wurde in Abschnitt 7.2 außerdem ein rotationssymmetrisches FE-Modell des Aufbaus erstellt. Sowohl die nicht-lineare als auch die lineare Regression werden in Abschnitt 7.3 auf die Messdaten angewendet und verglichen. Die Bewertung der erzielten Ergebnisse erfolgt in Abschnitt 7.4.

7.1 Konzeption des Versuchsaufbaus

7.1.1 Anforderungen

Der Versuchsaufbau muss geeignet sein, um in einem Gefäß reproduzierbar dünne Schichten eines wässrigen Mediums mit einstellbaren Schichtdicken zu erzeugen. An der Außenseite des Gefäßes muss eine Elektrode anbringbar sein, die mit einem Impedanzmessgerät verbunden wird. Da das Verfahren in kapazitiven Näherungsschaltern angewendet werden soll, bietet es sich an, die Elektrode in einem M30 oder M18 Durchmesser auszuführen. Das Medium muss mit einem Bezugspotential verbunden werden, um eine möglichst reproduzierbare Messung zu gewährleisten. Der Einfluss der Vorrichtung an sich auf die gemessene Impedanz soll möglichst gering sein. Des Weiteren soll der Aufbau rotationssymmetrisch sein, sodass eine einfache Modellierung mit Hilfe eines rotationssymmetrischen FE-Modells realisiert werden kann.

7.1.2 Konstruktiver Aufbau

Abbildung 7.1 zeigt eine Grobskizze des Versuchsaufbaus. Dieser besteht aus einem Außenzylinder, der aus Polyoxymethylen (POM), und einem Innenzylinder, der aus Polyethylenterephthalat (PET) gefertigt ist.

Die unterschiedlichen Materialien wurden verwendet, um bei der Bearbeitung aus dem Rohmaterial die Formstabilität zu gewährleisten. Der innere Zylinder ist innen hohl, um einen möglichst geringen Einfluss des Kunststoffes auf die Impedanz zu gewährleisten. Die Flüssigkeit wird zwischen die beiden Zylinder gefüllt und die Schichtdicke lässt sich mit Hilfe des höhenverstellbaren Innenzylinders einstellen. Die Verbindung der Flüssigkeit mit einem Bezugspotenzial erfolgt durch einen im oberen Teil des Aufbaus angebrachten Metallring. Als Werkstoff für den Metallring wurde 2.0401 CuZn39Pb3 verwendet.

Abbildung 7.2 zeigt eine Zeichnung des Versuchsaufbaus. Der Außenzylinder ist an einem Kunststoffrahmen aufgehängt, während der Innenzylinder mit einer M12-Schraube mit einer Gewindesteigung von 0,5mm pro Umdrehung am oberen Teil des Rahmens befestigt ist. So wird eine ausreichend feine Einstellbarkeit der Zylinderhöhe gewährleis-

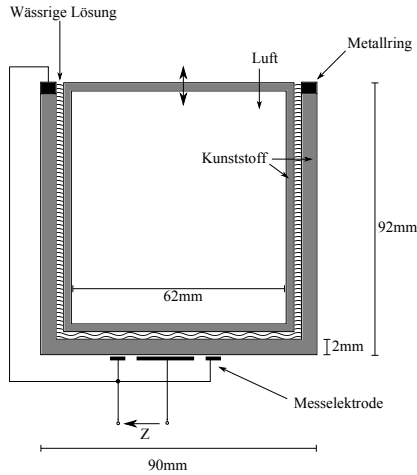


Abbildung 7.1: Grobsskizze des Versuchsaufbaus

tet. Für den Rahmen wird Kunststoff verwendet, weil jedes Metallteil als Elektrode modelliert werden muss, was die Komplexität des FE-Modells erhöhen würde. Die Position des Innenzylinders, und damit die Schichtdicke, werden mit Hilfe einer mechanischen Messuhr gemessen.

Die Elektrode wird direkt an der Unterseite des Außenzylinders mit Hilfe einer Kunststoffschraube fixiert, die selbst wiederum an einem Metallrahmen aufgehängt ist. Der Metallrahmen selbst ist rotations-symmetrisch und kann dadurch im FE-Modell berücksichtigt werden. Als Messgerät wird in dieser Arbeit der Keysight 4294A Impedanzanaly-sator verwendet. Das Gerät ermöglicht potenzialfreie Impedanzmes-sungen in einem Frequenzbereich von 40Hz bis 110MHz. Des Weiteren kann mit der Schaltungsmasse des Gerätes eine Abschirmelektrode rea-lisiert werden, da der Strom zur Schaltungsmasse nicht mitgemessen wird. Maßgebend ist nur die Impedanz zwischen High- und Low-Port des Geräts [27].

Im unteren Teil von Abbildung 7.2 ist eine Skizze der Elektroden-platine zu sehen. Die Elektrode besteht aus einem inneren und einem

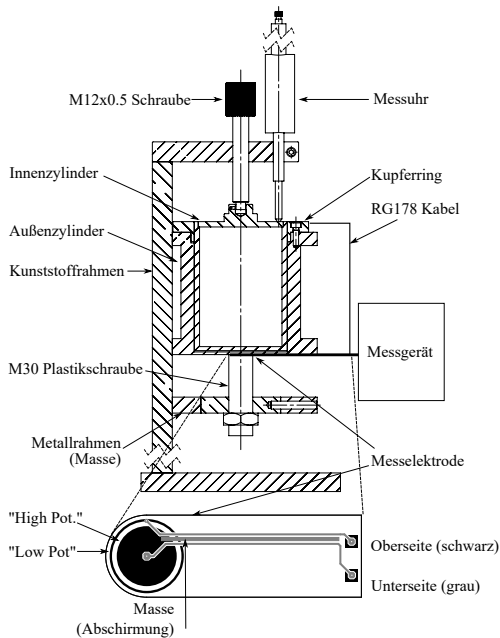


Abbildung 7.2: Detailskizze des Versuchsaufbaus

äußeren Segment, dass jeweils mit dem High- bzw. mit dem Low-Port verbunden ist. Das äußere Segment kann wahlweise als Abschirmung oder als Messelektrode verwendet werden.

Der Kupferferring liegt ebenfalls über ein RG178-Kabel [120] auf dem Low-Port des Messgeräts. Der Metallrahmen kann wahlweise auf den Low-Port oder auf Masse gelegt werden. Insgesamt besteht das Elektrodensystem aus vier Elektroden und damit aus sechs unabhängigen Admittanzen.

Die Zuleitungen zu den Elektrodensegmenten sind auf dem Layout mit einen Kupferstreifen, der auf Gerätemasse liegt, voneinander getrennt, damit die Zuleitungskapazität möglichst klein wird. Die Zuleitung liegt außerdem auf der Rückseite der Elektrodenplatte um ihren Einfluss auf das Messsignal zu minimieren.

Für die Messreihen, die in dieser Arbeit durchgeführt wurden, wurde die innere Elektrode der Elektrodenplatte mit dem High-Port und alle anderen Elektroden bzw. Metallteile mit dem Low-Port verbunden. Das erscheint zunächst wie ein Widerspruch zu dem Empfehlungen aus Abschnitt 6.4. Jedoch soll mit den hier durchgeführten Messreihen der *worst case* untersucht werden, um dem Umstand Rechnung zu tragen, dass bei der analytischen Modellierung eine vereinfachte Geometrie mit nur einer Sende- und einer Empfangselektrode verwendet wurde.

7.2 FE-Modell des Versuchsaufbaus

Für den rotationssymmetrischen Teil des Versuchsaufbaus, also ohne den Plastikrahmen und die Zuleitungen wird ein FE-Modell erstellt. Als Basis für die Modellierung wird auch hier die Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte für zeit-harmonische Probleme verwendet (vgl. Gleichungen 5.1 und 5.2). Als Simulationswerkzeug wird in dieser Arbeit Quickfield™ verwendet. Die rotationssymmetrische Geometrie wird möglichst dem tatsächlichen Aufbau nachempfunden und ist in Abbildung 7.3 dargestellt.

Für jede simulierte Frequenz wird die komplexe Admittanzmatrix

$$\underline{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{m11} & \underline{Y}_{m12} & \underline{Y}_{m13} & \underline{Y}_{m14} \\ \underline{Y}_{m21} & \underline{Y}_{m22} & \underline{Y}_{m23} & \underline{Y}_{m23} \\ \underline{Y}_{m31} & \underline{Y}_{m32} & \underline{Y}_{m33} & \underline{Y}_{m34} \\ \underline{Y}_{m41} & \underline{Y}_{m42} & \underline{Y}_{m43} & \underline{Y}_{m44} \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

ermittelt. Für die erste Spalte von $\underline{\mathbf{Y}}$ wird erste Elektrode auf ein Potenzial von 1V und alle anderen Elektroden auf ein Potenzial von 0V gelegt und der Strom durch jede der vier Elektroden ermittelt. Der Strom ist hierbei das Integral der Stromdichte über eine geschlossene Fläche, die die Elektrode einschließt. Dieser Vorgang wird für jede Spalte der Admittanzmatrix wiederholt. Für die Elemente von $\underline{\mathbf{Y}}$ gilt mit den Indizes i und j gilt:

$$\underline{Y}_{mij} = \underline{Y}_{mji} \quad (7.2)$$

Das bedeutet, dass für eine Teiladmittanz die Sende- und Empfangselektroden formal vertauscht werden dürfen, es also gleichgültig ist, welche der beiden Elektroden als Sender bzw. Empfänger dient.

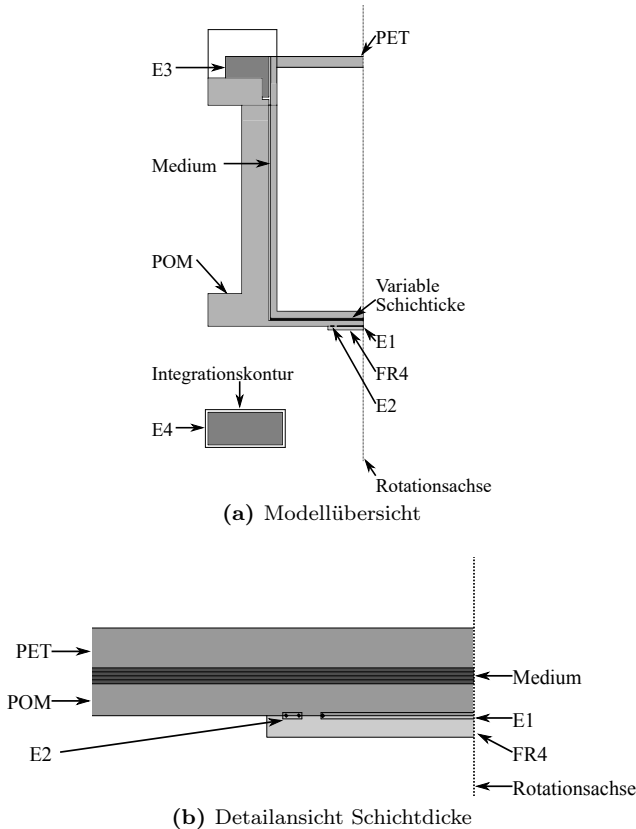


Abbildung 7.3: Skizze des FE-Modells

Außerdem stellen die Diagonalelemente Y_{mii} jeweils die negative Summe ihrer Teiladmittanzen in der gleichen Zeile bzw. Spalte dar. Anschaulich teilt sich also der Strom, der an der i -ten Elektrode in das Modell herein fließt auf die drei übrigen Elektroden auf. Des Wei-

teren wird für jeden Simulationslauf eine adaptive Verfeinerung der finiten Elemente durchgeführt. Das bedeutet, dass zunächst eine grobe Lösung ermittelt wird. Dann wird das Gitter entlang der größten Gradienten des elektrischen Potentials verfeinert und erneut die Lösung berechnet. So wird sichergestellt, dass das Gitter stets fein genug ist, um auch starke Potenzialgradienten, also hohe elektrische Feldstärken, darzustellen.

Die unterschiedlichen Konturen innerhalb des Modells werden nicht bewegt, um unterschiedliche Schichtdicken darzustellen. Vielmehr wird der Bereich, in dem sich das Medium befindet, in Segmente aufgeteilt. Je nach Schichtdicke des Mediums werden die Materialeigenschaften der Segmente so gesetzt, dass sie entweder dem Medium oder dem Kunststoff entsprechen (vgl. Abbildung 7.3b). Für die Kunststoffe werden in der Simulation die in Tabelle 7.1 gezeigten Eigenschaften verwendet.

Tabelle 7.1: Im FE-Modell verwendete elektrische Eigenschaften der Kunststoffe

	Permittivität	Verlustfaktor
POM [121]	3,8	10^{-4}
PET [122]	3,2	0,021
FR4	4,89	0,015

Als mögliche Bedingungen für den Modellrand stellt die Software zwei Optionen zur Verfügung. Entweder kann ein konstantes Potenzial oder die Normalkomponente der Stromdichte vorgegeben werden. In beiden Fällen muss der Rand des Modells ausreichend weit von der eigentlichen Geometrie entfernt sein, damit der Feldverlauf nicht beeinflusst wird [18].

7.3 Messungen

7.3.1 Kalibrierung des Messgeräts

Eine Besonderheit kapazitiver Näherungsschalter ist, dass sie in großen Stückzahlen produziert und in unterschiedlichsten Applikationen ein-

gesetzt werden. So sind Parameter, wie die genaue Einbaulage und die Medieneigenschaften im Vorhinein nicht bekannt. Es kann also bei einem Endgerät allenfalls am Ende des Produktionsprozesses eine Kalibrierung bzw. eine Justierung durchgeführt werden.

Um dem Rechnung zu tragen, wird auch bei den hier durchgeführten Messungen nur in der Kalibrierebene des Messgeräts ein OPEN/SHORT/LOAD Abgleich durchgeführt [27]. Zur Kontaktierung der Elektrode wird ein Keysight 16047E Adapter verwendet. Die OPEN- und SHORT-Kalibrierung wird nach den Empfehlungen des Herstellers durchgeführt.

Als LOAD-Standard wird ein 100Ω -Widerstand verwendet. Der Widerstandswert wurde bei 40Hz gemessen, während seine Serieninduktivität bei 2MHz gemessen wurde. Beide Parameter wurden in der eingebauten Kalibrierroutine als wahre Werte angenommen.

Die Streukapazität und der Verlustfaktor der Zuleitung zur Elektrode wurden vermessen, indem ein zweites PCB ohne Elektrode aufgebaut wurde. Im offenen Zustand beträgt die Streukapazität zwischen den Leiterbahnen $0,27\text{pF}$ mit einem Verlustfaktor von $0,08\%$. Zur Vermessung des ohmschen Serienwiderstands wurden die Leitbahnen kurzgeschlossen. Bei 40Hz beträgt dieser $0,12\Omega$. Die Streuinduktivität bei 2MHz ist 110nH . Die Kapazität des RG178-Kabels, das den Metallring mit dem Low-Port des Geräts verbindet, wird kompensiert, indem der Außenleiter des Kabels an die Gerätemasse angeschlossen wird. Die Kabelinduktivität L_s kann über die Formel

$$L_s = Z_L^2 \cdot C_s \quad (7.3)$$

aus der Kabelkapazität C_s und dem Wellenwiderstand Z_L berechnet werden.

7.3.2 Datenaufnahme

Zur Verifizierung des FE-Modells, des Verhaltensmodells und zur Verifizierung des Verfahrens für die Anhaftungserkennung werden für verschiedene Medien und den leeren Versuchsaufbau Impedanzspektren aufgenommen. Die Aufnahme der Messdaten erfolgt bis zur Obergrenze des Messgerätes von 110MHz . Die kleinste Messfrequenz wird so

gewählt, dass ein Impedanzbetrag von $10M\Omega$, also die Obergrenze des vom Hersteller angegebenen Dynamikbereichs [123], nicht überschritten wird. Es werden die Schichtdicken 0,25mm, 0,5mm, 0,75mm, 1mm und 5mm vermessen, wobei die dickste Schicht als „Vollpegel“ dienen soll. Eine dickere Schicht ist dazu nicht erforderlich, weil sich R_O für hohe Schichtdicken nicht mehr maßgeblich ändert. Pro Medium und Schichtdicke werden 10 Spektren mit 801 Messpunkten, der mit diesem Gerät maximal möglichen Anzahl, aufgenommen.

Die relativ geringe Anzahl von 10 Spektren pro Schichtdicke und Medium liegt in der langsamen Mess- und Übertragungsgeschwindigkeit des Analysers begründet. Würden mehr Spektren aufgenommen werden, bestünde die Gefahr, dass ein Teil des Mediums während der Messung verdunstet, sodass sich die Zellkonstante und die Leitfähigkeit des Mediums während der Messung verändert. Weiterhin führt das Messgerät selbst durch die synchrone Demodulation und die Tiefpassfilterung eine Mittelung durch. Daher wurden zugunsten der Geschwindigkeit nur relativ wenige Spektren aufgenommen.

Tabelle 7.2: Zur Messung verwendete Medien und deren Leitfähigkeit

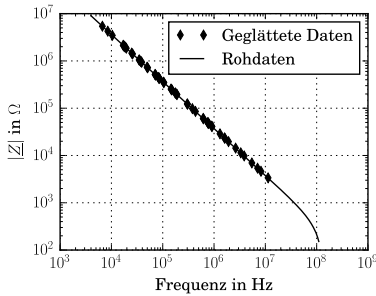
Medium	Leitfähigkeit in $\frac{mS}{cm}$
Deminearlisieretes Wasser	0,005
Leitungswasser	0,502
KCl #1	1,91
KCl #2	10,6
KCl #3	43,1
KCl #4	92,5
KCl #5	193,1

Tabelle 7.2 zeigt die für die Messung verwendeten Medien. Die Validierung des FE-Modells und des Verhaltensmodells erfolgt mit Leitungswasser und KCl #1. Diese Flüssigkeiten haben eine hinreichend kleine Leitfähigkeit, sodass das Maximum des Phasengangs gerade in das gemessene Spektrum passt. So lassen sich alle Parameter extrahieren bzw. das Spektrum ist in seiner gesamten Breite mit dem FE-Modell vergleichbar.

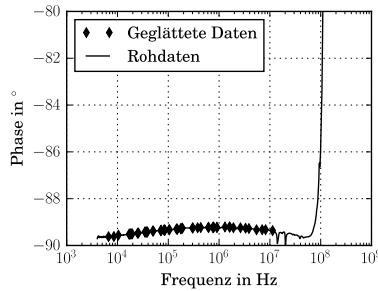
Das Verfahren zur Anhaftungserkennung wird mit den hochleitfähigen KCl-Lösungen verifiziert. Es wird jeweils für jede Leitfähigkeit und Schichtdicke R_O ermittelt und überprüft, ob sein Verhalten mit den Vorhersagen in Abschnitt 6.2 übereinstimmt.

7.3.3 Glättung der Messdaten

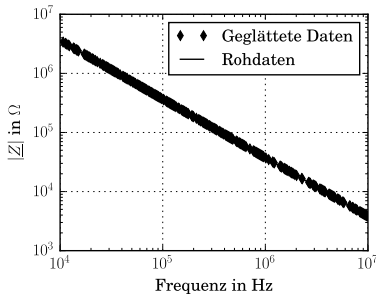
Die aufgenommenen Daten werden mit Hilfe des in Abschnitt 5.3 beschriebenen Verfahrens nach Variante #4 (vgl. Tabelle 5.4) geglättet.



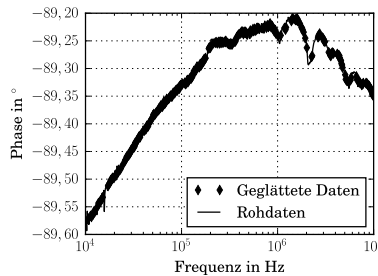
(a) Betrag der Impedanz 4kHz-110MHz



(b) Phase der Impedanz 4kHz-110MHz



(c) Betrag der Impedanz 10kHz-10MHz



(d) Phase der Impedanz 10kHz-10MHz

Abbildung 7.4: Geglättetes Spektrum für den leeren Versuchsaufbau

Ein Datenpunkt wird immer dann verworfen, wenn die relative Abweichung $|\Delta_{re}|$ oder $|\Delta_{im}|$ (vgl. Formeln 5.64 und 5.65) zwischen gemessenen und Regressionsdaten eine Schwelle von 0,5% überschreitet. Dieses Kriterium ist etwas strenger, als die Kriterien, die beispielsweise in [21] verwendet werden, zumal die hier berechnete relative Abweichung nicht mit dem Betrag der Impedanz gewichtet wird, sondern mit dem Real- bzw. Imaginärteil. Durch die Verwendung des strengeren Kriteriums soll ein möglichst idealer Kurvenverlauf der gemessenen Daten hergestellt werden.

Die Abbildungen 7.4a und 7.4b zeigen das aufgenommene Impedanzspektrum bei leerem Versuchsaufbau in seiner ganzen Bandbreite. Ab etwa 70MHz kommt es zu einem steilen Anstieg der Phase, der so bei einem *Device Under Test* (DUT), das rein kapazitiv sein sollte, nicht zu erwarten ist. Eine mögliche Ursache ist eine Resonanzstelle, die entweder durch die Zuleitungsinduktivität oder die elektrische Länge des Versuchsaufbaus verursacht wird. Daraus folgt die Erwartung, dass bei vorhandenem Medium die gemessene Kapazität steigt, was zu einer Verringerung der Resonanzfrequenz führen sollte.

Bei Frequenzen im einstelligen Kilohertzbereich ist wiederum das Rauschen des Realteils der Impedanz so groß, dass das eingangs genannte Kriterium zum Ausschluss von Messpunkten verletzt wird, was zur Löschung des Frequenzpunktes aus dem geglätteten Spektrum führt. Des Weiteren kann es bei sehr starken Störungen im Randbereich zu Oszillationen der linearen Regression kommen, was dazu führt, dass fast alle Messpunkte verworfen werden. Als Folge muss bereits vor der Glättung der Frequenzbereich eingeschränkt werden.

Abbildungen 7.4c und 7.4d zeigen das geglättete Impedanzspektrum für den leeren Versuchsaufbau. Das beste Ergebnis lässt sich mit dem genannten Kriterium in einem Frequenzbereich von 10kHz bis 10MHz erzielen. In diesem Bereich existieren im Schnitt 261 Datenpunkte.

Die Tabellen 7.3 und 7.4 zeigen für jedes Medium den Frequenzbereich in dem die Glättung durchgeführt wurde und die darin enthaltene Anzahl der Messpunkte. Je nach verwendetem Medium kann sich der Frequenzbereich, der für die Glättung verwendet wird, ändern, da sich je nach Leitfähigkeit des Mediums auch die Wirkung externer Störungen, beispielsweise durch induktive oder kapazitive Einkopplung,

ändern kann. Die Amplitude der dadurch verursachten Störstellen im Spektrum kann sich von Messung zu Messung ändern.

Tabelle 7.3: Frequenzbereiche für die vermessenen Medien, in denen die Daten geglättet wurden

Medium	Frequenzbereich
Leerer Aufbau	10kHz - 10MHz
Demineralisiertes Wasser	4kHz - 10MHz
Leitungswasser	100kHz - 50MHz
KCl #1	50kHz - 50MHz
KCl #2	50kHz - 50MHz
KCl #3	50kHz - 50MHz
KCl #4	50kHz - 50MHz
KCl #5	50kHz - 30MHz

Da einzelne lokale Störungen, wie in Abbildung 5.9 gezeigt, Oszillationen in der Regression verursachen, werden je nach Amplitude der Störung auch umliegende Messpunkte verworfen. Insbesondere zwischen 10MHz und 20MHz treten immer wieder einige Störspitzen auf, wie in Abbildung 7.4b zu sehen ist.

Tabelle 7.4: Anzahl der geglätteten Messpunkte in jeweiligen Frequenzbereich für die vermessenen Medien

	Anzahl Messpunkte				
	0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
Leerer Aufbau	296	289	280	257	275
Demineralisiertes Wasser	527	505	519	506	501
Leitungswasser	400	398	391	388	371
KCl #1	475	471	439	328	410
KCl #2	418	399	386	366	415
KCl #3	461	455	363	365	407
KCl #4	396	404	398	397	352
KCl #5	320	330	321	320	325

Für alle weiteren Untersuchungen in diesem Kapitel werden nur noch die geglätteten Datensätze verwendet. Alle gemessenen und geglätteten Spektren befinden sich im Anhang (Abschnitt B).

7.3.4 Validierung des Verhaltensmodells

Nun wird das in Abschnitt 5.2 beschriebene Verhaltensmodell auf die gemessenen und geglätteten Daten der Medien Leitungswasser und KCl #1 angewendet. Diese beiden Spektren werden verwendet, da ihr Phasengang in seiner ganzen Bandbreite messbar ist. Dazu wird der Evolutionsalgorithmus auf ein Ersatzschaltbild zweiter Ordnung mit einem Koppel-CPE und zwei RC-Gliedern angewendet.

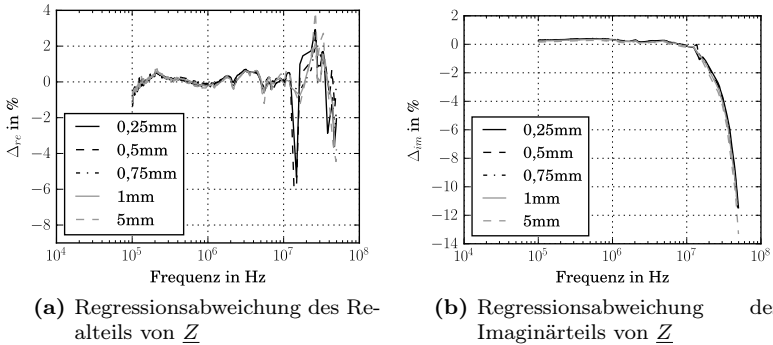
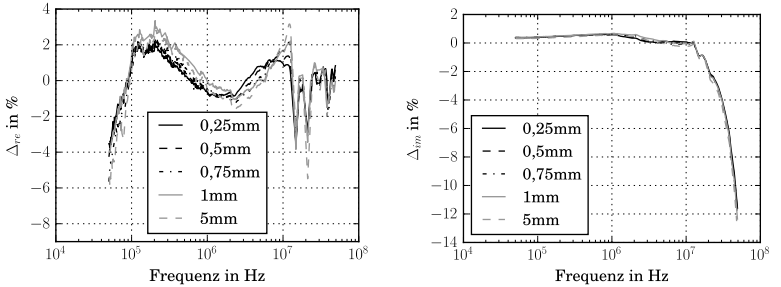


Abbildung 7.5: Regressionsabweichung der Messdaten für Leitungswasser

Die Tabellen C.1 und C.3 zeigen die extrahierten Parameter. Die Abbildungen 7.5 und 7.6 zeigen die relativen Abweichungen der Modell- von den Messdaten gemäß den Formeln 5.64 und 5.65.

Die Abweichung des Realteils verläuft zumindest im Mittel um die 0%-Achse der Darstellung. Die einzelnen Ausschläge der relativen Abweichung am oberen Ende des Frequenzbereichs sind vorhanden, weil ihre relative Abweichung bei der Glättung nicht ausreichte, um aus dem Spektrum gelöscht zu werden. Da auch die lineare Regression, die zur

Glättung der Messdaten eingesetzt wird, die gesamte quadratische Abweichung minimiert, kann es vorkommen, dass einzelne gestörte Messpunkte dennoch das Glättungsschema passieren können (vgl. Abbildung 5.9).



(a) Regressionsabweichung des Realteils von \underline{Z} (b) Regressionsabweichung des Imaginärteils von \underline{Z}

Abbildung 7.6: Regressionsabweichung der Messdaten für KCl #1

In der Darstellung für den Imaginärteil ist jedoch ab einer Frequenz von 10MHz eine deutliche systematische Abweichung zu erkennen, die bezüglich der Frequenz monoton ansteigt. Für den Imaginärteil von KCl #1 gilt die gleiche Beobachtung (vgl. Abbildung 7.6b).

Im Realteil (vgl. Abbildung 7.6a) ergibt sich zusätzlich eine systematische Abweichung bei Frequenzen unter 100kHz. In diesem Bereich hat das CPE den größten Einfluss auf den Realteil von \underline{Z} , sodass die Abweichung wahrscheinlich durch eine geringe Abweichung der CPE-Parameter verursacht wird. Die Grenzfrequenzen der RC-Elemente sind hingegen viel zu groß, um einen signifikanten Einfluss zu haben. Weitere mögliche Ursachen hierfür sind die bei diesen Frequenzen geringe Genauigkeit des Messgerätes und die in Abschnitt 6.3.2 angesprochene Streukapazität zwischen der Elektrode und dem Erdpotential. Diese wirkt sich im Verhaltensmodell wie eine Kapazität zwischen den beiden Klemmen aus, liegt also parallel zum Rest des Ersatzschaltbildes.

Fügt man dem Verhaltensmodell eine Serieninduktivität hinzu, welche die Zu- und Rückleitungen am Versuchsaufbau abbildet, verschwin-

det die Regressionsabweichung im Imaginärteil nahezu vollständig (vgl. Abbildungen 7.7 und 7.8). Diese Serieninduktivität $L_s \approx 240\text{nH}$ ist in allen betrachteten Fällen nahezu konstant (vgl. Tabellen C.2 und C.4). Ihr Wert ist jedoch um Faktor 2,18 größer, als der in Abschnitt 7.3.1 gemessene Wert von 110nH.

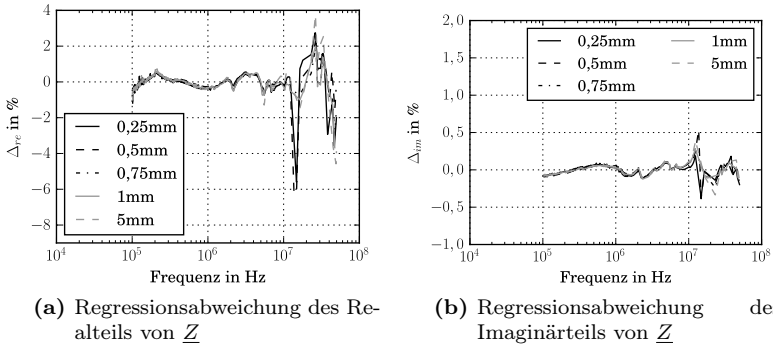
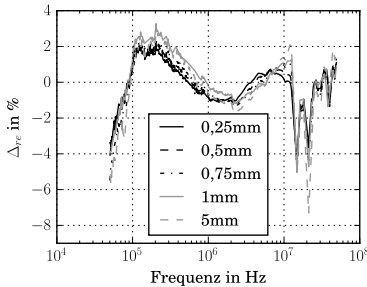


Abbildung 7.7: Regressionsabweichung der Messdaten für Leitungswasser mit Serieninduktivität

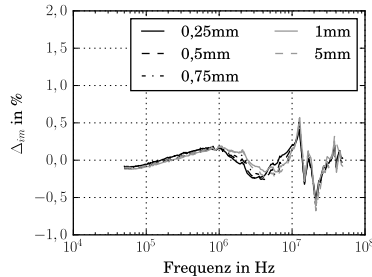
Das Zustandekommen dieses Induktivitätswertes messtechnisch nachzuvollziehen ist schwierig, da er von der Geometrie, beispielsweise der Kabellage, und den Wirbelstromverlusten in den verwendeten leitfähigen Materialien abhängt. Um dennoch eine messtechnische Abschätzung treffen zu können, wird am Versuchsaufbau der Innenzylinder entfernt. Mit einem Stück Kupferfolie mit einer Breite von 25mm wird die Sendelektrode kapazitiv direkt mit dem Kupfering gekoppelt. Mit Hilfe des Impedanzmessgerätes wird die Resonanzfrequenz f_r des entstandenen Reihenschwingkreises ermittelt. Zusammen mit der gemessenen Reihenkapazität C_s und dem bekannten Zusammenhang für die Resonanzfrequenz eines Reihenschwingkreises

$$L_s = \frac{1}{4\pi^2 C_s f_r^2} \quad (7.4)$$

ergibt sich eine Serieninduktivität von 380nH. Gegenüber der Induk-



(a) Regressionsabweichung des Realteils von \underline{Z}



(b) Regressionsabweichung des Imaginärteils von \underline{Z}

Abbildung 7.8: Regressionsabweichung der Messdaten für KCl#1 mit Serieninduktivität

tivität, die über die Regression ermittelt wurde, ist dieser Wert um 58% zu groß, liegt jedoch zumindest in der richtigen Größenordnung. Allerdings bewirkt das bloße Vorhandensein eines langen Kupferstreifens bereits eine Veränderung der Geometrie und damit auch der gemessenen Induktivität. Die Länge der Rückleitung wurde effektiv verdoppelt.

Der Versuch hat jedoch gezeigt, dass es sich bei dem beobachteten induktiven Effekt um einen tatsächlichen Messeffekt und nicht etwa um ein Messartefakt, das durch die Medien verursacht wird, handelt. Als nächstes sollen die extrahierten Parameter auf Plausibilität überprüft werden.

Die CPE-Parameter Q und n sind in allen extrahierten Datensätzen nahezu konstant. Die maximale relative Abweichung vom Mittelwert beträgt 1,72% für Q und -0,08% für n . Leitfähige Medien oder Medien mit sehr hoher Permittivität bewirken eine Abschirmung des elektrischen Feldes. So streben die Werte des Koppel-CPEs einem in guter Näherung konstanten Wert entgegen, der kaum von den Materialeigenschaften beeinflusst wird.

Auch die Serieninduktivität hat keinen Einfluss, da sie erst bei hohen Frequenzen über 10MHz wirksam ist. Auch hat sie keinen Einfluss auf alle für Leitungswasser extrahierten Parameter. Die maximale Ab-

weichung beträgt hier 1,5%. Das liegt darin begründet, dass die Grenzfrequenzen, die von den RC-Elementen gebildet werden, hinreichend niedrig sind, sodass keine Beeinflussung durch die Serieninduktivität vorliegen kann.

Anders sieht es hingegen bei KCl #1 aus. Hier liegt eine der beiden Grenzfrequenzen im zweistelligen Megahertz-Bereich, wo auch die Serieninduktivität einen signifikanten Einfluss auf die Impedanz hat. Das führt zu einer maximalen Abweichung von 86% für R_1 und 19% für C_1 . Auf die Summe der beiden Widerstände, die bzgl. Anhaftungserkennung besonders relevant ist, hat die Serieninduktivität jedoch einen vernachlässigbar kleinen Einfluss, da das RC-Element mit der größeren Grenzfrequenz auch einen deutlich geringeren Widerstand aufweist.

Durch die Serieninduktivität ändert sich diese Summe um maximal 0,3%. Wie erwartet fallen bei ansteigender Schichtdicke die Widerstände monoton, da sich mehr leitfähiges Material in Elektrodennähe befindet. So wird die Zellkonstante größer bzw. der spezifische Widerstand kleiner. Ebenfalls steigen die Kapazitäten monoton an, weil die mittlere Permittivität des Versuchsaufbaus zunimmt.

Eine wichtige Vorhersage aus der vorangegangenen Modellierung (vgl. Abschnitt 6.3.1) war, dass sich bei konstanter Geometrie der extrahierte Widerstandswert proportional zur Leitfähigkeit verhält. Zwischen Leitungswasser und KCl #1 liegt bzgl. der Leitfähigkeit ein Faktor von 3,8. Dieser Faktor sollte sich ebenfalls für jede betrachtete Schichtdicke ergeben, wenn jeweils die Summe der beiden Widerstände ins Verhältnis gesetzt wird. Hier ergeben sich Werte zwischen 3,24 für eine Schichtdicke von 0,25mm und 3,61 für eine Schichtdicke von 5mm. Das entspricht einer relativen Abweichung von 5% bis 15% vom Sollwert.

Insbesondere für dünne Schichtdicken kann die Abweichung groß werden, da in diesem Bereich der Widerstand sehr stark durch Abweichungen und Toleranzen bzgl. der Schichtdicke beeinflusst werden kann (vgl. Abbildung 6.5b). Bei sehr dicken Schichten wird diese Abweichung jedoch vernachlässigbar.

Die verwendete Leitwertmesszelle Greisinger GMH 3410 weist eine Genauigkeit von $\pm 0,5\%$ vom Messwert und $\pm 0,5\%$ vom Messbereichsendwert auf. Beide hier verwendete Medien wurden mit einem Mess-

bereichsendwert von $2 \frac{mS}{cm}$ und einer Auflösung von $1 \frac{\mu S}{cm}$ vermessen. Es ergibt sich für Leitungswasser eine Unsicherheit von $\pm 0,01251 \frac{mS}{cm}$ und für KCl #1 eine Unsicherheit von $\pm 0,01955 \frac{mS}{cm}$. Im günstigsten Fall reduziert sich so die Abweichung der Faktoren auf ca. 12% für eine Schichtdicke von 0,25mm und 1,6% für eine Schichtdicke von 5mm. Zumindest ein Teil der Abweichung lässt sich also auf die Genauigkeit der Leitwertmesszelle zurückführen.

Eine weitere mögliche Ursache ist die Varianz der Regressionsparameter, die hier nach [124] berechnet werden soll. Da die Modellfunktion nicht-linear ist, wird für die Berechnung der Kovarianzmatrix zunächst eine Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ aufgestellt:

$$\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{p}_0)_{ij} = \frac{1}{\zeta_i} \left. \frac{\partial \underline{Z}_{mod}(\omega, \mathbf{p})}{\partial p_j} \right|_{\mathbf{p}_0} \quad (7.5)$$

$\underline{Z}_{mod}(\omega, p)$ ist die Modellfunktion des Ersatzschaltbilds abhängig von der Kreisfrequenz ω und dem Parametervektor \mathbf{p} . \mathbf{p}_0 ist der optimale Parametervektor, der durch den Evolutionsalgorithmus ermittelt wird. ζ_i ist die Standardabweichung des i-ten Messpunktes, die anhand der Messdaten ermittelt wird. Für j-te Spalte der Matrix wird jeweils die Ableitung der Modellfunktion bzgl. des j-ten Parameters gebildet. Die Kovarianzmatrix $\underline{\mathbf{C}}_v$ berechnet sich dann über

$$\underline{\mathbf{C}}_v = \left(\underline{\mathbf{A}}^T \underline{\mathbf{A}} \right)^{-1} \quad (7.6)$$

wobei $\underline{\mathbf{A}}^T$ die transponierte Matrix $\underline{\mathbf{A}}$ ist. Bei der Inversion der Matrix ist zu beachten, dass es sich oftmals um eine schlecht konditionierte, also nahezu singuläre, Matrix handelt. Daher sollte zum Invertieren auf Singulärwert- oder Cholesky-Zerlegung zurückgegriffen werden [99]. Damit $\underline{\mathbf{C}}_v$ reell wird kann man weiterhin schreiben [21]:

$$\underline{\mathbf{A}} = [\Re(\underline{\mathbf{A}}) \Im(\underline{\mathbf{A}})]^T \quad (7.7)$$

Die Standardabweichung des j-ten Parameters ist dann:

$$\zeta_j = \sqrt{C_{v,jj}} \quad (7.8)$$

Tabellen C.5 und C.6 zeigen die relativen Standardabweichungen der Parameter für die beiden betrachteten Medien. Die berechneten Werte sind deutlich zu klein, um das Widerstandsverhältnis maßgeblich zu beeinflussen. Das bedeutet jedoch auch, dass die extrahierten Parameter sehr robust gegenüber der zufälligen Streuung der Messpunkte sind.

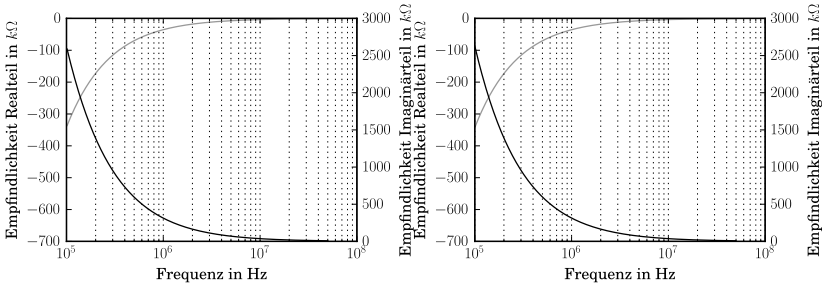
Allerdings sind die Regressionsabweichungen bzgl. des Realteils nicht zufällig um die 0%-Achse verteilt. Es scheint also noch systematische Abweichungen bei der Regression des Realteils zu geben, die sich durch die Betrachtung der zufälligen Abweichungen nicht behandeln lässt. Hier lässt sich durch Betrachtung der Empfindlichkeit $\underline{E}_{s,j}(\omega, p_0)$ der Parameter Abhilfe schaffen. Man bildet mit

$$\underline{E}_{s,j}(\omega, \mathbf{p}_0) = \left. \frac{\partial \underline{Z}_{mod}(\omega, \mathbf{p})}{\partial p_j} p_j \right|_{\mathbf{p}_0} \quad (7.9)$$

einen Ausdruck für Empfindlichkeit der Modellimpedanz gegenüber der einzelnen Parameter. Durch die Multiplikation mit p_j wird eine Normierung der partiellen Ableitung erreicht. Statt infinitesimaler Änderungen werden infinitesimale relative Änderungen betrachtet. So haben alle Terme von $\underline{E}_{s,j}(\omega, p_0)$ die gleiche Einheit und sind quantitativ vergleichbar [104].

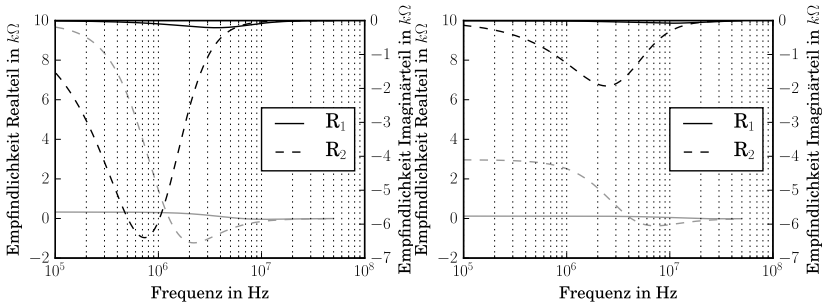
Abbildung 7.9 zeigt die Empfindlichkeiten für Leitungswasser und KCl #1. Der Realteil der Impedanz reagiert im niederfrequenten Bereich wesentlich empfindlicher auf Änderungen der CPE-Parameter, als auf Änderungen der Widerstände. Dieser Effekt wird umso größer, je weiter sich das gemessene Spektrum zu kleineren Frequenzen erstreckt. Diese vielfach erhöhte Empfindlichkeit der CPE-Parameter ist somit eine mögliche Erklärung für die erhöhte relative Abweichung im Realteil der Regression.

Dieser Effekt wird sichtbarer bei der Extraktion der Modellparameter für demineralisiertes Wasser. Hier steigt die relative Regressionsabweichung des Realteils auf maximal 15%, da die Grenzfrequenzen der RC-Elemente sehr gering sind und ihre Impedanz von der CPE-Impedanz überlagert wird. Die wahrscheinlichste Erklärung für die Abweichung des Realteils ist demnach die zu geringe Empfindlichkeit der RC-Elemente bzgl. des Realteils bei kleinen Frequenzen.



(a) CPE-Parameter n für Leitungswasser
 Grau: Realteil; Schwarz: Imaginärteil

(b) CPE-Parameter n für KCl #1
 Grau: Realteil; Schwarz: Imaginärteil



(c) Widerstände R_1 und R_2 für Leitungswasser
 Grau: Realteil; Schwarz: Imaginärteil

(d) Widerstände R_1 und R_2 für KCl #1
 Grau: Realteil; Schwarz: Imaginärteil

Abbildung 7.9: Empfindlichkeitsanalyse von R_1 , R_2 und n für Leitungswasser und KCl #1 bei einer Schichtdicke von 0,25mm

Eine weitere mögliche Ursache ist die geringere Genauigkeit des Messgerätes bezüglich des Realteils der Impedanz bei kleineren Frequenzen [123]. Aufgrund der kapazitiven Kopplung, der kleinen Messfrequenz und des Phasenwinkels der Impedanz, der nahe an -90° liegt, fließen nur Ströme, die in der Größenordnung von einigen Nanoampere liegen.

7.3.5 Extraktion des Gesamtwiderstands aus den Messdaten

Die nicht-lineare Extraktion versagt im gegebenen Frequenzbereich bereits bei Leitfähigkeiten um $10 \frac{mS}{cm}$ (KCl #2). Die von den RC-Elementen gebildeten Zeitkonstanten sind so klein, dass im gegebenen Frequenzbereich keine Information über sie gewonnen werden kann. Hier kommt das in Abschnitt 6.2 beschriebene Verfahren zum Einsatz. So ist es möglich, auch für hochleitfähige Medien Informationen über das Koppel-CPE und den Gesamtwiderstand zu gewinnen. Tabellen 7.5 und C.14 zeigt die extrahierten Gesamtwiderstände bzw. die extrahierten Verlustfaktoren.

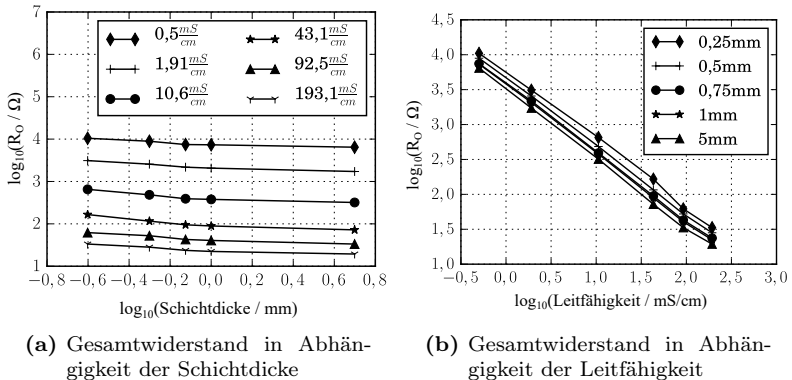


Abbildung 7.10: Doppelt logarithmische Darstellung der aus den Messdaten berechneten Gesamtwiderstände

Abbildung 7.10 zeigt die doppelt logarithmische Darstellung der Tabellenwerte für den Gesamtwiderstand. Für KCl #2 bis #5 wurden die Werte in einem Frequenzbereich von 500kHz bis 2MHz ermittelt. Für die beiden gering leitenden Medien wurde der betrachtete Frequenzbereich verringert, sodass die Ortskurve der Impedanz wieder eine Gerade ist (vgl. Abschnitt 6.2). Für KCl #1 wurde daher ein Frequenzbereich von 100kHz-500kHz und für Leitungswasser 50kHz-100kHz verwendet.

Tabelle 7.5: R_O ermittelt aus experimentellen Daten mit linearem Fit

	Medium					
	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	10465,03	3110,23	652,22	165,58	62,06	33,37
0,5mm	8906,57	2562,32	484,37	115,95	52,42	28,17
0,75mm	7436,25	2174,59	391,52	94,89	42,82	23,66
1mm	7341,06	2065,30	377,92	89,09	40,56	22,32
5mm	6442,48	1719,78	319,35	72,12	33,34	19,40

Die für die Applikation bei der Anhaftungserkennung wichtigste Erkenntnis ist, dass R_O streng monoton fallend gegenüber der Schichtdicke ist.

Die ermittelten Verlustfaktoren in Tabelle C.14 streben, wie erwartet, für hohe Leitfähigkeiten einem konstanten Wert entgegen, da sich das Medium zunehmend wie die zweite Platte eines Plattenkondensators verhält. Für geringere Leitfähigkeiten ist der genäherte Verlustfaktor kleiner. Das ist zunächst ein Widerspruch zu Formel 6.9, nach der der Verlustfaktor für wenig leitfähige Medien betragsmäßig zunehmen sollte. Jedoch geht diese Formel von konstanten CPE-Parametern aus. In Wirklichkeit bewirken wenig leitfähige Medien keine komplette Abschirmung des elektrischen Feldes, sodass sich das Koppelement nicht vollständig ausbilden kann. Da mehr E-Feldlinien nicht- oder wenig leitfähige Gebiete passieren, erscheint der Verlustfaktor kleiner.

Die R_O -Werte für Leitungswasser und KCl #1 stimmen mit den Summen der durch die nicht-lineare Regression ermittelten Parameter R_1 und R_2 in Tabellen C.2 und C.4 überein. Diese Beobachtung ist konsistent mit den Ergebnissen aus Abschnitt 6.2. Die maximale Abweichung für Leitungswasser liegt bei 4,8% und für KCl #1 bei 1,2%.

Wie erwartet ist also die Abweichung für geringe Leitfähigkeiten größer (siehe auch Abbildung 6.4).

Eine wichtige Erkenntnis aus der Modellierung ist, dass $R_O \propto \frac{1}{\sigma}$ gilt (vgl. Abschnitt 6.3.1). Beispielsweise sollte also eine Verdopplung der Leitfähigkeit einer Halbierung von R_O gleichkommen. Im Wesentlichen wurde dieses Modellierungsergebnis durch die Experimente bestätigt. Die Abweichung von der Proportionalität beträgt im Mittel 8,2% und im Median 4,7%. Die maximale Abweichung beträgt 18% für KCl #5 bei einer Schichtdicke von 0,25mm. Mögliche Ursachen für die Abweichung wie beispielsweise mechanische Toleranzen bei geringen Schichtdicken wurden bereits in Abschnitt 7.3.4 diskutiert.

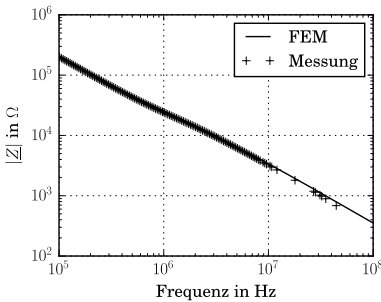
Tabelle 7.6: Standardabweichung von R_O ermittelt aus den Messdaten

Schichtdicke	Medium					
	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	13,83	9,77	3,36	0,70	0,47	0,91
0,5mm	41,95	7,86	4,74	0,77	0,74	0,96
0,75mm	48,38	10,87	2,98	3,06	0,96	0,60
1mm	63,38	9,35	3,90	2,75	0,87	0,91
5mm	26,87	4,22	1,28	0,61	1,00	1,40

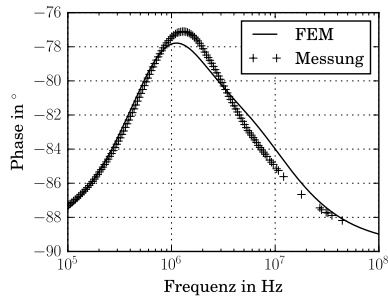
Tabelle 7.6 zeigt die Standardabweichungen für die ermittelten R_O -Werte. Für alle Medien ist die Änderung zwischen 0,25mm und 5mm (Anhaftung und Voll) wesentlich größer, als die Summe der jeweiligen Standardabweichungen. Hier ist eine sichere Unterscheidung zwischen Anhaftungs- und Vollzustand gewährleistet. Für KCl #5 ist die Empfindlichkeit von R_O bzgl. der Schichtdicke zu gering für eine zuverlässige Unterscheidung, weil die Signaldifferenz geringer als die Standardabweichung ist. Der Unterschied der Zellkonstanten, die den Schichtdicken zugeordnet werden kann, ist zu gering, um bei der gegebenen Leitfähigkeit eine hinreichende Signaldifferenz zu erzeugen. Da die Zellkonstanten geometrieabhängig sind, sind Aufbauten denkbar, bei denen sich Anhaftungserkennung bei größerer, oder auch bei geringerer, Leitfähigkeit realisieren lässt.

7.3.6 Vergleich der Messdaten mit dem FE-Modell und Beschreibung der parasitären Effekte

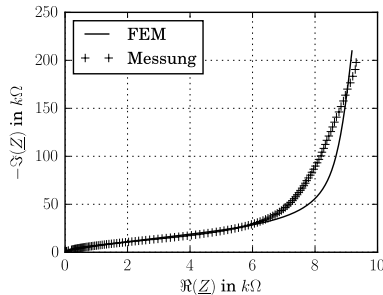
Zunächst soll ein qualitativer Vergleich zwischen den simulierten Daten aus dem FE-Modell und den Messdaten durchgeführt werden. Da in der Simulation die Kopplung zwischen elektrischem und magnetischem Feld vernachlässigt wird, werden induktive Effekte nicht modelliert.



(a) Betrag von Z



(b) Phase von Z



(c) Ortskurve von Z

Abbildung 7.11: Vergleich der gemessenen Daten mit Daten aus dem FE-Modell (Leitungswasser; 1mm Schichtdicke). Aus Gründen der Übersicht ist nur jeder dritte Datenpunkt dargestellt.

Auch gibt es im Modell keine Zu- und Rückleitung zum Versuchsaufbau. Daher ist es schwierig, eine quantitative Übereinstimmung zwischen Simulations- und Messdaten zu erzielen. Aus der Admittanzmatrix des FE-Modells wird \underline{Y}_{m11} verwendet, da es der Konfiguration der Messung entspricht (vgl. Gleichung 7.1). Abbildung 7.11 zeigt Betrag, Phase und Ortskurve der Impedanz für Leitungswasser bei einer Schichtdicke von 1mm. Verglichen wird der Frequenzbereich, in dem die Messdaten geglättet wurden.

Bis zu einer Frequenz von etwa 10MHz zeigt sich im Betrag der Impedanz eine relative Abweichung von etwa 5%. Aufgrund des kleinen Phasenwinkels wird diese Abweichung am unteren Ende des Spektrums durch die im FE-Modell etwas geringere Koppelkapazität verursacht. Die kleinere Koppelkapazität ist eine Konsequenz der im FE-Modell fehlenden Zuleitungen zur Elektrode. Über 10MHz kommt die dem Messaufbau zugeordnete Induktivität (vgl. Abschnitt 7.3.4) zum Tragen, wodurch die relative Abweichung deutlich auf etwa 25% ansteigt, je nach betrachtetem Frequenzbereich.

Wesentlich signifikanter ist die Abweichung im Realteil der komplexen Impedanz. Hier beläuft sich die relative Abweichung je nach Schichtdicke auf bis zu 40% für Leitungswasser. Die wahrscheinlichste Erklärung hierfür ist eine abweichende Kopplung ins Medium, verursacht durch einen kleinen Luftspalt zwischen Elektrode und Zylinderwand. Ebenso bewirkt eine abweichende Elektrodenkeometrie eine signifikante Abweichung im Realteil der Impedanz. Zuletzt kann es, verursacht durch die nicht perfekt rotationssymmetrische Geometrie des Versuchsaufbaus, zu Abweichungen in der Zellkonstante und damit zu Abweichungen im Gesamtwiderstand kommen.

Da eine quantitative Übereinstimmung nur in grober Näherung gegeben ist, soll nun überprüft werden, ob die bei der Modellierung herausgearbeiteten qualitativen Gesetzmäßigkeiten bestätigt werden können. Dazu wird zunächst wieder eine nicht-lineare Regression der FE-Daten in einem Frequenzbereich von 2kHz bis 110MHz durchgeführt. Da die FE-Modellierung auf der Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte in ihrer zeitharmonischen Formulierung basiert, und keine Effekte der elektrischen Länge und auch keine EMV-bedingten Störungen auftreten, wird hier auf eine Glättung der simulierten Spektren

verzichtet. Da für die FE-Daten ein Frequenzbereich 2kHz bis 110MHz verwendet wurde, wurde auch die Modellordnung von zwei auf drei erhöht, um größere Grenzfrequenzen abbilden zu können. Tabellen C.7 und C.8 zeigen die ermittelten Parameter. Die relative Abweichung in Real- und Imaginärteil liegt unter 2%.

Wie erwartet hat das Koppel-CPE einen etwas kleineren Wert, als bei den gemessenen Daten. Das dritte RC-Element hat aufgrund seines kleinen Widerstandswertes nur einen geringen Einfluss auf das Spektrum des Verhaltensmodells. Daher kann auch vernachlässigt werden, dass sich sein Widerstandswert nicht monoton zur Schichtdicke verhält. Aufgrund seiner großen Grenzfrequenz ist es jedoch erforderlich, um Prozesse bei Frequenzen über 50MHz abbilden zu können. Eine Ausnahme bildet KCl #1 bei einer Schichtdicke von 1mm. Hier scheinen keine hinreichenden Informationen vorhanden zu sein, um das hochfrequente RC-Element zu extrahieren. Die Standardabweichung der beiden Parameter ist wesentlich größer, als die zugehörigen Werte.

Tabelle 7.7: Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	15886,03	4187,09	759,11	188,36	87,81	42,07
0,5mm	11026,13	2903,14	525,29	129,98	60,58	29,02
0,75mm	9376,78	2468,43	446,42	110,39	51,45	24,65
1mm	8542,81	2248,75	406,61	100,53	46,85	22,44

Die extrahierten Widerstände für das FE-Modell stimmen quantitativ nicht mit denen der Messdaten überein, verhalten sich jedoch monoton gegenüber Leitfähigkeit und Schichtdicke. Die Summen der Widerstände stimmen auch mit den R_O -Werten aus der linearen Regression überein. Diese wichtige Erkenntnis aus der analytischen Modellierung und der Messung bestätigt sich also auch in der FE-Modellierung. Auch die Gesamtwiderstände verhalten sich qualitativ wie die Gesamtwiderstände aus den gemessenen Daten, also monoton zu Leitfähigkeit und Schichtdicke (vgl. Tabelle 7.7).

Betrachtet man die D_N -Werte in Tabelle C.13, so zeigt sich, dass bei Leitungswasser der Verlustfaktor, wie aufgrund der Modellierung erwartet, ansteigt. In den Messdaten ist es bei diesem Material noch

zu einer Verringerung des Verlustfaktors gekommen, die mit der Änderung der CPE-Parameter erklärt wurde. Das kann anhand der FE-Modellierung so nicht reproduziert werden, da sich hier die extrahierten CPE-Parameter auch nicht ändern. Erst, wenn im FE-Modell die Leitfähigkeit auf $5 \frac{\mu S}{cm}$ reduziert wird, verringert sich der genäherte Verlustfaktor. Der Effekt lässt sich also qualitativ, jedoch nicht quantitativ reproduzieren.

Tabelle 7.8: Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei doppelter Permittivität des Außenzylinders

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	19867,74	5209,80	941,01	231,13	107,80	51,66
0,5mm	13636,22	3577,39	645,87	158,67	73,99	35,45
0,75mm	11548,01	3030,14	546,90	134,38	62,67	30,02
1mm	10494,13	2754,00	497,07	122,14	56,95	27,29

Die analytische Modellierung in Abschnitt 6.3.2 hat gezeigt, dass R_O nahezu invariant gegenüber Änderungen der Wandpermittivität und dem Wandverlustfaktor verhält. Diese Überlegung gilt jedoch nur für den Fall, dass eine direkte Kopplung zwischen der Elektrode und dem Erdpotential besteht, also der Kopplungspfad, der nicht über das Medium führt, vernachlässigt werden kann. Tabelle 7.8 zeigt die berechneten R_O -Werte aus den FE-Daten bei doppelter Permittivität des Außenzylinders. Entgegen der Erwartung aus den analytischen Überlegungen weichen die Gesamtwidestände um circa 25% von den Werten aus Tabelle 7.7 ab. Im Gegensatz zum analytischen Modell (vgl. Abschnitt 6.3.2) führt bei der gegebenen komplexeren Geometrie des FE-Modells eine Verdopplung der Wandpermittivität zu einer Änderung der Kopplung in das Medium. Es verlaufen mehr E-Feldlinien durch den Außenzylinder und das Medium, was zu einer größeren Zellkonstante und auch zu einer größeren Empfindlichkeit des Gesamtwidestands gegenüber der Schichtdicke führt.

Wird der Verlustfaktor des Außenzylinders um Faktor 100 erhöht, ergibt sich in Tabelle 7.9 eine vergleichsweise geringe Änderung von R_O von maximal 8%. Das ist verständlich, weil der durch den verlustbehafteten Kunststoff verursachte Anteil am Realteil der Impedanz nur

Tabelle 7.9: Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei hundertfachem Verlustfaktor des Außenzylinders

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	16178,38	4253,17	766,47	188,80	87,81	42,22
0,5mm	11161,77	2934,21	528,71	131,60	60,83	31,45
0,75mm	9480,01	2492,20	449,03	110,40	51,43	25,88
1mm	8632,30	2269,33	408,91	100,55	46,83	22,45

sehr gering ausfällt. So ergibt sich keine nennenswerte Änderung der kapazitiven Kopplung in das Medium und damit auch keine signifikante Änderung von R_O .

Tabelle 7.10: Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	49150,49	12916,80	2327,03	570,68	266,60	127,97
0,5mm	36363,87	9556,71	1721,71	421,87	197,36	94,80
0,75mm	32067,03	8426,79	1518,37	371,89	174,11	83,66
1mm	29896,62	7856,58	1415,67	346,65	162,36	78,03

Um die Stabilität von R_O bezüglich der Wandeigenschaften zu gewährleisten und eine möglichst große Signaldifferenz zu erzielen, ist also die Verwendung von Abschirmelektroden erforderlich, wie bereits in Abschnitt 6.4 gezeigt wurde. Um den positiven Effekt einer Abschirmelektrode zu demonstrieren, werden die R_O -Werte nun für die Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} ermittelt. In diesem Fall dienen die Elektroden zwei und Vier als Abschirmelektroden (vgl. Tabelle 7.10). Sowohl die R_O -Werte an sich, als auch die Signaldifferenz zwischen 0,25mm und 5mm sind deutlich erhöht gegenüber den Werten, die mit der Gesamtadmittanz \underline{Y}_{m11} berechnet wurden. Die Signaldifferenz mit Abschirmung ist um circa 61% größer, als ohne Abschirmung.

Mit diesen Maßnahmen kann demnach die maximale Leitfähigkeit, bei der Anhaftungserkennung erfolgreich betrieben werden kann, weiter erhöht werden. In dieser Elektrodenkonfiguration ist R_O auch wesentlich robuster gegenüber Änderungen der Zylinderpermittivität. Die

maximale Abweichung aufgrund einer Verdoppelung der Permittivität reduziert sich auf etwa 11%.

Allerdings vergrößert sich jetzt abhängig von der Leitfähigkeit des Mediums auch der Einfluss des Verlustfaktors des Außenzylinders. Während die Änderung von R_O bei Leitungswasser nur bei etwa 1,4% liegt, erreicht sie bei KCl #5 bis zu 230%. Die Signaländerung zwischen Anhaftungs- und Vollzustand ist davon jedoch unberührt.

Durch die alleinige Betrachtung von \underline{Y}_{m13} verläuft ein Großteil der E-Feldlinien durch den Zylinder bzw. das Medium. Eine Änderung des Verlustfaktors des Außenzylinders beeinflusst den Imaginärteil des elektrischen Feldes, der durch den Zylinder und das Medium verläuft. Ein erhöhter Verlustfaktor beeinflusst zwar nicht den Betrag des Koppel-CPEs, wohl aber die Aufteilung der Stromdichte zwischen Zylinder und Medium. Dadurch verlaufen mehr Feldlinien es Imaginärteils des elektrischen Feldes eher durch den Zylinder, als durch das Medium. Das führt zu einer scheinbaren Verringerung der Zellkonstante und damit zu einem größeren Gesamtwiderstand.

7.4 Bewertung der erzielten Ergebnisse

Die in Kapitel 6 angestellten Überlegungen wurden experimentell oder mit Hilfe des FE-Modells überprüft. Der zur Unterscheidung zwischen Anhaftungs- und Vollzustand wichtige Parameter R_O sollte sich monoton fallend gegenüber Leitfähigkeit und Schichtdicke verhalten. Darüber hinaus soll er invariant gegenüber dem Verlustfaktor und der Permittivität der Behälterwand, in diesem Fall also der Außenzylinder des Versuchsaufbaus, sein. Mit Hilfe des FE-Modells konnten außerdem die bei der Messung auftretenden Effekte nachvollzogen werden, jedoch ohne dass eine gute quantitative Übereinstimmung erreicht wurde.

Experimentell hat sich nun bestätigt, dass R_O sich monoton zu Leitfähigkeit und Schichtdicke verhält. Damit wurde eine wesentliche Eigenschaft, die zur Unterscheidung zwischen Anhaftungs- und Vollzustand erforderlich ist, validiert.

Allerdings hat sich in der FE-Modellierung gezeigt, dass R_O weniger robust gegenüber Änderungen der Wandeigenschaften, also deren Permittivität und Verlustfaktor ist, als erwartet. Daraus ergibt sich die

Notwendigkeit von Abschirmelektroden, die eine möglichst gute Kopplung ins Medium sicherstellen.

Bezüglich der FE-Modellierung hat sich gezeigt, dass qualitativ die bei den Versuchen beobachteten Effekte nachvollzogen werden können. Quantitativ konnte jedoch keine gute Übereinstimmung erzielt werden. Hier muss entweder die Rotationssymmetrie des Versuchsaufbaus verbessert werden, oder die Simulation vollständig dreidimensional durchgeführt werden, damit eine quantitative Übereinstimmung erzielt werden kann. Insbesondere sollte eine höhere Positioniergenauigkeit des Innenzylinders erreicht werden, da gerade bei kleinen Schichtdicken die Zellkonstante des Versuchsaufbaus sehr empfindlich auf Änderungen der Schichtdicke und auf mechanische Toleranzen reagiert.

Die vorgestellten Modellierungswerkzeuge, die lineare und die nicht-lineare Regression, haben sich als geeignet erwiesen, um die auftretenden Effekte zu beschreiben. Die nicht-lineare Regression lässt eine sehr genaue Extraktion der Modellparameter eines Ersatzschaltbildes zu, ist jedoch beschränkt auf breitbandige Messdaten, die Informationen zu jedem zu ermittelnden Parameter enthalten. Die lineare Regression ist hingegen geeignet, um die beiden CPE-Parameter und den Gesamtwiderstand R_O zu ermitteln. Da dieses Verfahren mit vergleichsweise geringer Messfrequenz und Bandbreite auskommt, ist es geeignet, um auch bei hoch leitfähigen Medien zwischen Anhaftungs- und Vollzustand zu unterscheiden.

Kapitel 8

Zusammenfassung & Ausblick

Kapazitive Näherungsschalter werden, aufgrund ihrer Fähigkeit nahezu beliebige Materialien erkennen zu können, häufig zur Detektion von Grenzständen eingesetzt. Vorteilhaft ist, dass der Sensor aufgrund seiner kompakten Bauform einfach an der Außenseite eines nicht-leitenden Behälters montiert werden kann. Das erlaubt beispielsweise eine einfache Nachrüstung eines Behälters mit Sensoren. Außerdem trägt der vergleichsweise günstige Preis zum hohen Verbreitungsgrad kapazitiver Näherungsschalter bei.

Wird ein solcher Näherungsschalter zur Grenzstanderkennung eines leitfähigen Mediums eingesetzt, kann es bei zu hoher Leitfähigkeit des Mediums vorkommen, dass der Vollzustand anhand des Messwertes nicht vom Anhaftungszustand (vgl. Abbildung 1.1) unterschieden werden kann. Bisher wurde diese Problematik bei kapazitiven Näherungsschaltern umgangen, indem die Messfrequenz des Systems, zum Beispiel durch die Verwendung kurzer Impulse, erhöht wurde (vgl. Kapitel 3, Abschnitt 3). Bei der Verwendung hoher Messfrequenzen wird die gemessene Kapazität eher von der Kapazität des Mediums bestimmt (vgl. Abbildungen 4.2 & 4.3), was eine Unterscheidung von Voll- und Anhaftungszustand zulässt. Nachteilig bleibt bei diesem Verfahren, dass

für die Anhaftungserkennung bei hoch-leitfähigen Medien auch sehr hohe Messfrequenzen erforderlich wären. Das wirkt sich negativ auf die elektromagnetische Verträglichkeit dieser Sensoren aus.

Obwohl Informationen über die Leitfähigkeit des Mediums in vielen Anwendungsfällen relevant sind, ist bisher kein Verfahren bekannt, das berührungslos ein Maß für die Leitfähigkeit bei unbekanntem Eigenschaften der Behälterwand liefert. Bisher veröffentlichte Verfahren arbeiten mit speziell für diese Aufgabe angepassten Messaufbauten und Elektrodengeometrien.

Alternativ können auch Wirbelstromverfahren zur Grenzstanderkennung eingesetzt werden. Hier werden die Messspule und die Messfrequenz so ausgelegt, dass die Skintiefe (vgl. Gleichung 2.26) im Bereich weniger Millimeter liegt. Dieses Verfahren ist jedoch nicht universell einsetzbar, weil das zu detektierende Medium eine Mindestleitfähigkeit aufweisen muss, um eine ausreichend kleine Skintiefe zu erreichen.

Demnach gibt es bisher kein Messverfahren, das alle Anwendungsfälle abdecken und zusätzliche Informationen über das zu detektierende Medium liefern kann (vgl. Abschnitt 3.5). Hier bietet die Impedanzspektroskopie interessante Möglichkeiten zur Charakterisierung der komplexen Impedanz zwischen der Messelektrode und ihrer Umgebung. So lassen sich Informationen gewinnen, die mit einer reinen Kapazitätsmessung nicht zugänglich sind.

Ziel dieser Arbeit ist also, kapazitive Näherungsschalter in Grenzstandapplikationen robuster gegenüber leitfähigen Anhaftungen auf der Tankinnenseite zu gestalten und zwar auch dann, wenn die gemessene Kapazität aufgrund von Abschirmeffekten des elektrischen Feldes in beiden Fällen nahezu identisch ist. Zusätzlich sollen Informationen über das Medium gewonnen werden.

Mit Hilfe der Impedanzspektroskopie wurde ein Unterscheidungsmerkmal, der lineare Gesamtwiderstand R_O , gefunden, mit dem genau das nun möglich ist (vgl. Kapitel 6). Aus der komplexen Impedanz in einem, verglichen mit dem Stand der Technik, relativ niederfrequenten Messbereich kann mittels linearer Regression der Gesamtwiderstand des in der Nähe der Elektrode befindlichen Mediums ermittelt werden. Da diese Größe abhängig von der Geometrie und damit auch von der Schichtdicke ist, kann sie zur Unterscheidung zwischen Anhaftungs- und

Vollzustand verwendet werden. Durch die Verwendung niedriger Messfrequenzen hat das vorgeschlagene Verfahren das Potenzial, ein besseres Verhalten bezüglich EMV aufzuweisen, als die Stand der Technik verwendeten Verfahren zur Anhaftungserkennung.

Weiterhin ist, bei gleichbleibenden geometrischen Verhältnissen, der extrahierte Gesamtwiderstand in guter Näherung umgekehrt proportional zur Leitfähigkeit des Mediums. Diese Näherung ist gültig, wenn die vom Medium gebildete Grenzfrequenz wesentlich größer ist, als die größte Messfrequenz. Ist das nicht der Fall, kann anhand des Betrages der Impedanz dennoch zwischen Anhaftungs- und Vollzustand unterschieden werden. Mit Hilfe des hier vorgeschlagenen Unterscheidungsmerkmals kann unter Umständen auch die Leitfähigkeit des Mediums berührungslos überwacht werden.

Außerdem lassen sich mit dem vorgeschlagenen Verfahren auch die beiden Parameter des *Constant Phase Elements* (CPE) bestimmen. Das erlaubt zusätzlich die Überwachung der Koppelkapazität bzw. des Verlustfaktors. So kann beispielsweise eine Verkleinerung der Koppelkapazität auf einen unsachgemäßen Einbau des Sensors, wie beispielsweise eine Verkantung, hindeuten. Eine zeitliche Änderung des Verlustfaktors könnte als Indiz für Einlagerungen in die Behälterwand herangezogen werden.

Da die CPE-Parameter und R_O alle relevanten Informationen über Voll-, Leer- und Anhaftungszustand enthalten, kann auf eine aufwändigere Modellierung mit komplexeren elektrischen Ersatzschaltbildern, die zur Extraktion aller Parameter oft sehr breitbandige Impedanzspektren benötigen, verzichtet werden. Elektrische Ersatzschaltbilder wurden in dieser Arbeit ausschließlich verwendet, um generelle Aussagen über das Verhalten von modellierten bzw. gemessenen Daten treffen zu können.

Bei der Modellierung (vgl. Kapitel 5) der Impedanz kapazitiv gekoppelter, dünner, leitfähiger Schichten hat sich in die Verwendung eines analytischen Modells auf Basis der Kontinuitätsgleichung der elektrischen Stromdichte (vgl. Gleichung 5.3) in ihrer quasistationären Näherung als nützlich erwiesen (siehe Abschnitt 5.1). Das Modell basiert auf einer vereinfachten Geometrie, hat jedoch den Vorteil, dass im Gegensatz zur FE-Methode nahezu beliebig dünne Schichten oh-

ne Genauigkeitsverlust behandelt werden können. Weiterhin bietet die analytische Modellierung Vorteile bei der Rechengeschwindigkeit. So können sehr viele unterschiedliche Kombinationen aus Frequenz, Geometrie und Materialeigenschaften innerhalb sehr kurzer Zeit behandelt werden. Obgleich wegen der vereinfachten Geometrie eine quantitative Übereinstimmung zwischen Mess- und Modelldaten nicht gegeben ist, lassen sich doch qualitative Vorhersagen treffen. Mit Hilfe des analytischen Modells wurde das Verhalten von R_O in Bezug auf Einflussfaktoren wie die den Eigenschaften der Anhaftung, den Eigenschaften der Tankwand, der Messfrequenz oder der parasitären Parallelkapazität untersucht (vgl. Abschnitt 6.3).

Mit Hilfe eines Versuchsaufbaus, der es erlaubt, dünne Schichten leitfähiger wässriger Medien zu erzeugen und eines kommerziellen Impedanzmessgeräts wurden die qualitativen Vorhersagen über das Verhalten des Gesamtwiderstandes experimentell überprüft (siehe Kapitel 7). Der Gesamtwiderstand verhält sich monoton gegenüber der Schichtdicke und näherungsweise proportional zur Leitfähigkeit (vgl. Abschnitt 6.3). Damit sind die beiden wichtigsten Voraussetzungen für den Einsatz von R_O zur Anhaftungserkennung gegeben.

Beschränkt wird die Anwendbarkeit des Verfahrens unter anderem durch die Auflösung des Messsystems. Je größer die Leitfähigkeit des zu detektierenden Mediums, desto geringer wird, bei gleichen Zellkonstanten, die Änderung von R_O zwischen Voll- und Anhaftungszustand. Derselbe Effekt ist bei einer zu dicken Behälterwand zu beobachten. Weiterhin ist es für eine optimale Funktion empfehlenswert, die kapazitive Kopplung zwischen der Messelektrode und dem Bezugspotenzial der Messung durch geeignete Abschirmung zu minimieren (siehe Abschnitt 6.3.5). Um eine möglichst große Tiefenwirkung des elektrischen Feldes und damit maximale Empfindlichkeit bezüglich R_O zu erhalten, sollte möglichst erdbezogen und nicht mit einer differenziellen Elektrodenanordnung gemessen werden.

In dieser Arbeit konnten aufgrund der Vielfalt der möglichen Anwendungsgebiete nicht alle möglichen Kombinationen aus Materialeigenschaften und Geometrie untersucht werden. Mit Hilfe der Impedanzspektroskopie werden Möglichkeiten aufgezeigt, um den Funktionsumfang der bisherigen rein kapazitiv messenden Systeme zu erweitern. Für

die mögliche Realisierung eines kompakten Messsystems existieren bereits einige Ansatzpunkte [125, 33]. Auch bei Füllstandmesssystemen, die auf dem Einsatz von Stabsonden basieren, ist ein Einsatz des neuen Verfahrens denkbar.

Anhang A

Analytisches Modell

A.1 Berechnung der Koeffizienten

Zur Bestimmung der Koeffizienten des analytischen Modells wird die Verwendung eines computergestützten Algebrasystems empfohlen, da die Terme, die aus der Lösung des komplexen Gleichungssystems

$$\underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{x}} \quad (\text{A.1})$$

hervorgehen, sehr groß und komplex sind. Hier seien das (kostenpflichtige) Programm MathCAD oder das quelloffene Python-Modul `sympy` [101] genannt. Die konkrete Berechnung erfolgt hier in der Programmiersprache Python unter Verwendung der Module `NumPy` [98] und `SciPy` [99]. Die Darstellung erfolgt mit Hilfe des Moduls `Matplotlib` [100]. $\underline{\mathbf{b}}$, $\underline{\mathbf{M}}$ und $\underline{\mathbf{x}}$ gehen aus den Gleichungen 5.21, 5.20 und 5.22 hervor. In Abschnitt 5.1.2 wird der Koeffizient $B_{i,1}$ mit Hilfe einer Fourier-Bessel-Reihe bestimmt. Die Bestimmung anderen fünf Koeffizienten erfolgt über die Rand- und Stetigkeitsbedingungen des Problems, die in die allgemeine Lösung aus Gleichung 5.5 eingesetzt werden. Die erste der fünf Gleichungen liefert die Randbedingung $\varphi_3(r, b) = 0$ (vgl. Gleichung 5.8):

$$\underline{A}_{i,3} \sinh(q_i b) + \underline{B}_{i,3} \cosh(q_i b) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Außerdem gilt, sofern sich innerhalb des Modells keine Stromquelle befindet, die Annahme, dass sich das Potenzial auf der Grenzfläche zwischen zwei Bereichen nicht sprunghaft ändert. Das bedeutet, dass $\varphi_2(r, e) = \varphi_3(r, e)$ und $\varphi_1(r, d) = \varphi_2(r, d)$ gelten muss. Das liefert zwei weitere Gleichungen:

$$\underline{A}_{i,2} \sinh(q_i e) + \underline{B}_{i,2} \cosh(q_i e) = \underline{A}_{i,3} \sinh(q_i e) + \underline{B}_{i,3} \cosh(q_i e) \quad (\text{A.3})$$

$$\underline{A}_{i,1} \sinh(q_i d) + B_{i,1} \cosh(q_i d) = \underline{A}_{i,2} \sinh(q_i d) + \underline{B}_{i,2} \cosh(q_i d) \quad (\text{A.4})$$

Außerdem darf sich unter dieser Annahme die Normalkomponente der Stromdichte ebenfalls nicht ändern. Diese Bedingung liefert die letzten beiden Gleichungen:

$$\epsilon_3 \underline{A}_{i,3} \cosh(q_i e) + \epsilon_3 \underline{B}_{i,3} \sinh(q_i e) = \epsilon_2 \underline{A}_{i,2} \cosh(q_i e) + \epsilon_2 \underline{B}_{i,2} \sinh(q_i e) \quad (\text{A.5})$$

$$\epsilon_2 \underline{A}_{i,2} \cosh(q_i d) + \epsilon_2 \underline{B}_{i,2} \sinh(q_i d) = \epsilon_1 \underline{A}_{i,1} \cosh(q_i d) + \epsilon_1 B_{i,1} \sinh(q_i d) \quad (\text{A.6})$$

Da $B_{i,1}$ bereits bekannt ist, werden die Gleichungen entsprechend sortiert und in Matrixform aufgeschrieben. Das Ergebnis ist die Matrix aus Gleichung 5.20. Zur Lösung des Gleichungssystems wird die Matrix symbolisch invertiert. Man erhält für die Koeffizienten die folgenden Lösungen. Aus Platzgründen werden Zähler- und Nennerterme getrennt geschrieben.

$$\begin{aligned} \text{Zähler } (\underline{A}_{i,1}) = & -B_{i,1} \cdot (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i) \\ & - \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \cosh(q_i \cdot (b + d - e)) \\ & - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) \cdot \cosh(b \cdot q_i) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \\ & \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \cosh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_2^2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \\ & \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i) + \epsilon_2^2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \\ & \cdot \cosh(q_i \cdot (b + d - e)) + \epsilon_2^2 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \\ & \cdot \sinh(q_i \cdot (b - e)) + \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) \cdot \cosh(b \cdot q_i) - \epsilon_2 \\ & \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \cosh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_2 \\ & \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b - e)) + \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \cosh(b \cdot q_i)) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,1}) &= \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) - \epsilon_1 \\
 &\quad \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_1 \\
 &\quad \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \cosh(q_i \cdot (b - e)) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \cosh(b \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \cosh(q_i \cdot (b - e)) - \epsilon_2^2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) \\
 &\quad + \epsilon_2^2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) \\
 &\quad - \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) \\
 &\quad + \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \cosh(b \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i)
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Zähler } (\underline{A}_{i,2}) &= -B_{i,1} \epsilon_1 (\sinh^2(dq_i) \\
 &\quad - \cosh^2(dq_i)) (-\epsilon_2 \sinh(bq_i) \cosh(eq_i) \\
 &\quad + (\epsilon_2 - (\epsilon_2 - \epsilon_3) \cosh^2(eq_i)) \sinh(eq_i) \cosh(bq_i) \\
 &\quad + (\epsilon_2 \cosh^2(eq_i) - \epsilon_3 \sinh^2(eq_i)) \sinh(bq_i) \cosh(eq_i))
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,2}) &= \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) - \epsilon_1 \\
 &\quad \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_1 \\
 &\quad \cdot \epsilon_2 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \cosh(q_i \cdot (b - e)) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \cosh(b \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i) + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(e \cdot q_i) \\
 &\quad \cdot \cosh(q_i \cdot (b - e)) - \epsilon_2^2 \cdot \sinh(b \cdot q_i) \cdot \sinh^2(d \cdot q_i) \\
 &\quad + \epsilon_2^2 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) \\
 &\quad - \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \sinh(e \cdot q_i) \cdot \sinh(q_i \cdot (b + d - e)) \\
 &\quad + \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 \cdot \sinh(d \cdot q_i) \cdot \cosh(b \cdot q_i) \cdot \cosh(d \cdot q_i)
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\text{Zähler } (\underline{A}_{i,3}) = 4B_{i,1} \epsilon_1 \epsilon_2 (\sinh(q_i(b - e)) - \sinh(q_i(b + e))) \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,3}) &= -\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-3e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad - 2\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e)) - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-2d+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad - 2\underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e))
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Zähler } (\underline{B}_{i,2}) &= 2B_{i,1} \underline{\epsilon}_1 (-\underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-3e)) + \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) - 2\underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)))
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{B}_{i,2}) &= -\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-3e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad - 2\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e)) - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-2d+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 &\quad - 2\underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 &\quad - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 &\quad + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e))
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\text{Zähler } (\underline{B}_{i,3}) = -4B_{i,1} \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 (\cosh(q_i(b-e)) - \cosh(q_i(b+e))) \tag{A.15}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{B}_{i,3}) = & -\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-3e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 & - 2\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e)) - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b-2d+e)) + \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_2^2 \cosh(q_i(b+2d-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-3e)) \\
 & - 2\underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-e)) + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(-b+2d+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b-2d+e)) \\
 & - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-3e)) \\
 & + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 \cosh(q_i(b+2d-e))
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Die Koeffizienten sind Teil der Summanden einer unendlichen Reihe. Da die hyperbolischen Funktionen exponentiell wachsen, muss gezeigt werden, dass sie für $q_i \rightarrow \infty$ gegen einen konstanten Wert konvergieren. Zunächst werden folgende Zusammenhänge angewendet:

$$\sinh(z) = \frac{1}{2}(e^z - e^{-z}) \tag{A.17}$$

$$\cosh(z) = \frac{1}{2}(e^z + e^{-z}) \tag{A.18}$$

Aus den obigen Gleichungen wird dann:

$$\begin{aligned}
 \text{Zähler } (\underline{A}_{i,1}) = B_{i,1} & \left(\underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{4eq_i} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+d)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+2d)} \right. \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(d+e)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(d+2e)} \\
 & - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(2d+e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+d+e)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{4eq_i} \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+2d)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+e)} \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+2e)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(2d+e)} \\
 & + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d+e)} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{4eq_i} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+d)} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+2d)} \\
 & + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+e)} + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(d+e)} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(d+2e)} + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 & + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{4eq_i} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 & + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+2d)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 & \left. + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+2e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(2d+e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d+e)} \right)
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,1}) = \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{4eq_i} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+d)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+2d)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+e)} \\
 + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(d+e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(d+2e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+d+e)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{4eq_i} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+2d)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+2e)} + \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(2d+e)} - \underline{\epsilon}_1 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d+e)} \\
 - \underline{\epsilon}_2^2 e^{4eq_i} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+d)} + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+2d)} + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+e)} \\
 + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(d+e)} + \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(d+2e)} - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 - \underline{\epsilon}_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{4eq_i} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+2d)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+e)} + \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(d+2e)} - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(2d+e)} - \underline{\epsilon}_2 \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+d+e)}
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Zähler } (\underline{A}_{i,2}) = 2B_{i,1} \underline{\epsilon}_1 \left(-\underline{\epsilon}_2 e^{2bq_i} - \underline{\epsilon}_2 e^{4eq_i} + \underline{\epsilon}_2 e^{2eq_i} + \underline{\epsilon}_2 e^{2q_i(b+e)} \right. \\
 \left. + \underline{\epsilon}_3 e^{2bq_i} + \underline{\epsilon}_3 e^{4eq_i} + \underline{\epsilon}_3 e^{2eq_i} + \underline{\epsilon}_3 e^{2q_i(b+e)} \right) e^{2dq_i}
 \end{aligned} \tag{A.21}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,2}) &= \epsilon_1 \epsilon_2 e^{4eq_i} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+e)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{4eq_i} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{4eq_i} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+e)} \\
 &+ \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{4eq_i} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &- \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &- \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)}
 \end{aligned} \tag{A.22}$$

$$\text{Zähler } (\underline{A}_{i,3}) = 4B_{i,1} \epsilon_1 \epsilon_2 (e^{2bq_i} + 1) e^{2q_i(d+e)} \tag{A.23}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{A}_{i,3}) &= \epsilon_1 \epsilon_2 e^{4eq_i} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+e)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{4eq_i} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{4eq_i} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+e)} \\
 &+ \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{4eq_i} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &- \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &- \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)}
 \end{aligned} \tag{A.24}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Zähler } (\underline{B}_{i,2}) &= 2B_{i,1} \epsilon_1 \left(\epsilon_2 e^{2bq_i} - \epsilon_2 e^{4eq_i} - \epsilon_2 e^{2eq_i} + \epsilon_2 e^{2q_i(b+e)} \right. \\
 &\left. - \epsilon_3 e^{2bq_i} + \epsilon_3 e^{4eq_i} - \epsilon_3 e^{2eq_i} + \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} \right) e^{2dq_i}
 \end{aligned} \tag{A.25}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{B}_{i,2}) &= -\epsilon_1 \epsilon_2 e^{4eq_i} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+2d)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+2e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(2d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{4eq_i} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_2^2 e^{4eq_i} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+2d)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &+ \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{4eq_i} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &+ \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &+ \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)}
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

$$\text{Zähler } (\underline{B}_{i,3}) = 4B_{i,1} \epsilon_1 \epsilon_2 (e^{bq_i} - 1) (e^{bq_i} + 1) e^{2q_i(d+e)} \tag{A.27}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Nenner } (\underline{B}_{i,3}) &= -\epsilon_1 \epsilon_2 e^{4eq_i} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+2d)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+e)} - \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(d+2e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(2d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_2 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{4eq_i} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} \\
 &- \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} + \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} - \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &+ \epsilon_1 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)} + \epsilon_2^2 e^{4eq_i} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+2d)} \\
 &- \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+e)} - \epsilon_2^2 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_2^2 e^{2q_i(2d+e)} \\
 &+ \epsilon_2^2 e^{2q_i(b+d+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{4eq_i} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d)} \\
 &+ \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+2d)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+e)} - \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+e)} \\
 &+ \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(d+2e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(2d+e)} + \epsilon_2 \epsilon_3 e^{2q_i(b+d+e)}
 \end{aligned} \tag{A.28}$$

Dann werden unter der Annahme, dass $b > e > d > 0$ gilt, die folgenden Grenzwerte berechnet:

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \underline{A}_{i,1} = -B_{i,1} \quad (\text{A.29})$$

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \underline{A}_{i,2} = 0 \quad (\text{A.30})$$

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \underline{A}_{i,3} = 0 \quad (\text{A.31})$$

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \underline{B}_{i,2} = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \underline{B}_{i,3} = 0 \quad (\text{A.33})$$

$\underline{A}_{i,1}$ konvergiert gegen $-B_{i,1}$, also muss der Grenzwert für die Formel der Elektrodenimpedanz (vgl. Gleichung 5.26) ebenfalls konvergieren. Für die Besselfunktion erster Art und erster Ordnung gilt folgender Grenzwert:

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} J_1(q_i c) = 0 \quad (\text{A.34})$$

Damit konvergiert die Formel für die komplexe Impedanz zu einem konstanten Wert. Alle anderen Werte konvergieren unter der vorher getroffenen Annahme ohnehin gegen Null. Zur numerischen Implementierung muss der Zählerterm der Koeffizienten gegen Null bzw. $B_{i,1}$ konvergieren, wohingegen der Nennerterm gegen einen von Null verschiedenen Wert konvergieren muss.

Dies wird erreicht, indem man für den Bruch jedes Koeffizienten in eine Summe aus Einzelbrüchen zerlegt und im Nenner den größten exponentiell wachsenden Term durch Erweitern eliminiert. Hier ist das der Term $e^{2q_i(e+d+b)}$.

A.2 Berechnung der Feldgrößen

Nach dem die Koeffizienten bestimmt wurden, können neben der elektrischen Impedanz (vgl. Gleichung 5.26) auch das Potenzial, die elektrische Feldstärke und die Stromdichte berechnet werden. Das elektrische Potenzial wird nach der allgemeinen Lösung aus Gleichung 5.5 berechnet. Die r- und z-Komponente lautet nach $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$ wie folgt:

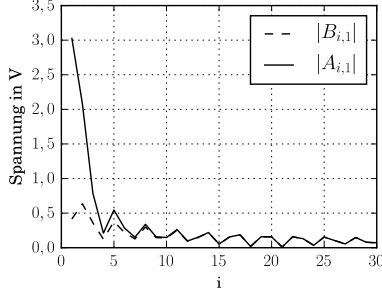


Abbildung A.1: Beispiel für den Verlauf der Koeffizienten $|A_{i,1}|$ und $|B_{i,1}|$ über den Reihenindex i

$$\begin{aligned} \underline{E}_{r,n} &= -\frac{\partial \varphi_n}{\partial r} \\ &= -\sum_{i=1}^{\infty} q_i J_{-1}(q_i r) \cdot [A_{i,n} \sinh(q_i z) + B_{i,n} \cosh(q_i z)] \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} \underline{E}_{z,n} &= -\frac{\partial \varphi_n}{\partial z} \\ &= -\sum_{i=1}^{\infty} q_i J_0(q_i r) [A_{i,n} \cosh(q_i z) + B_{i,n} \sinh(q_i z)] \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

Für große q_i laufen die hyperbolischen Funktionen gegen unendlich. Allerdings gelten neben Gleichung A.29 die Grenzwerte:

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \frac{A_{i,2}}{B_{i,2}} = -1 \quad (\text{A.37})$$

$$\lim_{q_i \rightarrow \infty} \frac{A_{i,3}}{B_{i,3}} = -1 \quad (\text{A.38})$$

Man setzt also $A_{i,n} = -B_{i,n}$ und erhält mit den Identitäten A.18 und A.17:

$$\underline{B}_{i,n} (\sinh(q_i z) - \cosh(q_i z)) = \underline{B}_{i,n} e^{-q_i z} \quad (\text{A.39})$$

$$\underline{B}_{i,n} (\cosh(q_i z) - \sinh(q_i z)) = -\underline{B}_{i,n} e^{-q_i z} \quad (\text{A.40})$$

Es bleibt also nur ein exponentiell abfallender und damit gegen Null konvergierender Term übrig. In der konkreten Implementierung muss also für jeden Summanden geprüft werden, wie groß die Differenz zwischen $A_{i,n}$ und $B_{i,n}$ ist. Hier hat sich die Bedingung

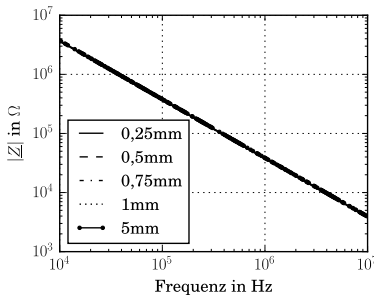
$$|\underline{A}_{i,n} \cdot \overline{A}_{i,n} - \underline{B}_{i,n} \cdot \overline{B}_{i,n}| < 10^{-12} \quad (\text{A.41})$$

als praktikabel erwiesen. Ist sie erfüllt, kann die Näherung verwendet werden. Die Berechnung der Stromdichte erfolgt über den Zusammenhang

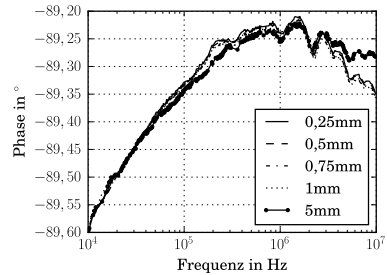
$$\vec{J} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r^* \vec{E} \quad (\text{A.42})$$

Anhang B

Mess- & Simulationsdaten

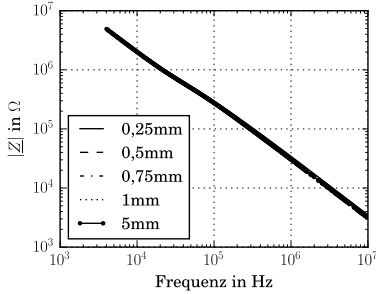


(a) Betrag der Impedanz 10kHz-10MHz

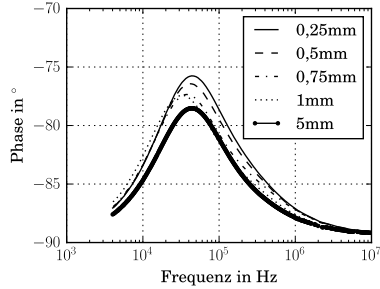


(b) Phase der Impedanz 10kHz-10MHz

Abbildung B.1: Gemessenes und geglättetes Spektrum für den leeren Versuchsaufbau

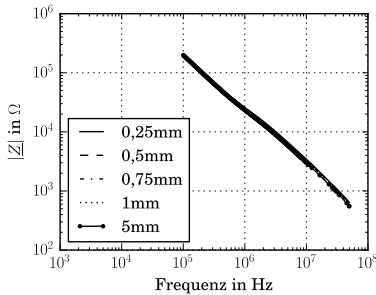


(a) Betrag der Impedanz 4kHz-10MHz

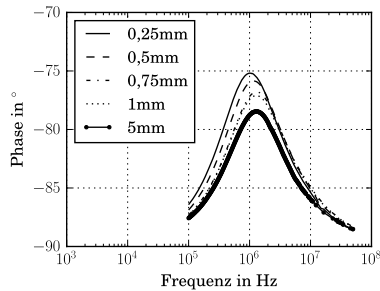


(b) Phase der Impedanz 4kHz-10MHz

Abbildung B.2: Gemessenes und geglättetes Spektrum für demineralisiertes Wasser



(a) Betrag der Impedanz 100kHz-50MHz



(b) Phase der Impedanz 100kHz-50MHz

Abbildung B.3: Gemessenes und geglättetes Spektrum für Leitungswasser

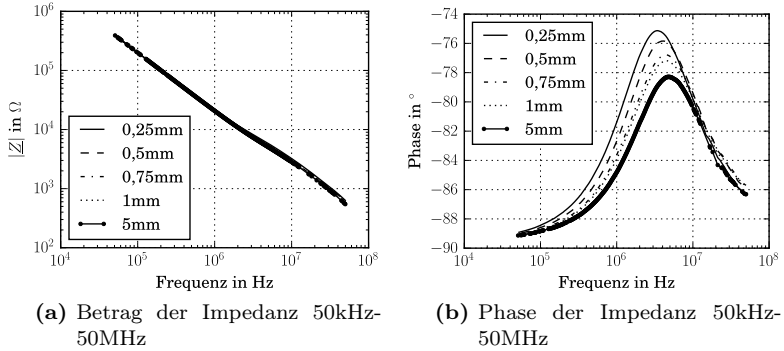


Abbildung B.4: Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #1

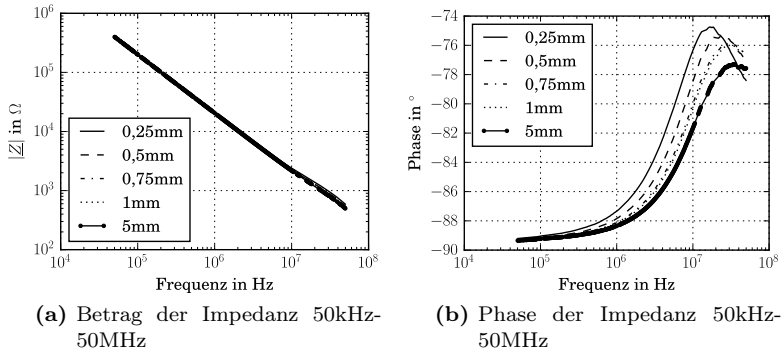
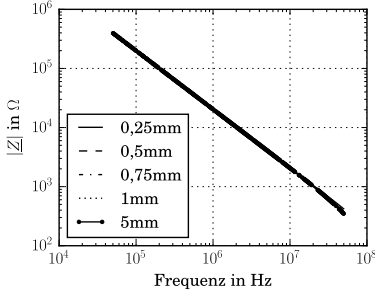
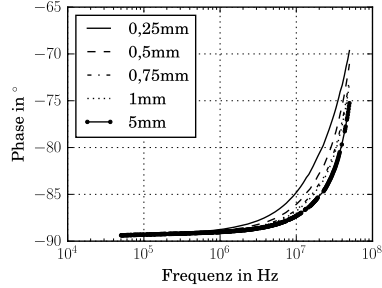


Abbildung B.5: Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #2

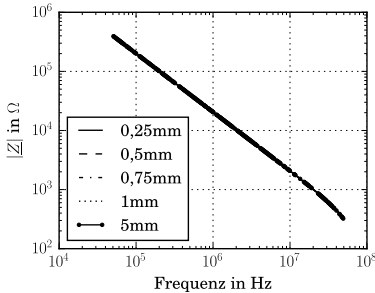


(a) Betrag der Impedanz 50kHz-50MHz

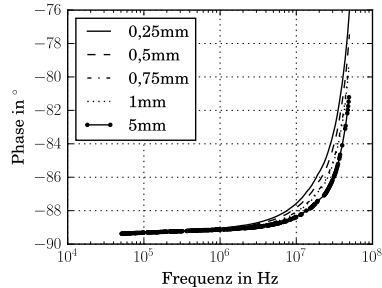


(b) Phase der Impedanz 50kHz-50MHz

Abbildung B.6: Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #3



(a) Betrag der Impedanz 50kHz-50MHz



(b) Phase der Impedanz 50kHz-50MHz

Abbildung B.7: Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #4

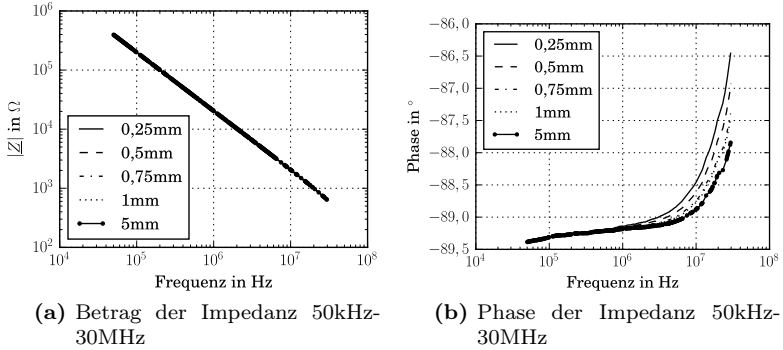


Abbildung B.8: Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #5

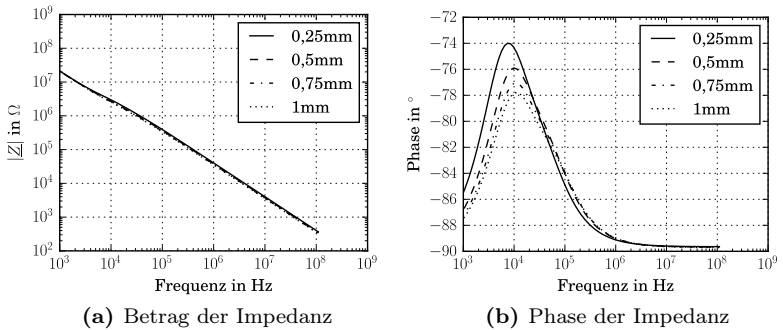
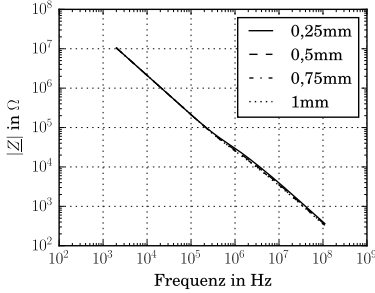
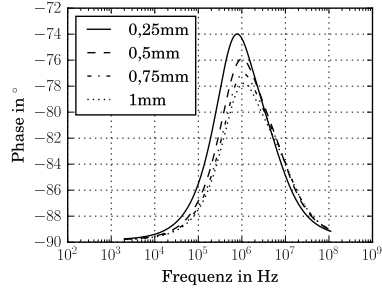


Abbildung B.9: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für demin. Wasser

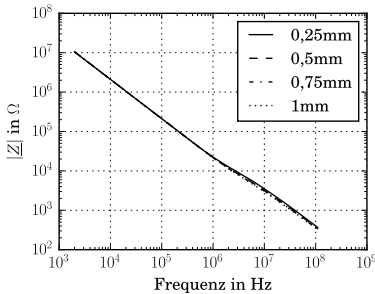


(a) Betrag der Impedanz

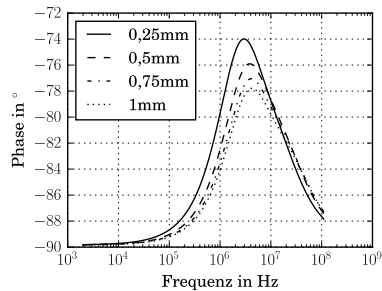


(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.10: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für Leitungswasser



(a) Betrag der Impedanz



(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.11: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #1

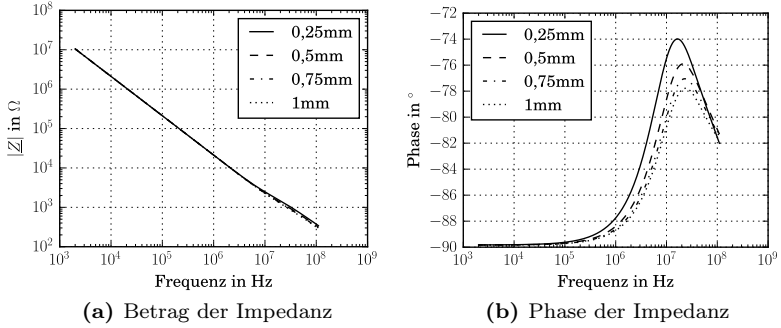


Abbildung B.12: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #2

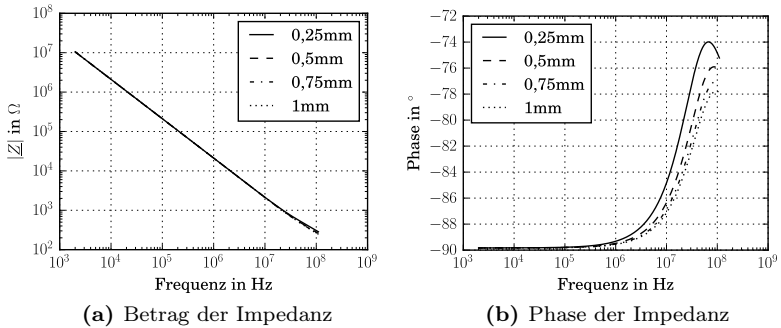
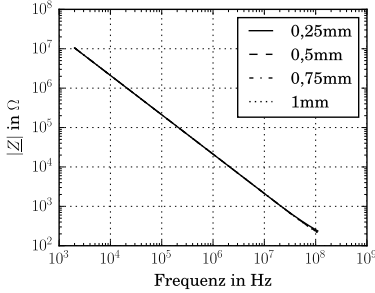
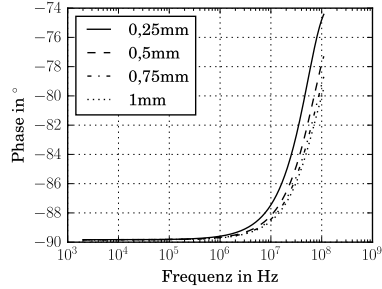


Abbildung B.13: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #3

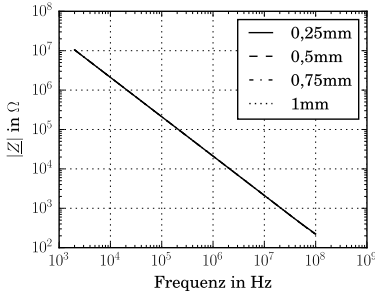


(a) Betrag der Impedanz

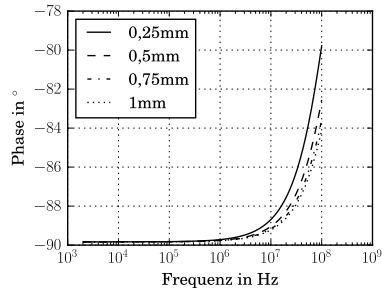


(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.14: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KC1 #4



(a) Betrag der Impedanz



(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.15: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KC1 #5

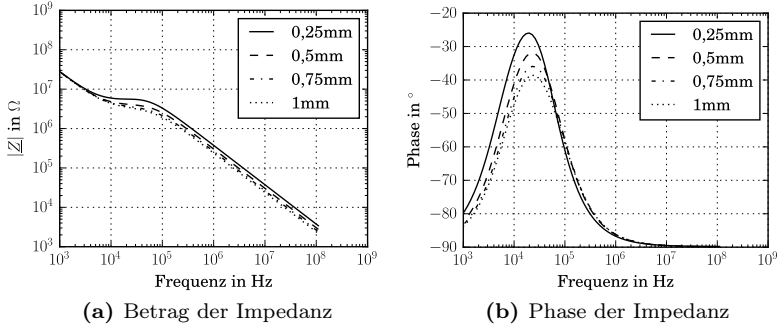


Abbildung B.16: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für demin. Wasser

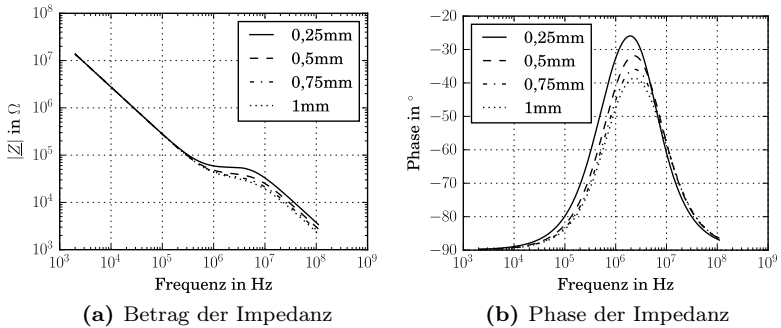
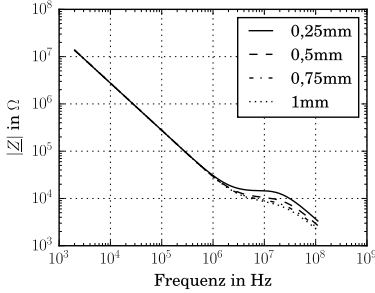
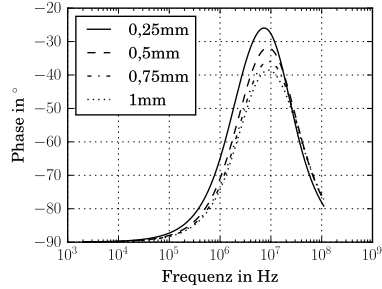


Abbildung B.17: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für Leitungswasser

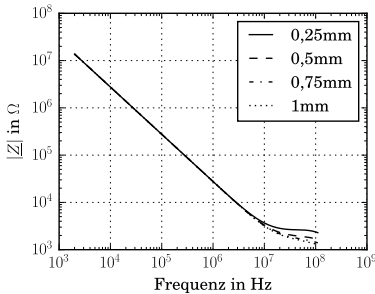


(a) Betrag der Impedanz

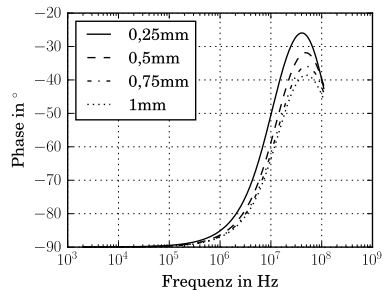


(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.18: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KC1 #1



(a) Betrag der Impedanz



(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.19: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KC1 #2

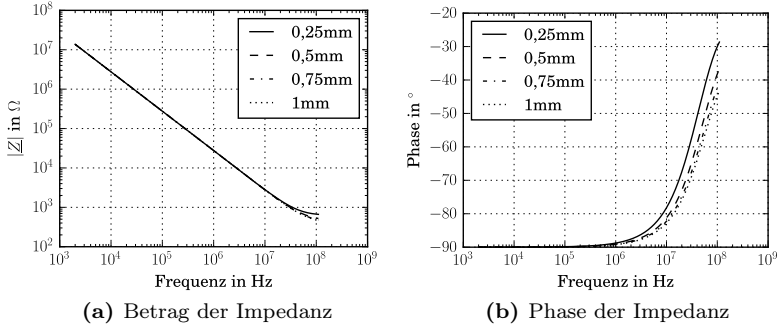


Abbildung B.20: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #3

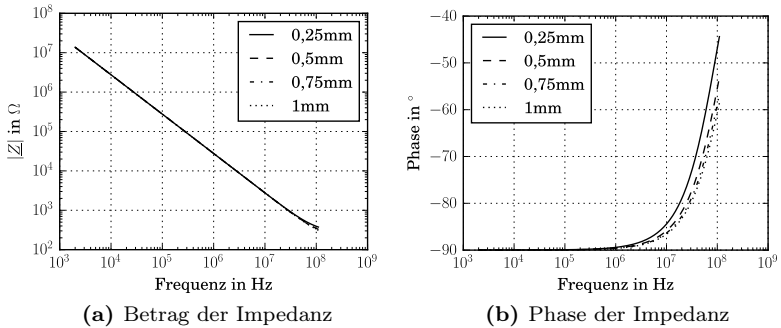
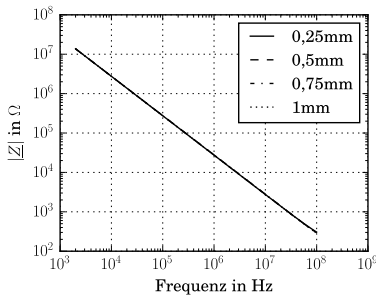
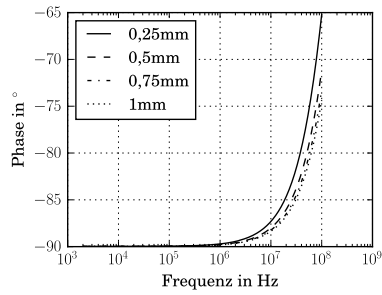


Abbildung B.21: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #4



(a) Betrag der Impedanz



(b) Phase der Impedanz

Abbildung B.22: Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #5

Anhang C

Tabellen

Tabelle C.1: Durch nicht-lineare die Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für Leitungswasser

	Schichtdicke				
Parameter	0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
n	-0,9921	-0,9920	-0,9922	-0,9921	-0,9923
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	8,92	8,88	8,85	8,85	8,88
C_1 in pF	77,6	77,3	80,7	82,1	168
C_2 in pF	12,7	13,5	14,8	15,2	17,1
R_1 in Ω	324,14	292,76	235,00	228,49	84,53
R_2 in Ω	9846,03	8299,09	6880,92	6796,44	6054,59

Tabelle C.2: Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für Leitungswasser mit zusätzlicher Serieninduktivität L_s

		Schichtdicke				
Parameter		0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
n		-0,9923	-0,9922	-0,9923	-0,9922	-0,9924
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$		8,87	8,83	8,81	8,82	8,86
	C_1 in pF	77,8	77,2	80,5	81,9	167
	C_2 in pF	12,7	13,5	14,8	15,2	17,1
	R_1 in Ω	319,28	290,71	234,67	228,05	84,55
	R_2 in Ω	9868,40	8318,83	6892,72	6806,33	6060,37
	L_s in nH	235	240	238	236	234

Tabelle C.3: Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für KCl #1

		Schichtdicke				
Parameter		0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
n		-0,9928	-0,9927	-0,9926	-0,9926	-0,9926
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$		8,81	8,82	8,83	8,83	8,82
	C_1 in pF	65,2	69,1	77	87,7	176
	C_2 in pF	12,9	13,7	14,8	15,2	16,7
	R_1 in Ω	150,05	110,56	78,72	61,26	27,81
	R_2 in Ω	2991,95	2457,32	2088,94	1987,88	1670,55

Tabelle C.4: Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für KCl #1 mit zusätzlicher Serieninduktivität L_s

	Schichtdicke				
Parameter	0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
n	-0,9928	-0,9927	-0,9926	-0,9926	-0,9927
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	8,77	8,77	8,78	8,78	8,78
C_1 in pF	62	65,1	71,1	82,9	142
C_2 in pF	13	13,8	15	15,3	17,1
R_1 in Ω	165,72	126,44	97,41	73,24	51,76
R_2 in Ω	2982,90	2446,66	2076,06	1980,07	1651,90
L_s in nH	251	249	249	246	251

Tabelle C.5: Relative Standardabweichung der mit der nicht-linearen Regression ermittelten Modellparameter für Leitungswasser

	Schichtdicke				
Parameter	0,25mm	0,5mm	0,75mm	1mm	5mm
n in %	-0,001	-0,002	-0,002	-0,005	-0,001
K in %	0,013	0,029	0,021	0,066	0,016
C_1 in %	0,063	0,156	0,115	0,361	0,128
C_2 in %	0,012	0,027	0,017	0,046	0,010
R_1 in %	0,115	0,279	0,180	0,530	0,186
R_2 in %	0,011	0,032	0,024	0,084	0,018
L_s in %	0,027	0,059	0,061	0,134	0,025

Tabelle C.6: Relative Standardabweichung der mit der nicht-linearen Regression ermittelten Modellparameter für KCl #1

Parameter	Schichtdicke				
	<i>0,25mm</i>	<i>0,5mm</i>	<i>0,75mm</i>	<i>1mm</i>	<i>5mm</i>
n in %	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001	0,000
Q in %	0,008	0,007	0,008	0,010	0,006
C_1 in %	0,227	0,187	0,175	0,276	0,184
C_2 in %	0,044	0,037	0,033	0,044	0,018
R_1 in %	0,417	0,372	0,367	0,617	0,305
R_2 in %	0,025	0,021	0,022	0,032	0,009
L_s in %	0,075	0,060	0,057	0,088	0,017

Tabelle C.7: Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter für Leitungswasser anhand der FE-Daten

Parameter	Schichtdicke			
	<i>0,25mm</i>	<i>0,5mm</i>	<i>0,75mm</i>	<i>1mm</i>
n	-0,9981	-0,9981	-0,9981	-0,9981
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	7,79	7,79	7,79	7,79
C_1 in pF	463	567	659	734
C_2 in pF	27,3	27	28,9	31,4
C_3 in pF	11,8	14,4	16,1	17,1
R_1 in Ω	4,59	3,78	3,21	2,86
R_2 in Ω	1286,56	1047,25	869,07	734,91
R_3 in Ω	14833,21	10078,49	8583,06	7872,63

Tabelle C.8: Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter für KCl #1 anhand der FE-Daten

		Schichtdicke			
Parameter		<i>0,25mm</i>	<i>0,5mm</i>	<i>0,75mm</i>	<i>1mm</i>
K in $\frac{1}{\Omega} \left(\frac{rad}{s}\right)^n \cdot 10^{-12}$	n	-0,9981	-0,9981	-0,9981	-0,9981
	C_1 in pF	7,78	7,79	7,79	7,79
	C_2 in pF	328	271	285	0,122
	C_3 in pF	26,9	27,7	30,1	31,4
	R_1 in Ω	12,1	14,8	16,4	17,2
	R_2 in Ω	6,84	9,46	8,79	1,13
	R_3 in Ω	382,59	299,88	242,01	198,56
	R_3 in Ω	3854,50	2618,67	2236,39	2064,35

Tabelle C.9: Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Messrauschens verwendet wurden.

	Parameter	Wert
	<i>a</i>	35mm
	<i>b</i>	1m
	<i>c</i>	12mm
	<i>d</i>	variabel
	<i>e</i>	variabel
	<i>l</i>	12,5mm
Relative Permittivität	Bereich 1	3.4
Relative Permittivität	Bereich 2	81
Relative Permittivität	Bereich 3	1
Verlustfaktor	Bereich 1	0,012
Leitfähigkeit	Bereich 2	variabel
Leitfähigkeit	Bereich 3	0 $\frac{mS}{cm}$

Tabelle C.10: Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Wandeigenschaften verwendet wurden.

Parameter	Wert
a	35mm
b	1m
c	12mm
d	variabel
e	variabel
l	12,5mm
Relative Permittivität Bereich 1	variabel
Relative Permittivität Bereich 2	81
Relative Permittivität Bereich 3	1
Verlustfaktor Bereich 1	variabel
Leitfähigkeit Bereich 2	$10 \frac{mS}{cm}$
Leitfähigkeit Bereich 3	$0 \frac{mS}{cm}$

Tabelle C.11: Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Anhaftungseigenschaften verwendet wurden.

Parameter	Wert
a	35mm
b	1m
c	12mm
d	1mm
e	variabel
l	12,5mm
Relative Permittivität Bereich 1	3,4
Relative Permittivität Bereich 2	81
Relative Permittivität Bereich 3	1
Verlustfaktor Bereich 1	0,012
Leitfähigkeit Bereich 2	variabel
Leitfähigkeit Bereich 3	$0 \frac{mS}{cm}$

Tabelle C.12: Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Leitfähigkeit verwendet wurden.

Parameter	Wert
a	35mm
b	1m
c	12mm
d	2mm
e	2,5mm
l	12,5mm
Relative Permittivität Bereich 1	3,4
Relative Permittivität Bereich 2	81
Relative Permittivität Bereich 3	1
Verlustfaktor Bereich 1	0,012
Leitfähigkeit Bereich 2	variabel
Leitfähigkeit Bereich 3	$0 \frac{mS}{cm}$

Tabelle C.13: Aus den FE-Daten ermittelte D_N -Werte

		Medium				
Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	0,00353	0,00328	0,0031	0,00289	0,00289	0,00289
0,5mm	0,00318	0,00307	0,0030	0,00289	0,00289	0,00289
0,75mm	0,00311	0,00303	0,0030	0,00289	0,00289	0,00289
1mm	0,00308	0,00301	0,0030	0,00289	0,00289	0,00289

Tabelle C.14: Verlustfaktor D_N ermittelt aus experimentellen Daten mit linearem Fit

		Medium				
Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	0,00998	0,01208	0,01465	0,01353	0,01357	0,01324
0,5mm	0,01002	0,01196	0,01388	0,01365	0,01360	0,01321
0,75mm	0,00993	0,01202	0,01387	0,01347	0,01361	0,01322
1mm	0,01006	0,01207	0,01366	0,01353	0,01360	0,01324
5mm	0,00989	0,01187	0,01330	0,01344	0,01353	0,01319

Tabelle C.15: Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei hundertfachem Verlustfaktor des Außenzylinders

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	49517,77	12715,18	2123,95	612,19	352,23	306,10
0,5mm	36760,95	9362,62	1519,55	464,14	283,07	274,67
0,75mm	32476,69	8236,80	1316,57	413,43	259,78	257,45
1mm	30311,66	7668,12	1213,87	388,14	247,91	255,94

Tabelle C.16: Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei doppelter Permittivität des Außenzylinders

Schichtdicke	Leitungswasser	KCl#1	KCl#2	KCl#3	KCl #4	KCl #5
0,25mm	45766,74	12019,82	2158,15	532,59	248,07	118,45
0,5mm	33081,70	8685,45	1556,37	384,70	179,11	85,42
0,75mm	28824,15	7564,88	1354,50	335,05	155,95	74,33
1mm	26674,94	6999,38	1252,61	309,99	144,28	68,74

Literaturverzeichnis

- [1] HERING, Ekbert ; SCHÖNFELDER, Gert (Hrsg.): *Sensoren in Wissenschaft und Technik*. Vieweg + Teubner, 2012
- [2] IFM ELECTRONIC GMBH (Hrsg.): *Betriebsanleitung: Kapazitiver Näherungsschalter KI5082*. IFM-Straße 1, 88069 Tettnang, Deutschland: ifm electronic gmbh, Januar 2017. <http://www.ifm.com/mounting/80005166DE.pdf>
- [3] IFM ELECTRONIC GMBH (Hrsg.): *Betriebsanleitung: Kapazitiver Näherungsschalter KI6000*. IFM-Straße 1, 88069 Tettnang, Deutschland: ifm electronic gmbh, Januar 2017. <http://www.ifm.com/mounting/706413DE.pdf>
- [4] HESSE, Stefan ; SCHNELL, Gerhard: *Sensoren für die Prozess- und Fabrikautomation*. Springer, 2004
- [5] IFM ELECTRONIC GMBH (Hrsg.): *Betriebsanleitung: Kapazitiver Näherungsschalter KF5015*. IFM-Straße 1, 88069 Tettnang, Deutschland: ifm electronic gmbh, Januar 2017. <https://www.ifm.com/mounting/706157DE.pdf>
- [6] IPF ELECTRONIC (Hrsg.): *Datenblatt: Kapazitive Näherungsschalter*. Kalver Str. 27, 58515 Lüdenscheid: ipf electronic, Februar 2017. http://www.ipf-electronic.de/fileadmin/DAM/Dokumente/Datenblatt/Produktdatenblatt/ipf_pdb_dat335_de.pdf

- [7] BALLUFF GMBH (Hrsg.): *Datenblatt: Füllstandsensor BCS008M*. Schurwaldstraße 9, 73765 Neuhausen a.d.F: Balluff GmbH, März 2017
- [8] BALLUFF GMBH (Hrsg.): *Datenblatt: Füllstandsensor BCS00CK*. Schurwaldstraße 9, 73765 Neuhausen a.d.F: Balluff GmbH, März 2017
- [9] BALLUFF GMBH (Hrsg.): *Datenblatt: Füllstandsensor BCS00HJ*. Schurwaldstraße 9, 73765 Neuhausen a.d.F: Balluff GmbH, März 2017
- [10] Schutzrecht DE 10 2008 027 921 A1 2009.12.17 (17. Dezember 2009). PALATA, Jaromir ; GUNDLACH, Jochen (Erfinder); ifm electronic gmbh (Anmelder).
- [11] LEHNER, G.: *Elektromagnetische Feldtheorie*. Springer-Verlag GmbH, 2010
- [12] KÜPFMÜLLER, K. ; MATHIS, W. ; REIBIGER, A.: *Theoretische Elektrotechnik: eine Einführung 16*. Springer-Verlag GmbH, 2005 (Springer-Lehrbuch Series). <http://books.google.de/books?id=oZufPwAACAAJ>. – ISBN 9783540207924
- [13] SMYTHE, William R. ; HARNWELL, G. P. (Hrsg.): *Static and Dynamic Electricity*. McGraw-Hill, 1950
- [14] HENKE, H. ; HENKE, H. (Hrsg.): *Elektromagnetische Felder*. Springer, 2007
- [15] PAPULA, Lothar: *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Bd. 9. Springer, 2006
- [16] LUNZE, J.: *Regelungstechnik 1*. Springer Berlin Heidelberg, 2008 (Springer-Lehrbuch Bd. 1). <https://books.google.de/books?id=fTy1HoVODNIC>. – ISBN 9783540689096
- [17] KURAS, Oliver: *The capacitive resistivity technique for electrical imaging of the shallow subsurface*, University of Nottingham, Diss., 2002

- [18] *COMSOL Multiphysics User's Guide*. – Version 4.3a
- [19] BARSOUKOV, Evgenij ; MACDONALD, J R.: *Impedance spectroscopy: theory, experiment, and applications*. John Wiley & Sons, 2005
- [20] GRUDEN, Roman: *Entwicklung von multifunktionalen Sensoren und Verfahren zur elektrochemischen Analyse wässriger Lösungen*, Technische Universität Chemnitz, Diss., 2014
- [21] TRÖLTZSCH, Uwe: *Modellbasierte Zustandsdiagnose von Gerätebatterien*, Universität der Bundeswehr München, Diss., 2005
- [22] WEIDENMÜLLER, Jens: *Optimization of encircling eddy current sensors for online monitoring of hot rolled round steel bars*, Technische Universität Chemnitz, Diss., 2014
- [23] CAHILL, Brian P. ; LAND, Raul ; NACKE, Thomas ; MIN, Mart ; BECKMANN, Dieter: Contactless sensing of the conductivity of aqueous droplets in segmented flow. In: *Sensors and Actuators B: Chemical* 159 (2011), Nr. 1, 286 - 293. <http://dx.doi.org/10.1016/j.snb.2011.07.006>. – DOI 10.1016/j.snb.2011.07.006. – ISSN 0925–4005
- [24] CUIBUS, Florina ; IVANOV, Svetlozar ; SCHWALBE, Ulf ; SCHILLING, Marco ; BUND, Andreas: State-of-Charge and State-of-Health Estimation of Commercial LiFePO4 Batteries by means of Impedance Spectroscopy. In: *Progress Reports on Impedance Spectroscopy*, 2016
- [25] SANLI, Abdulkadir ; BENCHIROUF, Abderrahmane ; MÜLLER, Christian ; KANOUN, Olfa: AC Impedance Investigation of Multi-walled Carbon Nanotubes/PEDOT:PSS Nanocomposites Fabricated with Different Sonication Times. In: *Progress Reports on Impedance Spectroscopy*, 2016
- [26] LVOVICH, Vadim F. ; SMIECHOWSKI, Matthew F.: Impedance characterization of industrial lubricants. In: *Electrochimica Acta* 51 (2006), Nr. 8–9, 1487 - 1496. <http://dx.doi.org/10.1016/j.electacta.2006.05.011>. – DOI 10.1016/j.electacta.2006.05.011. – ISSN 0013–7345

- //dx.doi.org/10.1016/j.electacta.2005.02.135. – DOI 10.1016/j.electacta.2005.02.135. – ISSN 0013-4686. – Electrochemical Impedance Spectroscopy Selection of papers from the 6th International Symposium (EIS 2004) 16-21 May 2004, Cocoa Beach, FL, {USA}
- [27] KEYSIGHT TECHNOLOGIES: *Impedance Measurement Handbook*. Internet. <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5950-3000.pdf>. Version: Oktober 2016
- [28] PARTHIER, Rainer: *Messtechnik*. Springer, 2016. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-13598-0>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-13598-0>
- [29] TIETZE, Ulrich ; SCHENK, Christoph: *Halbleiter-Schaltungstechnik*. 12. Springer, 2002
- [30] KICIAK, Paul: *N2PK Amateur Radio Projects*. <http://n2pk.com/>. Version: Dezember 2016
- [31] FRANZ, Joachim: *EMV - Störungssicherer Aufbau elektronischer Schaltungen*. 3. Vieweg + Teubner, 2008
- [32] PLIQUETT, Uwe: Time-domain based impedance measurement: strengths and drawbacks. In: *Journal of Physics: Conference Series* 434 (2013), Nr. 1, 012092. <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/434/1/012092>. – DOI 10.1088/1742-6596/434/1/012092
- [33] GRASSINI, S. ; CORBELLINI, S. ; ANGELINI, E. ; FERRARIS, F. ; PARVIS, M.: Low-Cost Impedance Spectroscopy System Based on a Logarithmic Amplifier. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 64 (2015), May, Nr. 5, S. 1110–1117. <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2014.2371191>. – DOI 10.1109/TIM.2014.2371191. – ISSN 0018-9456
- [34] MANTENUTO, P. ; DE MARCELLIS, A. ; FERRI, G.: Novel Modified De-Sauty Autobalancing Bridge-Based Analog Interfaces for Wide-Range Capacitive Sensor Applications. In:

- Sensors Journal, IEEE* 14 (2014), May, Nr. 5, S. 1664–1672. <http://dx.doi.org/10.1109/JSEN.2014.2301296>. – DOI 10.1109/JSEN.2014.2301296. – ISSN 1530–437X
- [35] HUANG, Hao ; PALERMO, S.: A TDC-based front-end for rapid impedance spectroscopy. In: *Circuits and Systems (MWSCAS), 2013 IEEE 56th International Midwest Symposium on*, 2013. – ISSN 1548–3746, S. 169–172
- [36] MIN, M ; PLIQUETT, U ; NACKE, T ; BARTHEL, A ; ANUS, P ; LAND, R: Broadband excitation for short-time impedance spectroscopy. In: *Physiological Measurement* 29 (2008), Nr. 6, S185. <http://dx.doi.org/10.1088/0967-3334/29/6/S16>. – DOI 10.1088/0967-3334/29/6/S16
- [37] PLIQUETT, U. ; BARTHEL, A. ; NACKE, T. ; FRENSE, D. ; DIAZ, L. ; ZAIKOU, Y. ; RUDOLPH, A. ; PFLIEGER, C. ; WESTENTHANNER, M. ; BECKMANN, D.: Fast broad bandwidth bioimpedance measurement - the use of square wave excitation and non-uniform sampling. In: *2012 13th Biennial Baltic Electronics Conference*, 2012. – ISSN 1736–3705, S. 279–282
- [38] NAZER, R. A. ; CATTIN, V. ; GRANJON, P. ; MONTARU, M. ; RANIERI, M. ; HEIRIES, V.: Classical EIS and square pattern signals comparison based on a well-known reference impedance. In: *2013 World Electric Vehicle Symposium and Exhibition (EVS27)*, 2013, S. 1–7
- [39] WENDEMUTH, Andreas: *Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung*. Springer, 2005
- [40] FUCHS, Anton ; ZANGL, Hubert ; MOSER, Michael J. ; BRETTNERKLIEBER, Thomas: Capacitive sensing in process instrumentation. In: *Metrology and Measurement Systems* 16 (2009), Nr. 4, S. 557–568
- [41] BERA, S.C. ; MANDAL, H.: A Flow Measurement Technique Using a Noncontact Capacitance-Type Orifice Transducer

- for a Conducting Liquid. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 61 (2012), Sept, Nr. 9, S. 2553–2559. <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2012.2192345>. – DOI 10.1109/TIM.2012.2192345. – ISSN 0018–9456
- [42] HEINRICH, Berthold ; LINKE, Petra ; GLÖCKLER, Michael: *Grundlagen Automatisierung: Sensorik, Regelung, Steuerung*. Springer-Verlag, 2014
- [43] ELLISON, W. J.: Permittivity of Pure Water, at Standard Atmospheric Pressure, over the Frequency Range 0–25 THz and the Temperature Range 0–100 [degree]C. In: *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 36 (2007), Nr. 1, 1-18. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2360986>. – DOI 10.1063/1.2360986
- [44] HASTED, J. B. ; RITSON, D. M. ; COLLIE, C. H.: Dielectric Properties of Aqueous Ionic Solutions. Parts I and II. In: *The Journal of Chemical Physics* 16 (1948), Nr. 1, 1-21. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1746645>. – DOI 10.1063/1.1746645
- [45] BAXTER, Larry K. ; HERRICK, Robert J. (Hrsg.): *Capacitive Sensors - Design and Applications*. IEEE Press, 1997
- [46] MAMISHEV, A. V. ; SUNDARA-RAJAN, K. ; YANG, Fumin ; DU, Yanqing ; ZAHN, M.: Interdigital sensors and transducers. In: *Proceedings of the IEEE* 92 (2004), May, Nr. 5, S. 808–845. <http://dx.doi.org/10.1109/JPROC.2004.826603>. – DOI 10.1109/JPROC.2004.826603. – ISSN 0018–9219
- [47] ZANGL, H. ; FUCHS, A. ; BRETTERKLIEBER, Th.: Non-invasive measurements of fluids by means of capacitive sensors. In: *Elektrotechnik und Informationstechnik* 126 (2009), Nr. 1-2, 8-12. <http://dx.doi.org/10.1007/s00502-009-0612-x>. – DOI 10.1007/s00502-009-0612-x. – cited By (since 1996)1
- [48] YANG, W. Q. ; STOTT, A.L. ; XIE, C. G.: Development of capacitance tomographic imaging systems for oil pipeline measurements. In: *Review of Scientific Instruments* 66 (1995), S. 4326–4332. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1145322>. – DOI 10.1063/1.1145322

- [49] YANG, W Q. ; PENG, Lihui: Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. In: *Measurement Science and Technology* 14 (2003), Nr. 1, R1. <http://stacks.iop.org/0957-0233/14/i=1/a=201>
- [50] YANG, Wuqiang: Key issues in designing capacitance tomography sensors. In: *Sensors, 2006. 5th IEEE Conference on*, 2006. – ISSN 1930-0395, S. 497 –505
- [51] KUMAR, Brajesh ; RAJITA, G ; MANDAL, Nirupama: A Review on Capacitive-Type Sensor for Measurement of Height of Liquid Level. In: *Measurement and Control* 47 (2014), Nr. 7, 219-224. <http://dx.doi.org/10.1177/0020294014546943>. – DOI 10.1177/0020294014546943
- [52] BISWAS, Karabi ; SEN, Siddhartha ; DUTTA, Pranab K.: Modeling of a capacitive probe in a polarizable medium. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 120 (2005), Nr. 1, 115 - 122. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2004.11.025>. – DOI 10.1016/j.sna.2004.11.025. – ISSN 0924-4247
- [53] JIN, Baoquan ; ZHANG, Zeyu ; ZHANG, Hongjuan: Structure design and performance analysis of a coaxial cylindrical capacitive sensor for liquid-level measurement. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 223 (2015), 84 - 90. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2014.12.027>. – DOI 10.1016/j.sna.2014.12.027. – ISSN 0924-4247
- [54] REVERTER, Ferran ; LI, Xiujun ; MEIJER, Gerard C.: Liquid-level measurement system based on a remote grounded capacitive sensor. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 138 (2007), Nr. 1, 1 - 8. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2007.04.027>. – DOI 10.1016/j.sna.2007.04.027. – ISSN 0924-4247
- [55] KHAN, F. A. ; YOUSAF, A. ; REINDL, L. M.: Design and FEM analysis of multi segment capacitive level sensor based on local and global E-fields. In: *2016 13th International Multi-Conference on Systems, Signals Devices (SSD)*, 2016, S. 136-140

- [56] KHAN, F. A. ; YOUSAF, A. ; REINDL, L. M.: Build-up detection and level monitoring by using capacitive glocal technique. In: *2016 European Frequency and Time Forum (EFTF)*, 2016, S. 1–4
- [57] BERA, S.C. ; RAY, J.K. ; CHATTOPADHYAY, S.: A low-cost non-contact capacitance-type level transducer for a conducting liquid. In: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 55 (2006), june, Nr. 3, S. 778–786. <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2006.873785>. – DOI 10.1109/TIM.2006.873785. – ISSN 0018–9456
- [58] OTERO, Abraham ; FERNANDEZ, Roemi ; APALKOV, Andrey ; ARMADA, Manuel: An Automatic Critical Care Urine Meter. In: *Sensors* 12 (2012), Nr. 10, 13109. <http://dx.doi.org/10.3390/s121013109>. – DOI 10.3390/s121013109. – ISSN 1424–8220
- [59] KREUTZER, J. F. ; FLASCHBERGER, J. ; HEIN, C. M. ; LUETH, T. C.: Capacitive detection of filling levels in a cup. In: *2016 IEEE 13th International Conference on Wearable and Implantable Body Sensor Networks (BSN)*, 2016, S. 31–36
- [60] DIETZ, P. H. ; LEIGH, D. ; YERAZUNIS, W. S.: Wireless liquid level sensing for restaurant applications. In: *Proceedings of IEEE Sensors Bd. 1*, 2002, S. 715–720 vol.1
- [61] WANG, B. ; HUANG, L. ; ZHANG, M. ; MURALITHARAN, Y. ; ZHANG, X. ; DANG, S.: Capacitive sensing system for car washer tank liquid level measurement. In: *2015 International Conference on Fluid Power and Mechatronics (FPM)*, 2015, S. 1306–1310
- [62] OTTE, Eric A. ; QAISER, Arslan ; SANDH, Ishaan ; TAZABEKOV, Anuar ; KANG, Danny: *Capacitive Rain Sensor for Automatic Wiper Control*. http://www.egr.msu.edu/classes/ece480/capstone/spring10/group06/Documents/ECE480_Design_Team6_Final_Report.pdf
- [63] LOIZOU, K. ; KOUTROULIS, E. ; ZALIKAS, D. ; LIONTAS, G.: A low-cost capacitive sensor for water level monitoring in large-scale

storage tanks. In: *2015 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, 2015, S. 1416–1421

- [64] CHETPATTANANONNDH, K. ; TAPOANOI, T. ; PHUKPATTARANONT, P. ; JINDAPETCH, N.: A self-calibration water level measurement using an interdigital capacitive sensor. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 209 (2014), 175 - 182. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2014.01.040>. – DOI 10.1016/j.sna.2014.01.040. – ISSN 0924-4247
- [65] Schutzrecht DE 10 2015 100 414 A1 2016.07.14 (14. Juli 2016). DEILMANN, Michael ; BAER, Christoph ; MUSCH, Thomas ; BILGIC, Attila ; NEUBURGER, Stephan (Erfinder); KROHNE Messtechnik GmbH, 47058 Duisburg, DE (Anmelder).
- [66] Schutzrecht US 5 682 184 (30. Oktober 1997). STEPHANY, Joseph F. ; WILLIAMSON, Gary ; KNEEZEL, A. ; SLOWIK, John H. (Erfinder); Xerox Corporation, Stamford, Conn. (Anmelder).
- [67] Schutzrecht WO 01/29520 A1 (26. April 2001). WINKENS, Frank ; FRANK, Wolfgang (Erfinder); SIE Sensorik Industrie-Elektronik gmbH, 68519, Viernheim, DE (Anmelder).
- [68] Schutzrecht DE 10 2005 057 558 B4 2012.02.02 (6. Juni 2007). WINKENS, Frank (Erfinder); SIE Sensorik Industrie-Elektronik GmbH, 68519, Viernheim, DE (Anmelder).
- [69] Schutzrecht DE10 2005 010 351 B4 2012.08.16 (31. August 2006). WINKENS, Frank (Erfinder); SIE Sensorik Industrie-Elektronik gmbH, 68519, Viernheim, DE (Anmelder).
- [70] Schutzrecht US 7 071 684 B2 (4. Juli 2006). RED'KO, Volodymyr ; KHANDETSKY, Volodymyr ; SHEMBEL, Elena ; NOVAK, Peter (Erfinder).
- [71] Schutzrecht DE 10 2008 035 627 A1 2010.02.11 (11. Februar 2010). REIME, Gerd (Erfinder).
- [72] Schutzrecht DE 10 2009 035 675 A1 2011.02.03 (30. Juli 2011). WINKENS, Frank (Erfinder); BALLUFF GmbH, 73765 Neuhausen, DE (Anmelder).

- [73] MWENIFUMBO, C.J.a ; BARRASH, W.b ; KNOLL, M.D.b: Capacitive conductivity logging and electrical stratigraphy in a high-resistivity aquifer, Boise Hydrogeophysical Research Site. In: *GEOPHYSICS* 74 (2009), Nr. 3, E125-E133. <http://dx.doi.org/10.1190/1.3106760>. – DOI 10.1190/1.3106760. – cited By 0
- [74] CHEN, Ting ; HEFTER, Glenn ; BUCHNER, Richard: Dielectric Spectroscopy of Aqueous Solutions of KCl and CsCl. In: *The Journal of Physical Chemistry A* 107 (2003), Nr. 20, 4025-4031. <http://dx.doi.org/10.1021/jp026429p>. – DOI 10.1021/jp026429p
- [75] Schutzrecht DE 197 13 267 A1 (30. Juli 1998). BYATT, Anthony ; KLEINER, Thomas ; MATTER, Daniel ; RÜEGG, Walter (Erfinder); ABB Research Ltd., Zürich, CH (Anmelder).
- [76] OWUSU, Kwadwo P. ; KUHN, David C. ; BIBEAU, Eric L.: Capacitive probe for ice detection and accretion rate measurement: Proof of concept. In: *Renewable Energy* 50 (2013), 196 - 205. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2012.06.003>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2012.06.003>. – ISSN 0960-1481
- [77] Norm DIN EN 60947-5-2 (VDE 0660-208) Januar 2014. *Niederspannungsschaltgeräte - Teil 5-2: Steuergereäte und Schaltelemente - Näherungsschalter*
- [78] OSOINACH, Bryce: Proximity capacitive sensor technology for touch sensing applications. In: *Freescale White Paper* 12 (2007)
- [79] Norm DIN EN 61000-4-3 (VDE 0847-4-3) April 2011. *Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) Teil 4-3: Prüf- und Messverfahren – Prüfung der Störfestigkeit gegen hochfrequente elektromagnetische Felder*
- [80] Norm DIN EN 61000-4-6 (VDE 0847-4-6) August 2014. *Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV) Teil 4-6: Prüf- und Messver-*

fahren – Störfestigkeit gegen leitungsgeführte Störgrößen, induziert durch hochfrequente Felder

- [81] GROSSE-PUPPENDAHL, Tobias ; BERLIN, Eugen ; BORAZIO, Marco: Enhancing accelerometer-based activity recognition with capacitive proximity sensing. In: *International Joint Conference on Ambient Intelligence* Springer, 2012, S. 17–32
- [82] SMITH, Joshua R.: *Electric field imaging*, Massachusetts Institute of Technology, Diss., 1998
- [83] HEGAZI, Emad ; SJOLAND, Henrik ; ABIDI, Asad A.: A filtering technique to lower LC oscillator phase noise. In: *IEEE Journal of Solid-State Circuits* 36 (2001), Nr. 12, S. 1921–1930
- [84] SHIN, D. Y. ; LEE, H. ; KIM, S.: A Delta-Sigma Interface Circuit for Capacitive Sensors With an Automatically Calibrated Zero Point. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 58 (2011), Feb, Nr. 2, S. 90–94. <http://dx.doi.org/10.1109/TCSII.2010.2104015>. – DOI 10.1109/TCSII.2010.2104015. – ISSN 1549–7747
- [85] XIA, S. ; MAKINWA, K. ; NIHTIANOV, S.: A capacitance-to-digital converter for displacement sensing with 17b resolution and 20us conversion time. In: *2012 IEEE International Solid-State Circuits Conference*, 2012. – ISSN 0193–6530, S. 198–200
- [86] KESTER, Walt: Adc architectures iii: Sigma-delta adc basics. In: *Analog Devices, MT022* (2008)
- [87] HENZLER, Stephan: *Time-to-digital converters*. Bd. 29. Springer Science & Business Media, 2010
- [88] IO-LINK FIRMENGEMEINSCHAFT (Hrsg.): *IO-Link Systembeschreibung - Technologie und Anwendung*. Haid-und-Neu-Str. 7, 76131 Karlsruhe, Deutschland: IO-Link Firmengemeinschaft, Februar 2016. http://www.io-link.com/share/Downloads/At-a-glance/IO-Link_Systembeschreibung_dt_2016.pdf

- [89] Schutzrecht DE 10 2015 207 265 A1 2016.10.27 (27. Oktober 2016). TAHEDL, Markus (Erfinder); ifm electronic gmbh, 45128, Essen, DE (Anmelder).
- [90] Schutzrecht DE 10 2011 085 876 A1 2013.05.08 (8. Mai 2013). ALBRECHT, Andrej ; ZIBOLD, Tobias (Erfinder); Robert Bosch GmbH (Anmelder).
- [91] GEORGE, B. ; ZANGL, H. ; BRETTERKLIEBER, T. ; BRASSEUR, G.: A Combined Inductive-Capacitive Proximity Sensor for Seat Occupancy Detection. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 59 (2010), May, Nr. 5, S. 1463–1470. <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2010.2040910>. – DOI 10.1109/TIM.2010.2040910. – ISSN 0018–9456
- [92] IFM ELECTRONIC GMBH (Hrsg.): *Datenblatt: Kapazitiver Näherungsschalter KG5304*. IFM-Straße 1, 88069 Tettnang, Deutschland: ifm electronic gmbh, Januar 2017. <https://www.ifm.com/de/de/product/KG5304>
- [93] BRONSTEIN, Ilja N. ; SEMENDJAJEW, Konstantin ; MUSIOL, Gerhard ; MÜHLIG, Heiner: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1995
- [94] ASANO, K.: Electrostatic potential and field in a cylindrical tank containing charged liquid. In: *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of* 124 (1977), Nr. 12, S. 1277–1281. <http://dx.doi.org/10.1049/piee.1977.0269>. – DOI 10.1049/piee.1977.0269. – ISSN 0020–3270
- [95] ROSENHEINRICH, Werner: *Tables of some indefinite Integrals of Bessel functions*. Online. <http://www.fh-jena.de/~rsh/Forschung/Stoer/besint.pdf>. Version: December 2013
- [96] THEODOULIDIS, T.: *Struve Functions*. Online. <http://www.mathworks.de/matlabcentral/fileexchange/37302-struve-functions>. Version: November 2013
- [97] LUNDGREN, J.: *ZEROBESS Zeros of Bessel functions/derivatives of 1st and 2nd kind*. Online, November 2013

- [98] WALT, S. van d. ; COLBERT, S. C. ; VAROQUAUX, G.: The NumPy Array: A Structure for Efficient Numerical Computation. In: *Computing in Science Engineering* 13 (2011), March, Nr. 2, S. 22–30. <http://dx.doi.org/10.1109/MCSE.2011.37>. – DOI 10.1109/MCSE.2011.37. – ISSN 1521–9615
- [99] JONES, Eric ; OLIPHANT, Travis ; PETERSON, Pearu u. a.: *SciPy 0.18: Open source scientific tools for Python*. <http://www.scipy.org/>. Version: 2001–. – [Online; accessed 2016-06-29]
- [100] HUNTER, J. D.: Matplotlib: A 2D graphics environment. In: *Computing In Science & Engineering* 9 (2007), Nr. 3, S. 90–95
- [101] SYMPY DEVELOPMENT TEAM: *SymPy: Python library for symbolic mathematics*, 2016. <http://www.sympy.org>
- [102] MACDONALD, J. R.: Note on the Parameterization of the Constant-Phase Admittance Element. In: *Solid State Ionics* 13 (1984), S. 147–149
- [103] STORN, Rainer ; PRICE, Kenneth: Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. In: *Journal of Global Optimization* 11 (1997), S. 341–359
- [104] KANOUN, O. ; TRÖLTZSCH, U. ; TRÄNKLER, H.-R.: Benefits of evolutionary strategy in modeling of impedance spectra. In: *Electrochimica Acta* 51 (2006), Nr. 8–9, 1453 - 1461. <http://dx.doi.org/10.1016/j.electacta.2005.02.123>. – DOI 10.1016/j.electacta.2005.02.123. – ISSN 0013–4686. – Electrochemical Impedance Spectroscopy Selection of papers from the 6th International Symposium (EIS 2004) 16-21 May 2004, Cocoa Beach, FL, {USA}
- [105] VANDERNOOT, T.J ; ABRAHAMS, I: The use of genetic algorithms in the non-linear regression of immittance data. In: *Journal of Electroanalytical Chemistry* 448 (1998), Nr. 1, 17 - 23. [http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0728\(97\)00593-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0022-0728(97)00593-7). – DOI 10.1016/S0022-0728(97)00593-7. – ISSN 1572–6657

- [106] MILLER, Brad L. ; GOLDBERG, David E.: Genetic algorithms, tournament selection, and the effects of noise. In: *Complex systems* 9 (1995), Nr. 3, S. 193–212
- [107] BONDARENKO, A. S. ; RAGOISHA, G.A. ; POMERANTSEV, A. L. (Hrsg.): *Potentiodynamic electrochemical impedance spectroscopy*. Nova Science Publ., 2005. – 89–102 S. <http://www.abc.chemistry.bsu.by/vi/analyser/>
- [108] ZHU, C. ; BYRD, R.H. ; NOCEDAL, J.: L-BFGS-B: Algorithm 778: L-BFGS-B, FORTRAN routines for large scale bound constrained optimization. In: *ACM Transactions on Mathematical Software* 23 (1997), Nr. 4, S. 550–560
- [109] BYRD, R.H. ; LU, P. ; NOCEDAL, J.: A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization. In: *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* 16 (1995), Nr. 5, S. 1190–1208
- [110] BOUKAMP, Bernard A.: A Linear Kronig-Kramers Transform for Immitance Data Validation. In: *J. Electrochem. Soc.* 142 (1995), Nr. 6, S. 1885–1894
- [111] SCHÖNLEBER, M. ; KLOTZ, D. ; IVERS-TIFFÉE, E.: A Method for Improving the Robustness of linear Kramers-Kronig Validity Tests. In: *Electrochimica Acta* 131 (2014), 20 - 27. <http://dx.doi.org/10.1016/j.electacta.2014.01.034>. – DOI 10.1016/j.electacta.2014.01.034. – ISSN 0013–4686. – Electrochemical Impedance Spectroscopy
- [112] BODE, Hendrik W.: *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. D. Van Norstand Company Inc., 1955
- [113] MACDONALD, Digby D. ; URQUIDI-MACDONALD, Mirna: Kramers-Kronig Transformation of Constant Phase Impedances. In: *Journal of The Electrochemical Society* 137 (1990), Nr. 2, S. 515–517
- [114] STRANG, G.: *Linear Algebra and Its Applications*. Orlando, FL : Academic Press Inc., 1980. – 139–142 S.

- [115] SCHÖNLEBER, M. ; IVERS-TIFFÉE, E.: Approximability of impedance spectra by {RC} elements and implications for impedance analysis. In: *Electrochemistry Communications* 58 (2015), 15 - 19. <http://dx.doi.org/10.1016/j.elecom.2015.05.018>. – DOI 10.1016/j.elecom.2015.05.018. – ISSN 1388-2481
- [116] ZHANG, H: Electrical properties of foods. In: *Food Engineering-Volume I* (2009), S. 110
- [117] SHREINER, RH ; PRATT, KW: Standard reference materials: primary standards and standard reference materials for electrolytic conductivity. In: *NIST Special Publication* 260 (2004), S. 142
- [118] HAYNES, W.M.: *CRC Handbook of Chemistry and Physics, 93rd Edition*. Taylor & Francis, 2012 (CRC Handbook of Chemistry and Physics). <https://books.google.co.uk/books?id=-BzP7Rk17WkC>. – ISBN 9781439880494
- [119] MOONEY, Christopher Z.: *Monte carlo simulation*. Bd. 116. Sage Publications, 1997
- [120] Draka: *RG178B/U Technical Data Sheet*. Online. http://prysmiangroup.com/en/business_markets/markets/multimedia/downloads/datasheets/hf2be.pdf. Version: March 2015
- [121] ROLEC GEHÄUSE-SYSTEME GMBH: *Polyoxymethylen (POM) Datenblatt*. Internet. www.rolec.de/etc/download/Datenblatt_POM_en.pdf. Version: Oktober 2016
- [122] ENSINGER: *PET Datenblatt*. Internet. <http://www.alliedelec.com/m/d/73da1615384b0ee5053295ed2530e6e8.pdf>. Version: Oktober 2016
- [123] KEYSIGHT TECHNOLOGIES: *Keysight 4294A Operation Manual*. Internet. <http://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/04294-90060.pdf?id=1000002189-1:epsg:man>. Version: Oktober 2016

- [124] RICHTER, P.H.: Estimating Errors in Least-Squares Fitting. In: *TDA Progress Report 42-122* (1995), S. 107–137
- [125] KASSANOS, P. ; TRIANTIS, I.F. ; DEMOSTHENOUS, A.: A novel front-end for impedance spectroscopy. In: *Sensors, 2011 IEEE*, 2011. – ISSN 1930–0395, S. 327–330

Abbildungsverzeichnis

1.1	Darstellung unterschiedlicher Problemfälle bei der Anwendung kapazitiver Grenzstandschalter	27
1.2	Struktur der Arbeit	31
2.1	Skizze zur Kapazität zwischen zwei Elektroden mit den Ladungen Q_1 und Q_2	42
2.2	Beispiel für Linearität anhand einer Diodenkennlinie	48
2.3	Typische Ortskurven für die in dieser Arbeit verwendeten EECs	50
2.4	Anschlusschema für Zwei- und Vierdrahtmessung gezeichnet nach [28]	52
2.5	Blockdiagramm eines Synchrongleichrichters mit Analogmultiplizierer [29]	53
2.6	Prinzip der Auto-Balancing-Bridge gezeichnet nach [27]	55
2.7	Blockdiagramm für Impedanzspektroskopie nach der DFT-basierten Messmethode	58
3.1	Übersicht über kapazitive Messverfahren zur Füll- und Grenzstanderkennung	60
3.2	Sonde zur kontaktlosen Bestimmung der Bodenleitfähigkeit (Graphik übernommen aus [73])	68
3.3	Kontaktlose Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften von Medien in der Mikrofluidik (Graphik übernommen aus [23])	69
3.4	Einbaubedingungen für einen nicht-bündig einbaubaren kapazitiven Näherungsschalter nach Norm [77]	71

3.5	Illustration der drei Unterschiedlichen kapazitiven Verfahren zur Positionserkennung (Graphik übernommen aus [81])	72
4.1	Darstellung der Anhaftungsproblematik bei leitfähigen Medien. C_L : Sensorkapazität im Leerzustand. C_W : Wandkapazität bei Voll- bzw. Anhaftungszustand. C_{M1} : Medienkapazität im Vollzustand. C_{M2} : Medienkapazität im Anhaftungszustand. R_{M1} : Medienwiderstand im Vollzustand. R_{M2} : Medienwiderstand im Anhaftungszustand.	78
4.2	Beispielhafter Verlauf des Betrags der Impedanz zwischen Elektrode und Erdpotenzial bei Anwesenheit eines leitfähigen Mediums	79
4.3	Wirksamkeit einzelner Komponenten eines Ersatzschaltbildes über die Frequenz am Beispiel des Vollzustands. (a): Geringe Messfrequenz. Wandkapazität und Medienwiderstand dominieren. (b): Mittlere Messfrequenz, Strom durch die Medienkapazität steigt. (c): Hohe Frequenz, nur die Kapazitäten sind noch relevant.	80
4.4	Beispielhafter Verlauf der Ortskurven für die Impedanz zwischen Elektrode und Erdpotenzial bei Anwesenheit eines leitfähigen Mediums	81
4.5	Ortskurven des Grenzübergangs zwischen Anhaftungs- und Leerzustand	82
5.1	Skizze der Geometrie für die analytische Modellierung	87
5.2	Mit dem analytischen Modell berechnete Impedanz für eine Schichtdicke von $e - d = 0,5mm$ für unterschiedliche Leitfähigkeiten	93
5.3	Modellvalidierung: Abweichung der analytisch berechneten Impedanz von einem FE-Modell mit identischer Geometrie und Materialeigenschaften	94
5.4	Verhaltensmodell für die komplexe Impedanz kapazitiv gekoppelter leitfähiger Anhaftungen	96
5.5	Illustration für die Abschätzung der CPE-Parameter	99

5.6	Maxwell-Ersatzschaltbild zur Lösung der Kramers-Kronig-Integrale [110]	104
5.7	Relative Abweichungen der vier unterschiedlichen Varianten zur linearen Regression	111
5.8	Lineare Regression der mit normalverteiltem Rauschen beaufschlagten Modelldaten	112
5.9	Lineare Regression der mit einzelnen Störstellen beaufschlagten Modelldaten	113
5.10	Lineare Regression der Modelldaten mit einer positiven und damit instabilen Polstelle	114
5.11	Lineare Regression der Modelldaten mit einer Serieninduktivität $L_s = 300\text{nH}$	115
6.1	Betrag und Phase der komplexen Impedanz aus dem analytischen Modell für drei verschiedene Leitfähigkeiten bei einer konstanten Anhaftungsdicke von 0,5mm	120
6.2	Betrag und Phase der komplexen Impedanz aus dem analytischen Modell für drei verschiedene Schichtdicken bei einer konstanten Leitfähigkeit von $0,16 \frac{\text{mS}}{\text{cm}}$	123
6.3	Ortskurve der komplexen Impedanzspektren bei konstanter Leitfähigkeit für drei verschiedene Schichtdicken bei einer konstanten Leitfähigkeit von $0,16 \frac{\text{mS}}{\text{cm}}$	125
6.4	Vergleich zwischen dem genäherten Gesamtwiderstand und dem tatsächlichen Widerstand eines Verhaltensmodells erster Ordnung	128
6.5	Einfluss der Anhaftungsparameter auf den Gesamtwiderstand	130
6.6	Einfluss der Eigenschaften der Behälterwand	132
6.7	Darstellung der Abhängigkeit von R_O von der Messfrequenz für einen Anhaftungsfall. Eine zu groß gewählte Messfrequenz oder eine zu geringe Leitfähigkeit führt zu einer Unterschätzung von R_O	134

6.8	Betrachtung der Regressionsabweichung bei vordefinier- tem Frequenzbereich für verschiedene Leitfähigkeiten. Die Abweichung läuft gegen Null, wenn auch die absolute Differenz von $ \underline{Z} $ zwischen Voll- und Anhaftungszustand gegen Null läuft.	135
6.9	Beispiel für den Einfluss des Messrauschens auf die De- tektierbarkeit leitfähiger Anhaftungen	136
6.10	Güte G_R der Anhaftungserkennung für unterschiedliche Wanddicken und Leitfähigkeiten bezogen auf das Mess- rauschen	137
6.11	Ersatzschaltbild zur Bestimmung des Einflusses von C_p auf R_O	138
6.12	Einfluss von C_p auf den linearen Gesamtwiderstand R_O	139
6.13	Beispiel für das Festlegen eines Schaltpunktes mit dem impedanzbasierten Verfahren zur Anhaftungserkennung	140
7.1	Grobskizze des Versuchsaufbaus	145
7.2	Detailskizze des Versuchsaufbaus	146
7.3	Skizze des FE-Modells	148
7.4	Geglättetes Spektrum für den leeren Versuchsaufbau . .	152
7.5	Regressionsabweichung der Messdaten für Leitungswasser	155
7.6	Regressionsabweichung der Messdaten für KCl #1 . . .	156
7.7	Regressionsabweichung der Messdaten für Leitungswas- ser mit Serieninduktivität	157
7.8	Regressionsabweichung der Messdaten für KCl#1 mit Serieninduktivität	158
7.9	Empfindlichkeitsanalyse von R_1 , R_2 und n für Leitungs- wasser und KCl #1 bei einer Schichtdicke von 0,25mm .	162
7.10	Doppelt logarithmische Darstellung der aus den Mess- daten berechneten Gesamtwiderstände	163
7.11	Vergleich der gemessenen Daten mit Daten aus dem FE- Modell (Leitungswasser; 1mm Schichtdicke). Aus Grün- den der Übersicht ist nur jeder dritte Datenpunkt dar- gestellt.	166
A.1	Beispiel für den Verlauf der Koeffizienten $ \underline{A}_{i,1} $ und $ \underline{B}_{i,1} $ über den Reihenindex i	189

B.1	Gemessenes und geglättetes Spektrum für den leeren Versuchsaufbau	191
B.2	Gemessenes und geglättetes Spektrum für demineralisiertes Wasser	192
B.3	Gemessenes und geglättetes Spektrum für Leitungswasser	192
B.4	Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #1 . . .	193
B.5	Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #2 . . .	193
B.6	Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #3 . . .	194
B.7	Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #4 . . .	194
B.8	Gemessenes und geglättetes Spektrum für KCl #5 . . .	195
B.9	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für demin. Wasser	195
B.10	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für Leitungswasser	196
B.11	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #1	196
B.12	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #2	197
B.13	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #3	197
B.14	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #4	198
B.15	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m11}^{-1} für KCl #5	198
B.16	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für demin. Wasser	199
B.17	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für Leitungswasser	199
B.18	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #1	200
B.19	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #2	200
B.20	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #3	201
B.21	Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #4	201

B.22 Mit dem FE-Modell simulierte komplexe Impedanz \underline{Y}_{m13}^{-1} für KCl #5	202
--	-----

Tabellenverzeichnis

2.1	Bezeichnung, Ortskurve und Parametrierung der in dieser Arbeit verwendeten Grundelemente für elektrische Ersatzschaltbilder	49
3.1	Zusammenfassung des Standes der Technik der Anhaftungserkennung bei kapazitiven Näherungsschaltern . . .	74
5.1	Verwendete Materialeigenschaften für den Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE-Modell	94
5.2	Verwendete Abmessungen (vgl. Abbildung 5.1) für den Vergleich zwischen analytischer Berechnung und FE-Modell	95
5.3	Ergebnis der Parameterrekonstruktion	101
5.4	Zusammenfassung der unterschiedlichen Varianten zur Berechnung der KK-Transformation mit Hilfe einer linearen Regression	108
5.5	Werte für das Verhaltensmodell, die zur Evaluierung unterschiedlicher Berechnungsmethoden der Kramers-Kronig-Beziehungen verwendet werden	109
6.1	Ergebnis der nicht-linearen Regression für ein Verhaltensmodell dritter Ordnung mit variabler Leitfähigkeit .	121
6.2	Ergebnis der nicht-linearen Regression für ein Verhaltensmodell dritter Ordnung mit variabler Schichtdicke .	124

7.1	Im FE-Modell verwendete elektrische Eigenschaften der Kunststoffe	149
7.2	Zur Messung verwendete Medien und deren Leitfähigkeit	151
7.3	Frequenzbereiche für die vermessenen Medien, in denen die Daten geglättet wurden	154
7.4	Anzahl der geglätteten Messpunkte in jeweiligen Frequenzbereich für die vermessenen Medien	154
7.5	R_O ermittelt aus experimentellen Daten mit linearem Fit	164
7.6	Standardabweichung von R_O ermittelt aus den Messdaten	165
7.7	Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω	168
7.8	Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei doppelter Permittivität des Außenzylinders	169
7.9	Aus den FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei hundertfachem Verlustfaktor des Außenzylinders	170
7.10	Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω	170
C.1	Durch nicht-lineare die Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für Leitungswasser	203
C.2	Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für Leitungswasser mit zusätzlicher Serieninduktivität L_s	204
C.3	Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für KCl #1	204
C.4	Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter aus den Messdaten für KCl #1 mit zusätzlicher Serieninduktivität L_s	205
C.5	Relative Standardabweichung der mit der nicht-linearen Regression ermittelten Modellparameter für Leitungswasser	205
C.6	Relative Standardabweichung der mit der nicht-linearen Regression ermittelten Modellparameter für KCl #1	206
C.7	Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter für Leitungswasser anhand der FE-Daten	206
C.8	Durch die nicht-lineare Regression ermittelte Parameter für KCl #1 anhand der FE-Daten	207

C.9	Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Messrauschens verwendet wurden.	207
C.10	Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Wandeigenschaften verwendet wurden.	208
C.11	Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Anhaftungseigenschaften verwendet wurden.	208
C.12	Parameter für das analytische Modell, die für die Untersuchung des Einflusses der Leitfähigkeit verwendet wurden.	209
C.13	Aus den FE-Daten ermittelte D_N -Werte	209
C.14	Verlustfaktor D_N ermittelt aus experimentellen Daten mit linearem Fit	209
C.15	Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei hundertfachem Verlustfaktor des Außenzylinders	210
C.16	Aus der Teiladmittanz \underline{Y}_{m13} der FE-Daten ermittelte R_O -Werte in Ω bei doppelter Permittivität des Außenzylinders	210

Liste der Veröffentlichungen

- *Schutzrecht* DE 10 2016 214 387 A1 2017.02.09 (9. Februar 2017). Weber C.; Tahedl M. (Erfinder); ifm electronic gmbh (Anmelder)
- *Schutzrecht* DE 10 2015 211 055 A1 2015.12.24 (24. Dezember 2015). Weber C.; Tahedl M. (Erfinder); ifm electronic gmbh (Anmelder)
- Weber C.; Wendler F.; Tahedl M.; Kanoun, O.; 2D-Modellierung des Einflusses leitfähiger Schichten auf die Sensorimpedanz bei kapazitiven Sensoren. In: tm - Technisches Messen 81 (2014). September Nr.9 S. 442-449. <http://dx.doi.org/10.1515/teme-2014-1038>
- Weber C.; Wendler F.; Tahedl M.; Kanoun, O.; 2D-Modellierung des Einflusses leitfähiger Schichten auf die Sensorimpedanz bei kapazitiven Sensoren. In: IEEE Workshop - Industrielle Messtechnik und Kraftfahrzeugsensorik (März 2014)
- Weber C.; Tahedl M.; Kanoun O.; Capacitive Measurement Setup for Characterizing Thin Layers of Aqueous Solutions. In: Progress Reports on Impedance Spectroscopy, De Gruyter, 2016
- Weber C.; Tahedl M.; Kanoun O.; A Novel Method for Capacitive Determination of the Overall Resistance of an Aqueous Solution. In: Progress Reports on Impedance Spectroscopy, De Gruyter, 2016
- Weber C.; Tahedl M.; Kanoun O.; Capacitive Measurement Setup for Characterizing Thin Layers of Aqueous Solutions. In: International Workshop on Impedance Spectroscopy (September 2014)
- Weber C.; Tahedl M.; Kanoun O.; Characterization of Aqueous Solutions by Low Frequency Capacitive Measurements. In: International Workshop on Impedance Spectroscopy (September 2015)
- Weber C.; Tahedl M.; Wendler F.; Kanoun O.; Capacitive Determination Of Aqueous Solution Conductivity In: International

Workshop on Impedance Spectroscopy Poster Presentation (September 2016)

- Weber C.; Tahedl M.; Kanoun O.; Modelling for Improved Performance of Non-Contacting Capacitive Sensors for Detecting Aqueous Solutions In: Progress Reports on Impedance Spectroscopy, De Gruyter, 2017 (Zur Veröffentlichung angenommen)

Scientific Reports on Measurement and Sensor Technology

- (1) Bouchaala, Dhouha (2016)
Investigation of Current Excitation for Personal Health and Biological Tissues Monitoring
ISBN 978-3-941003-96-9
Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-204801>
- (2) Heidary Dastjerdi, Maral (2016)
Ein Beitrag zur Verbesserung der Eigenschaften magnetisch-induktiver Tastspulen
ISBN 978-3-944640-98-3
Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-207628>
- (3) Guermazi, Mahdi (2016)
In-Vitro Biological Tissue State Monitoring based on Impedance Spectroscopy
ISBN 978-3-96100-003-6
Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-206710>
- (4) Viehweger, Christian (2017)
Modellbasiertes Energiemanagement für die intelligente Steuerung solarversorgter drahtloser Sensorsysteme
ISBN 978-3-96100-022-7
Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-224040>
- (5) Gerlach, Carina (2017)
Dispersionsoptimierung von Kohlenstoffnanoröhren für die Herstellung von Polymerkomposit-Drucksensoren
ISBN 978-3-96100-025-8
Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-226222>
- (6) Sanli, Abdulkadir (2018)
Synthesis and Characterization of Strain Sensitive Multi-walled Carbon Nanotubes/Epoxy based Nanocomposites

ISBN 978-3-96100-047-0

Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa-233763>

(7) Weber, Christian (2018)

Entwicklung eines Verfahrens zur Anhaftungserkennung und Trennung von Einflussgrößen bei kapazitiven Näherungsschaltern mit Hilfe der Impedanzspektroskopie

ISBN 978-3-96100-056-2

Volltext: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-234856>